



Analyse numérique de la réponse dynamique de structures ferroviaires. Application à la réduction des désordres géométriques induits dans les couches de ballast des Lignes à Grande Vitesse.

Antoine Martin

► To cite this version:

Antoine Martin. Analyse numérique de la réponse dynamique de structures ferroviaires. Application à la réduction des désordres géométriques induits dans les couches de ballast des Lignes à Grande Vitesse.. Génie civil. Ecole Centrale de Nantes (ECN), 2014. Français. NNT: . tel-01178920

HAL Id: tel-01178920

<https://hal.science/tel-01178920>

Submitted on 21 Jul 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de Doctorat

Antoine MARTIN

*Mémoire présenté en vue de l'obtention du
grade de Docteur de l'Ecole Centrale de Nantes
sous le label de L'Université Nantes Angers Le Mans*

École doctorale : Sciences Pour l'Ingénieur, Géosciences, Architecture

Discipline : Génie Civil

Unité de recherche : Institut Français des Sciences et Technologies des Transports, de l'Aménagement et des Réseaux

Soutenue le 8 décembre 2014

Analyse numérique de la réponse dynamique de structures ferroviaires.

***Application à la réduction des désordres géométriques induits dans les couches
de ballast des Lignes à Grande Vitesse.***

JURY

Président :	Isam SHAHROUR	Professeur des Universités, Polytech' Lille, Université Lille 1, Lille
Rapporteurs :	Cyrille CHAZALLON François NICOT	Professeur des Universités, INSA de Strasbourg, Strasbourg Directeur de Recherche, IRSTEA, Grenoble Alpes Université, Grenoble
Examineurs :	Olivier CHUPIN Jean-Michel PIAU	Chargé de Recherche, IFSTTAR, Nantes Ingénieur, IFSTTAR, Nantes
Invité :	Alain ROBINET	Responsable de Division Technique, Direction de l'Ingénierie, SNCF, Paris
Directeur de Thèse :	Pierre-Yves HICHER	Professeur des Universités, Ecole Centrale de Nantes, Nantes

Remerciements

Il me tient à cœur de pouvoir exprimer ici ma profonde reconnaissance envers l'ensemble des personnes ayant, de près ou de loin, apporté leur(s) pierre(s) à l'édifice afin que cette thèse puisse voir le jour.

J'adresse mes premiers remerciements aux membres du Jury, M. Isam Shahrouh, qui a accepté de présider ce Jury, ainsi que M. Cyrille Chazallon et M. François Nicot, qui se sont prêtés au difficile exercice de rapporteur.

Je remercie aussi particulièrement M. Alain Robinet et M. Farhang Radjaï pour avoir suivi mon travail durant ces trois années et pour avoir contribué, par leurs précieux conseils et remarques, à l'orientation de cette thèse.

J'associe à ces remerciements M. Ricardo Artoni et M. Hugues Chollet qui ont su répondre à mes questions chaque fois que je les sollicitais.

Je souhaite également faire part de toute ma gratitude à M. Christophe Dano pour son accueil au sein de l'Ecole Centrale de Nantes et pour sa disponibilité, malgré un emploi du temps souvent chargé.

De même, je remercie sincèrement toute l'équipe du LAMES, et de manière plus générale toutes les personnes du bâtiment Duriez de l'IFSTTAR-Nantes, pour m'avoir si bien accueilli, encouragé et soutenu jusqu'à la fin.

Je n'oublie évidemment pas mes proches qui m'ont également procuré un soutien sans faille tout au long de cette thèse et qui ont bravé terre et mer pour venir assister à la soutenance.

Enfin, j'adresse mes plus vifs remerciements à M. Pierre-Yves Hicher, M. Olivier Chupin et M. Jean-Michel Piau pour leur encadrement et leur confiance. Il m'a été permis d'apprendre tant à vos côtés grâce à vos qualités humaines et scientifiques ; qualités qui ont sans nul doute galvanisé ma motivation et ma curiosité.

Un très grand merci à vous.

Antoine

Table des matières

Introduction générale.....	9
Chapitre I Etude bibliographique - Intermède.....	11
I.1 Introduction	11
I.2 Généralités sur les LGV	12
I.2.1 Structure de la LGV	12
I.2.2 Sollicitations subies par la LGV	17
I.2.3 Dégradations de la LGV	19
I.2.4 Opérations de maintenance.....	21
I.3 Détérioration géométrique des couches de ballast pour LGV	24
I.3.1 Tassement du ballast.....	24
I.3.2 Approches expérimentales.....	25
I.3.3 Approches analytiques et numériques	34
I.4 Positionnement du travail de recherche par rapport à la bibliographie	42
Intermède	44
Chapitre II Mise au point d'un outil de calcul de la réponse réversible et dynamique de structures ferroviaires : ViscoRail.....	45
II.1 Introduction.....	45
II.2 ViscoRail : outil de calcul numérique de la réponse dynamique et réversible de structures ferroviaires	45
II.2.1 ViscoRoute© 2.0.....	46
II.2.2 Principe général de ViscoRail	48
II.2.3 Calcul de la distribution de contraintes à la surface de la structure d'assise.....	49
II.2.4 Procédure de calcul de la réponse dynamique de la structure de voie avec ViscoRoute© 2.0.....	57
II.2.5 Implémentation de la méthode dans un script de calcul	62
II.2.6 Approximations possibles du calcul des accélérations.....	63
II.3 Contribution apportée au développement de ViscoRail.....	65
II.3.1 Développement d'un module de post-traitement de ViscoRail.....	65

II.3.2 Traitement du couplage armement/structure de voie en dynamique sur la base d'une méthode de point fixe.....	67
II.4 Conclusion	70
Chapitre III Etude d'un cas de référence pour la validation de ViscoRail.....	71
III.1 Introduction.....	71
III.2 Réponse type d'une structure de référence	72
III.2.1 Définition du cas de référence : LGV type et $V = 270 \text{ km.h}^{-1}$	72
III.2.2 Courbe maîtresse et reconstitution du chargement en surface du massif	73
III.2.3 Analyse de l'accélération verticale	74
III.2.4 Examen du champ de déflexion	76
III.2.5 Analyse de la contrainte verticale	78
III.2.6 Examen de la contribution des ondes dans la réponse dynamique	79
III.3 Validation numérique de ViscoRail.....	81
III.4 Justification de certaines hypothèses de modélisation.....	85
III.4.1 Modélisation du ballast : comparaison entre élasticité linéaire et élasticité non-linéaire (loi de Boyce).....	86
III.4.2 Extension latérale de la couche de ballast.....	89
III.4.3 Examen de l'hypothèse de force d'intensité constante	90
III.5 Confrontation entre ViscoRail et mesures in situ	92
III.5.1 Site d'Ath, LGV Bruxelles-Paris, Belgique.....	92
III.5.2 Site de Cavaillon, LGV Lyon-Marseille, France (données SNCF).....	96
III.6 Conclusion	105
Chapitre IV Application de ViscoRail à l'étude des désordres géométriques des couches de ballast – Recherche de dispositions constructives	107
IV.1 Introduction	107
IV.2 Influence de la vitesse de circulation sur γ_z	108
IV.3 Analyse de sensibilité de γ_z aux paramètres de voie – Proposition de dispositions constructives	110
IV.3.1 Identification des paramètres de conception des LGV les plus influents sur γ_z	110
IV.3.2 Recherche de dispositions constructives visant à limiter γ_z	117
IV.4 Exemple de solution : insertion d'une couche sous ballast en grave-bitume	122
IV.5 Conclusion.....	126
Chapitre V Retour sur le comportement mécanique « réversible » du ballast – Modélisation et expérimentation	127
V.1 Introduction.....	127
V.2 Modélisation par éléments discrets des déformations d'un échantillon granulaire reposant sur support déformable	127
V.2.1 Protocole numérique adopté.....	128
V.2.2 Qualité numérique des calculs	133
V.2.3 Analyse qualitative des résultats de calculs	137
V.2.4 Identification d'un modèle de comportement homogénéisé	141

V.2.5 Identification et analyse de la loi de comportement homogénéisée des échantillons numériques	146
V.2.6 Conclusion	150
V.3 Essais triaxiaux sur éprouvettes de ballast reposant sur un élastomère	151
V.3.1 Dispositif expérimental	151
V.3.2 Confection des éprouvettes et conditionnement.....	152
V.3.3 Essais triaxiaux réalisés.....	155
V.3.4 Résultats des mesures brutes et démarche d'analyse adoptée	156
V.3.5 Difficultés rencontrées et synthèse des essais exploitables.....	159
V.3.6 Analyse des résultats exploitables.....	161
V.3.7 Conclusion	162
Chapitre VI Analyse limite et retour sur le rôle de l'accélération sur la stabilité du ballast	163
VI.1 Introduction	163
VI.2 Démarche générale de l'étude	163
VI.3 Famille de mécanismes de rupture virtuelles $\mathcal{M}(\Omega)$	164
VI.4 Approximation par l'extérieur du problème \wp en l'absence de forces d'inertie	167
VI.4.1 Calcul de l'intégrale Π	167
VI.4.2 Calcul de P_v	168
VI.4.3 Majoration de la limite P_{lim} des charges à l'essieu, potentiellement supportables ..	170
VI.4.4 Recherche numérique de la meilleure borne P_{inf} sur l'ensemble des mécanismes $\mathcal{M}(\Omega)$ admissibles.....	171
VI.4.5 Application et discussion : cas sans force d'inertie	171
VI.5 Prise en compte d'un champ de forces d'inertie.....	173
VI.5.1 Cas d'un champ d'accélération $\vec{\gamma} = \gamma \vec{\gamma}$ homogène	173
VI.5.2 Cas d'un champ d'accélération $\vec{\gamma}$ hétérogène (affine en x)	174
VI.5.3 Calcul de $P_v(\gamma)$	175
VI.5.4 Valeur de la borne $P^\gamma(H, \theta_1, k)$ en présence du champ d'accélération affine γ	175
VI.5.5 Calcul du minimum P_{inf}^γ de la fonction $P^\gamma(H, \theta_1, k)$ sur l'ensemble des mécanismes $\mathcal{M}(\Omega)$	176
VI.5.6 Application numérique : cas avec champ de forces d'inertie	176
VI.6 Conclusion.....	177
Conclusions générales de la thèse et proposition de piste de travail	179
Références bibliographiques	181
Annexes	187
A. ViscoRoute© 2.0	187
B. Simulations 2D par ED complémentaires	191

Introduction générale

La circulation répétée des trains sur Lignes à Grande Vitesse (LGV) entraîne une détérioration géométrique progressive des couches de ballast, dont on constate un accroissement de sévérité en fonction de la vitesse d'exploitation. Les études réalisées sur le sujet montrent qu'une cause possible de ces désordres est la génération de fortes accélérations verticales dans la couche de ballast au passage des Trains à Grande Vitesse (TGV), pouvant désorganiser l'ensemble granulaire. Elles ont conduit à modifier les lois de tassement, précédemment établies sous chargement cyclique et à faible fréquence, par la prise en compte de la réponse dynamique des voies. Les conséquences pratiques de ces travaux sont principalement utilisées aujourd'hui pour améliorer les stratégies de maintenance des LGV.

Nous nous intéressons plus spécifiquement dans cette thèse au dimensionnement même des lignes à grande vitesse, vis-à-vis des problèmes de tassement rencontrés. A la lumière de l'étude bibliographique que nous avons réalisée, nous nous focalisons sur la réponse réversible des voies en section courante au passage de trains et sur la détermination des niveaux d'accélération induits dans les couches de ballast. L'une des finalités de ce travail est la recherche de dispositions constructives permettant de manière générale de diminuer les effets dynamiques.

Il est ainsi espéré que le gain créé vis-à-vis d'un comportement dynamique « limite » du ballast puisse permettre d'augmenter la vitesse d'exploitation, sans accélérer pour autant la détérioration des voies.

L'approche suivie ici est principalement basée sur des travaux numériques, utilisant des techniques de calcul par éléments finis, par éléments discrets et par Analyse Limite, ainsi que le développement et l'implémentation d'une méthode semi-analytique, permettant le calcul rapide de la réponse dynamique de structures ferroviaires pouvant inclure des couches de matériaux viscoélastiques. En compléments des analyses discrètes sur le comportement de collections de grains sur support souple, une campagne d'essais triaxiaux sur micro-ballast a été entreprise.

Ce mémoire est organisé en six chapitres.

- Le Chapitre I présente dans un premier temps une étude bibliographique sur la description des structures LGV, les sollicitations induites par le passage des TGV, les modes de dégradations

et les opérations de maintenance. On passe en revue dans un second temps les travaux plus spécifiques, expérimentaux et numériques, relatifs au comportement du ballast sous charges répétées et aux effets dynamiques sur le tassement.

- Le Chapitre II expose le développement et l'implémentation de la méthode semi-analytique utilisée pour le calcul de la réponse dynamique réversible des structures ferroviaires. Celle-ci est développée dans le cadre de la Mécanique des Milieux Continus, en assimilant le ballast à un milieu élastique linéaire isotrope. Un couplage est réalisé avec une modélisation RDM discontinue de l'armement. La méthode étend l'approche quasi-stationnaire utilisée dans le domaine routier pour charges roulantes à vitesse constante, à la modélisation des structures ferroviaires avec rails sur appuis périodiques.
- Le Chapitre III présente les validations réalisées, de la méthode et du code associé, ViscoRail. Dans un premier temps et à partir d'une « situation de référence » que nous définissons, on vérifie l'implémentation numérique de la méthode par comparaison avec des calculs effectués par éléments finis. Dans un second temps, on étudie la sensibilité du modèle vis-à-vis de certaines de ses hypothèses : extension latérale infinie de la voie, élastique linéaire *versus* modèle de Boyce pour le ballast, intensité constante des charges. Enfin, la pertinence physique du modèle est estimée par confrontation avec des données de mesures *in situ*.
- Le Chapitre IV contient l'analyse de sensibilité des valeurs d'accélération dans le ballast vis-à-vis de la vitesse de circulation des véhicules et d'un certain nombre de paramètres de conception des LGV. Sur cette base, nous proposons plusieurs façons de diminuer les accélérations en pleine voie et étudions une solution constructive introduisant une couche sous ballast de forte rigidité et à comportement viscoélastique (Huet-Sayegh) en grave-bitume.
- Le Chapitre V nous permet de revenir sur l'hypothèse de milieu continu élastique isotrope utilisée pour le ballast dans les calculs structurels. Sur la base de modélisations mixtes aux éléments discrets et aux éléments finis (code LMGC90), nous étudions la réponse d'un échantillon de disques rigides frottant sur supports élastiques de différentes rigidités. Le comportement d'ensemble des grains est interprété avec le point de vue d'un milieu continu. Ces simulations ont été complétées par une campagne d'essais triaxiaux réalisés à l'Ecole Centrale de Nantes, sur des éprouvettes de micro-ballast reposant directement sur le fond de la cellule ou sur supports élastomères.
- Le Chapitre VI conclut ce mémoire, en revenant de manière générale, par le Calcul à la Rupture, sur l'effet défavorable d'accélérations dirigées vers le bas. La conclusion évidente dans le cas d'un champ homogène est discutée dans le cas de champs d'accélération affines, tirés des calculs du Chapitre III.

Des conclusions et perspectives à ce travail sont données en fin de manuscrit.

Chapitre I Etude bibliographique - Intermède

I.1 Introduction

Depuis l'avènement du chemin de fer, datant du XIX^{ème} siècle, les lignes ferroviaires n'ont cessé d'être modernisées dans le but de supporter des fréquences, des charges et des vitesses de circulation de plus en plus élevées. Pour ce qui est du transport de voyageurs, cette modernisation a conduit au développement de lignes spécialisées destinées à être parcourues à vitesse élevée en comparaison des voies dédiées au transport de marchandises. Ces lignes sont appelées Lignes à Grande Vitesse (LGV).



FIGURE I.1 – Photographie de la LGV Est Européenne (pk 217).

En France, les vitesses de circulation commerciales autorisées sur LGV sont aujourd'hui comprises entre 270 et 300 $km.h^{-1}$ et peuvent même atteindre les 320 $km.h^{-1}$ pour les dernières générations (LGV Est Européenne par exemple, cf. FIGURE I.1). Si les TGV actuels sont néanmoins capables de circuler à des vitesses plus élevées¹, il semble que la voie supporte mal les circulations

¹ Comme l'atteste le record du monde de vitesse sur voie ballastée réalisé le 3 avril 2007 sur la LGV Est Européenne : $V = 574.8 km.h^{-1}$.

réalisées à des vitesses supérieures à $300-320 \text{ km.h}^{-1}$. Pour ces circulations, on observe une accélération de la détérioration géométrique de la voie (López-Pita et al., 2004; Quezada, 2012; Saussine, 2004; Suiker, 2002) qui impose des opérations de maintenance plus fréquentes afin de respecter les critères de sécurité, entraînant par conséquent des coûts (directs et indirects) importants.

Dans ce premier chapitre, on propose d'abord, en section I.2, de faire une introduction générale de la LGV. Après la description de sa structure et des sollicitations qu'elle subit, on s'intéresse notamment aux dégradations de la voie qui peuvent se manifester avec le passage répété des Trains à Grande Vitesse (TGV) et en particulier de la perte progressive de la géométrie de la couche de ballast. Ceci nous amène, en section I.3, à la présentation de différents travaux, expérimentaux et numériques, ayant déjà traité ces problèmes de détérioration géométrique par le passé. Cette étude bibliographique nous permet de faire un état des connaissances sur le sujet, mais également de faire ressortir certaines pistes de travail peu explorées, lesquelles ont servi à dessiner la démarche envisagée et les objectifs du travail de thèse que l'on présente en section I.4.

I.2 Généralités sur les LGV

I.2.1 Structure de la LGV

Telle qu'illustrée sur la FIGURE I.2, la Ligne à Grande Vitesse forme une structure généralement composée de deux voies juxtaposées, dites « banalisées » du fait que les circulations peuvent s'effectuer indifféremment dans les deux sens.

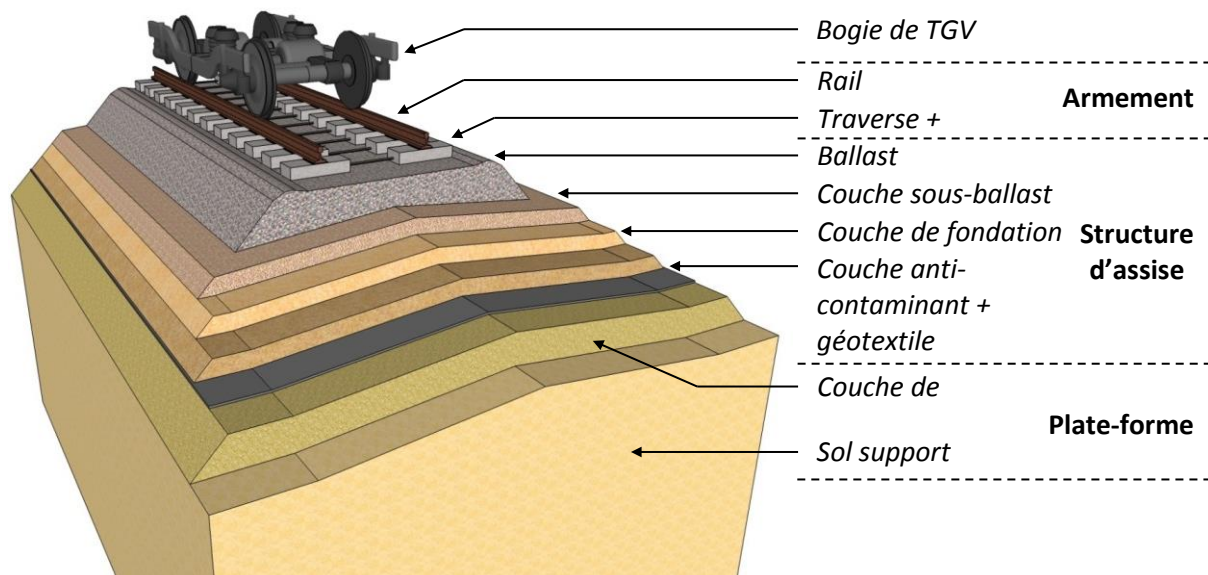


FIGURE I.2 – Schéma d'une voie de LGV (inspiré de Alias (1984)).

Comme schématisé sur la FIGURE I.2, chacune de ces voies est constituée de différents éléments dont l'assemblage permet le guidage des TGV et la transmission des charges, statiques et dynamiques

induites par les bogies, des niveaux supérieurs de la structure aux niveaux inférieurs. La structure de la LGV peut être divisée en trois parties telles que, de haut en bas de la LGV, on trouve l'armement (constitué des rails, des traverses et systèmes d'attaches), la structure d'assise (composée de plusieurs couches dont le ballast) et la plate-forme ferroviaire. Le dimensionnement des différents constituants répond à des règles normalisées strictes qui définissent les exigences géométriques et mécaniques permettant d'assurer la continuité et l'homogénéité des performances de la structure sur tout le réseau ferroviaire. Certaines de ces spécificités sont données dans la suite.

L'armement

Le rail de LGV, de type Vignole UIC 60 (cf. FIGURE I.3a), est constitué de barres élémentaires de 36 ou 72 m de long en acier laminé de masse linéique égale à 60 kg.m^{-1} , soudées électriquement afin d'obtenir des Longs Rails Soudés (LRS) de 288 ou 396 m de long. Ces LRS sont ensuite reliés les uns aux autres par soudage aluminothermique en voie et fixés aux traverses à l'aide de systèmes d'attache/semelle. En comparaison de la méthode de pose (en « barres normales ») utilisée auparavant pour laquelle des joints étaient utilisés afin de combler les interstices présents entre barres élémentaires, la technique des LRS a permis de limiter les problèmes de chocs et de vibrations induits par le passage des trains au niveau de ces joints (RFF, 2011; Selig and Waters, 1994), et par la même occasion l'usure prématurée des constituants de la voie et particulièrement du ballast à proximité. En France, l'écartement standard sur LGV entre les deux files de rails est de 1.435 m.

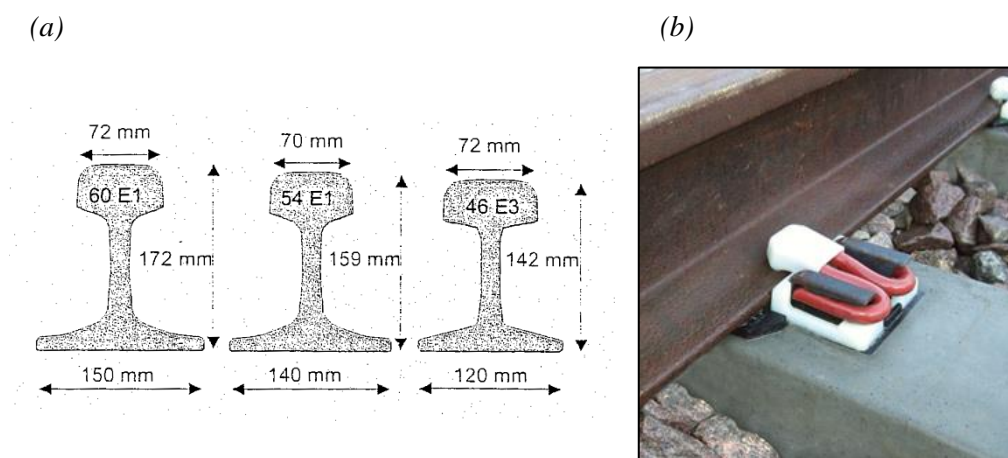


FIGURE I.3 – (a) Différents profils de rail Vignole (Esveld, 2001). (b) Photographie d'une attache élastique « clipsée » de type Pandrol fastclip.

Le rail étant l'unique élément en contact avec le matériel roulant, les critères de qualité qu'il doit satisfaire sont relativement exigeants puisque tout endommagement représente un risque de rupture et donc un facteur de danger important pour les circulations (Bodin, 2001; Guérin, 1996). Ces critères portent notamment sur la dureté de l'acier et la répartition des contraintes dans les différentes parties du rail, à savoir : le champignon (partie supérieure), l'âme (partie médiane) et le patin (partie inférieure). Soulignons simplement que la géométrie du profil du rail lui confère une inertie élevée qui

lui permet de supporter les contraintes produites en flexion sous l'action des sollicitations induites par les essieux des bogies ferroviaires.

Ce sont par ailleurs ces différentes parties qui permettent au rail de remplir ses fonctions. Le champignon assure le support vertical et le guidage longitudinal du matériel roulant tandis que le patin contrôle le taux de compression appliqué sur les traverses. Quant à l'âme, ses dimensions caractérisent la valeur de l'inertie du rail et donc sa rigidité en flexion. Celle-ci détermine la répartition des charges sur les traverses, en distribuant ces charges entre les traverses centrales (au droit des essieux) et les voisines. A noter que le nombre de traverses chargées fluctue selon les auteurs, allant par exemple de 5 pour Profillidis (1983) jusqu'à 7, voire 11 pour Bodin (2001).

Telle que le montre la FIGURE I.3b, la fixation du rail à la traverse est assurée par un système d'attache/semelle. Les attaches utilisées sur les LGV sont de type « élastique », garantissant à tout instant le maintien transversal et longitudinal du rail par action de serrage du patin contre la traverse. Ce type d'attaches permet en effet d'accompagner le mouvement vertical du rail au passage des charges, contrairement aux attaches dites « rigides » qui autorisent par conséquent son cheminement longitudinal sous l'effet des sollicitations engendrées dans le sens de roulement (freinage, accélération, dilatation des LRS, etc.). L'attache la plus répandue sur les LGV est l'attache « Nabla » en téflon et acier, fixée à la traverse par vissage de boulons-tirefonds. La LGV Est Européenne est cependant dotée d'attaches « clipsées » (cf. FIGURE I.3b) dont la mise en œuvre est plus aisée.

Le rôle de l'attache élastique, quel que soit son type, est avant tout d'assurer le positionnement du rail sur la traverse et de garantir un effort de serrage suffisamment fort entre ces éléments, malgré les contraintes de circulation, pour que la résistance au glissement longitudinal rail/traverse soit largement supérieure à celle entre la traverse et le ballast.

Une semelle en élastomère cannelé, d'une épaisseur de 9 mm et à forte capacité d'amortissement, est également intercalée entre le rail et le blochet (cf. FIGURE I.3b). Cette semelle permet, d'une part, d'absorber les phénomènes vibratoires nés dans le rail et pouvant atteindre des accélérations de 200g et des fréquences de 1000 Hz (Schmitt, 2002). D'autre part, elle assure aussi, grâce à sa souplesse, la réduction des charges transmises aux traverses et leur distribution des traverses centrales aux traverses voisines (Guérin, 1996).

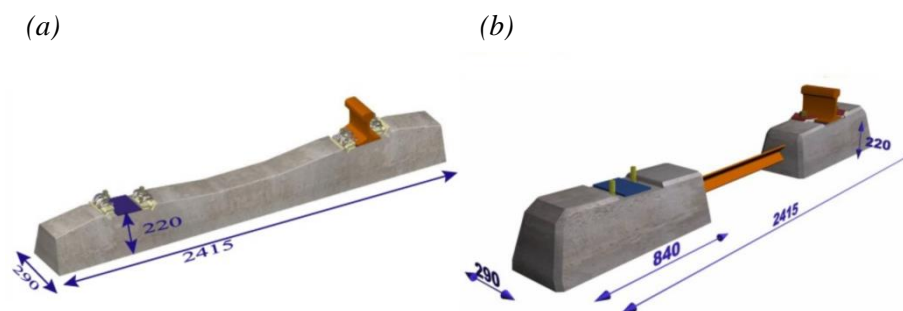


FIGURE I.4 – Traverse de type (a) monobloc (M450) et (b) bi-bloc (B450). (Source : www.sateba.com)

Pour des raisons de coût et notamment de performances (mécaniques, mais aussi de durée de vie), la traverse, initialement en bois puis en acier, a été remplacée par une traverse en béton armé ou précontraint pour son utilisation sur LGV. Ces traverses, plus lourdes (masse comprise entre 200 et

300 kg), sont composées d'un seul bloc (traverse « monobloc », cf. FIGURE I.4a) ou de deux blochets reliés par une entretoise métallique (traverse « bi-blocs », cf. FIGURE I.4b). En voie, elles sont généralement positionnées tous les 0.6 m (distance inter-centres de traverses, appelée « entraxe »), conduisant à un « travelage » de 1666 unités.km⁻¹. En comparaison des traverses monoblocs, les bi-blocs permettent d'une part d'assurer une meilleure définition des surfaces de contact avec le ballast et d'autre part de conférer une résistance latérale au déplacement plus élevée du fait de leur double butée latérale (Esveld, 2001).

Les traverses ont plusieurs fonctions. Elles doivent maintenir une inclinaison au 1/20 de chaque rail vers l'intérieur ainsi que l'écartement des deux files de rail. Elles permettent également la transmission, dans le sens vertical et transversal, des charges vers la structure d'assise par leur ancrage dans la couche de ballast. Les traverses doivent donc être suffisamment souples en flexion pour supporter les différences de niveau éventuelles entre les deux files de rail (dû aux dégradations géométriques du ballast) afin d'assurer un contact permanent avec le ballast.

La structure d'assise

La structure d'assise constitue le support de l'armement et contribue à assurer le bon comportement de la voie d'un point de vue rigidité, tenue de sa géométrie et drainage. Comme illustré sur la FIGURE I.2, l'assise est composée de plusieurs couches de matériaux granulaires en fonction des besoins, dont la couche de ballast qui nous intéresse particulièrement dans ce mémoire.

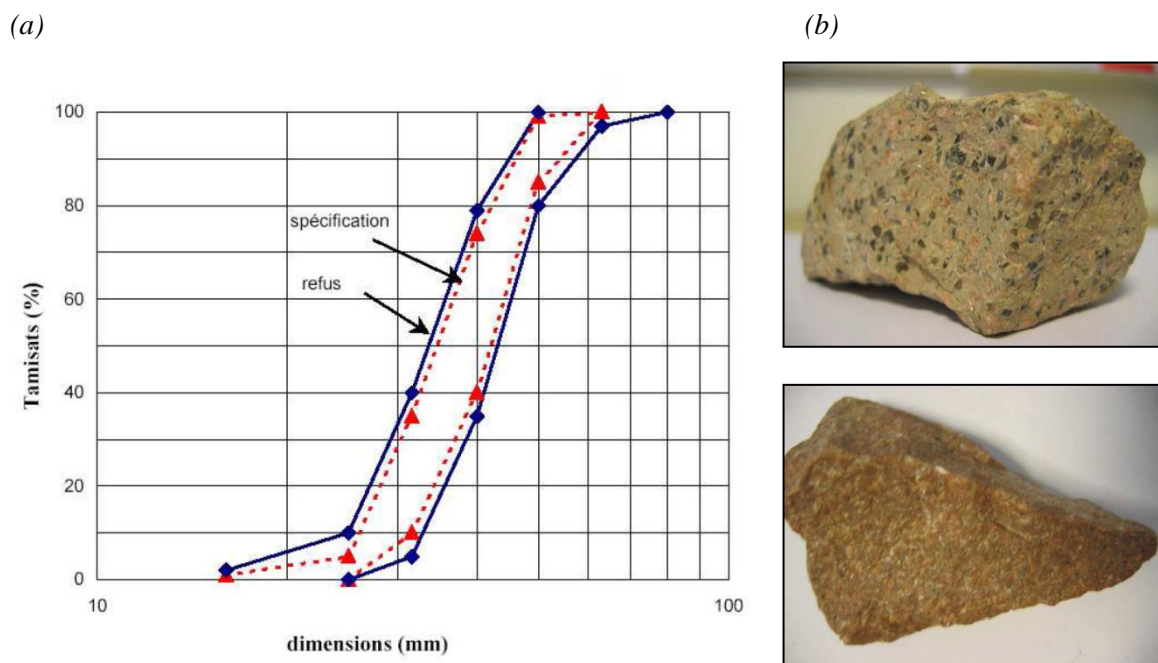


FIGURE I.5 – (a) Courbe granulométrique du ballast (NF EN 13450). (b) Photographies de grains de ballast (Saussine, 2004).

Cette couche de ballast est composée de granulats 25/50 mm issus du concassage de roches provenant de carrières de pierres dures telles que le granit, la diorite, la rhyolite ou encore le quartzite

(Alias, 1984). D'après Bonnett (2005), cette fraction granulométrique permet de garantir le meilleur compromis entre drainage et répartition de contraintes au sein du ballast. Sur LGV, son épaisseur est en général de 0.3 à 0.4 m sous traverse. Les différentes fonctions du ballast exigent que le matériau constitutif de cette couche réponde à des critères de qualité et de performance strictes, définis dans la norme « NF EN 13450 » (AFNOR, 2003). Précisons simplement que :

- la courbe granulométrique du ballast doit respecter les fuseaux de contrôle et de refus montrés sur la FIGURE I.5a.
- la forme des grains doit être polyédrique à arêtes vives (cf. FIGURE I.5b) et respecter des recommandations sur la proportion de granulats pouvant nuire à la stabilité des ensembles granulaires. Par exemple, les masses des grains aiguilles (longs) et des grains plats, susceptibles de rompre facilement, ne doivent respectivement pas dépasser 10% et 14% de la masse totale des grains à la réception (Al Shaer, 2005).
- le pourcentage de particules fines (sable, terre, poussières, débris, etc.) ne doit pas excéder 0.5% à la maille du tamis de 1.6 mm afin de satisfaire les critères imposés sur la propreté du ballast.
- les résistances à l'attrition et aux chocs des grains, respectivement évaluées par les essais « Deval sec et humide » et « Los Angeles », doivent également permettre de définir un coefficient de dureté globale suffisamment élevé ($DRG \geq 17$) pour pouvoir supporter la fatigue d'attrition et les chocs occasionnés *in situ* (Guérin, 1996).

Le respect de ces spécifications permet au ballast d'assurer convenablement différents rôles. Il doit notamment garantir l'ancrage longitudinal et latéral (Le Pen and Powrie, 2011, 2008; Prud'Homme, 1967) de l'armement ainsi que la transmission et la répartition uniforme des efforts induits par les blochets aux couches inférieures. Ses propriétés rhéologiques lui permettent également d'assurer une absorption partielle des mécanismes vibratoires mécaniques et acoustiques¹, ce qui permet par ailleurs de limiter la fatigue des composants de la voie. Du fait de sa granulométrie, le ballast permet aussi un drainage efficace des eaux pluviales, évitant ainsi les problèmes éventuels de gel, et facilite les opérations de maintenance visant à remettre en état la géométrie de la voie.

On trouve ensuite les sous-couches granulaires, sur lesquelles le ballast repose, dont la composition peut varier d'une ligne à l'autre en fonction des caractéristiques du sol, dont les classes de qualité « QSi » sont données plus loin. On a, du haut vers le bas, dans le cas d'une voie (Alias, 1984; SNCF, 1996) :

- en déblai où la couche de forme est de même nature que le sol : une couche sous-ballast en grave 0/31.5 mm compactée à 100% de l'OPM², puis une couche de fondation à 95% de l'OPM pour des sols de qualité inférieure ou égale à QS2 et enfin une couche anti-contaminant, éventuellement doublée d'un géotextile, pour des sols QS1,
- en remblai où la couche de forme est rapportée (*i.e.* de meilleure qualité que le sol en place) et de qualité QS3 : une couche sous-ballast 0/31.5 mm, puis directement la couche de forme avec une épaisseur variable selon la qualité du sol en place (QS1 ou QS2) ou une couche de fondation en grave ou sable (+ éventuellement un géotextile),

¹ Voir Esveld (2001) et Kouroussis (2009) pour plus de précisions sur les effets vibratoires du trafic ferroviaire sur l'environnement.

² « optimum Proctor modifié » : compactage maximum obtenu avec une énergie de compactage intense.

- en remblai ou la couche de forme est rapportée et de qualité QS2 ou traitée aux liants hydrauliques : une couche sous-ballast 0/31.5 *mm*, puis une couche de fondation en grave ou sable (+ éventuellement un géotextile) et enfin la couche de forme.

Ces différentes sous-couches, dont l'épaisseur est généralement comprise entre 0.15 et 0.2 *m*, permettent chacune de remplir un rôle particulier. La couche sous-ballast améliore la portance du sol et protège la plate-forme contre le gel (en assurant le drainage des eaux pluviales) et l'érosion due au poinçonnement des grains de ballast. Cette couche permet également, en accord avec la portance du sol, de répartir les charges transmises par la couche de ballast à la plate-forme. Les couches de fondation et anti-contaminant, quand elles sont nécessaires, assurent respectivement la circulation des engins de chantier sans risque d'endommagement de la plate-forme et la protection de la couche de ballast contre la remontée de particules fines (cf. critère de propreté).

La plate-forme

On appelle « plate-forme » la surface destinée à recevoir les sous-couches granulaires (SNCF, 1996). Par abus de langage, on utilise également ce terme pour désigner la partie supérieure des terrassements, composée de la couche de forme et du sol support, dont la largeur est de 14 *m* avec une emprise de 50 *m* environ. On distingue trois types de plate-forme que l'on hiérarchise selon leur classe de portance « Pi », déterminée sur la base de la nature géotechnique du sol support et des conditions extérieures diverses (hydrologiques, hydrogéologiques, climatiques, etc.) :

- P1 : plate-forme « médiocre »,
- P2 : plate-forme « moyenne » et
- P3 : plate-forme « bonne ».

Comme évoqué précédemment, les classes de qualité des sols « QSi » sont également multiples. L'indice QS0 désigne un sol « impropre » à toute utilisation en support de structures d'assise, obligeant un recours à la substitution du matériau sur une certaine épaisseur pour atteindre la qualité 1. Les classes QS1, QS2 et QS3 suivantes caractérisent respectivement des sols de qualité grandissante en lien avec l'indice de portance des plates-formes correspondantes. La raideur du sol associée à chacune de ces classes est approximativement comprise entre 12.5 et 25 *MPa* pour QS1, 25 et 80 *MPa* pour QS2 et supérieure à 80 *MPa* pour QS3 (Quezada, 2012; Sauvage, 1993).

I.2.2 Sollicitations subies par la LGV

Les sollicitations subies par les voies ferroviaires sont essentiellement de deux natures différentes, d'ordre « climatique » et « mécanique ». On se concentre ici sur le second type de sollicitations, principalement causées par la circulation des véhicules ferroviaires sur les rails. A noter que les premières peuvent parfois engendrer les secondes (ex : contraintes de traction ou de compression engendrées par la dilatation thermique des LRS due aux changements de températures) (Esveld, 2001; RFF, 2011).

Comme exposé sur la FIGURE I.6a, les roues des trains exercent sur les rails des efforts que l'on peut décomposer suivant les directions verticale, latérale (ou transversale) et longitudinale. Les efforts verticaux, les plus importants, sont dus au poids propre des véhicules, aussi appelé charge « statique », que l'on rapporte à l'essieu. Cette charge à l'essieu est classée par l'UIC¹ selon quatre catégories :

¹ Union Internationale des Chemins de Fer

« A », « B », « C » ou « D » pour 160, 180, 200 et 225 $kN/essieu$, respectivement. Pour des vitesses de circulations supérieures à 250 $km.h^{-1}$, la charge à l'essieu maximale autorisée est de 170 kN (Ferreira, 2010). Les efforts latéraux sont principalement causés par les mouvements de lacets des véhicules (en alignement ou en courbe) et par la pression due à la force centrifuge s'exerçant en courbe. Bien que ces efforts soient d'une intensité plus faible que les charges verticales, ils peuvent rapidement entraîner des déplacements irréversibles du fait de la faible résistance latérale de la voie. Les efforts longitudinaux, bien moins importants que les deux premiers, résultent du freinage et de l'accélération des trains.

S'ajoutent aux efforts verticaux, principalement, des variations « dynamiques » (surcharges) pouvant atteindre 50% de la charge à l'essieu à 300 $km.h^{-1}$ (Ferreira, 2010; Prud'Homme, 1970). Ces surcharges sont dues aux irrégularités de la voie (défauts de surface des rails, hétérogénéités des couches granulaires, etc.) et du véhicule (défauts de surface des roues), aux discontinuités éventuelles de la voie (joints de rails en « barres normales », appareils de voie, etc.) et aux mouvements des véhicules (oscillations des masses suspendues et non-suspendues) (Ferreira, 2010; Paderno, 2010). Ces surcharges sont donc des phénomènes aléatoires dont la dispersion croît avec la vitesse et pouvant conduire à une rapide détérioration de la voie (López-Pita et al., 2004; Quezada, 2012; Rhayma, 2010; Saussine, 2004). C'est pourquoi, pour la grande vitesse, Alias (1984) recommande d'avoir des lignes en excellent état d'entretien afin d'éviter toute dégradation prématurée. Comme évoqué en section I.2.1, ces différents efforts, induits au niveau du contact roue/rail, sont ensuite transmis à la structure d'assise et à la plate-forme.

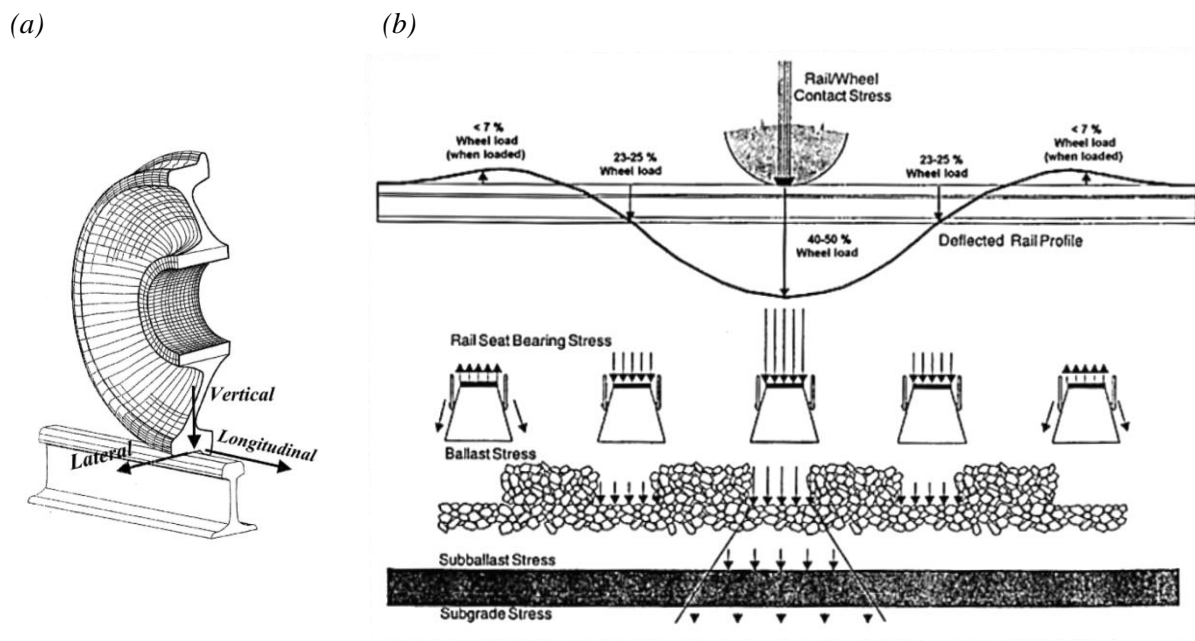


FIGURE I.6 – (a) Directions des efforts exercés au niveau du contact roue/rail (Ferreira, 2010). (b) Transmission des efforts verticaux issus du contact roue/rail à la plate-forme (Selig and Waters, 1994).

Au niveau du ballast, cette transmission s'effectue via un certain nombre de traverses (cf. FIGURE I.6b) qui varie selon les caractéristiques des constituants de la voie (inertie du rail, raideur des semelles, etc.) et de la charge à l'essieu (Soyez, 2009). Bien que cette répartition diffère selon les

structures, il est intéressant d'avoir un ordre d'idée des forces verticales appliquées sur le ballast. En statique, il semble que la traverse centrale (au droit de l'essieu) reprenne environ 35 à 50% de la charge à l'essieu, tandis que les traverses adjacentes n'en reprennent respectivement que 20 à 25% et 5 à 10% à mesure que l'on s'éloigne de cette traverse centrale (Profillidis, 1983; Profillidis and Humbert, 1986; Rhayma, 2010; Selig and Waters, 1994; Soyez, 2009). L'estimation en dynamique est plus difficile du fait de la variabilité des surcharges ; néanmoins il apparaît tout de même que le nombre de traverses concernées est susceptible d'augmenter (Soyez, 2009). Sur la FIGURE I.6b, on peut aussi noter que la transmission des efforts, induits sous une traverse, s'effectue de manière conique ou prismatique ; ce qui permet de réduire l'amplitude des contraintes appliquées au niveau des sous-couches et de la plate-forme.

I.2.3 Dégradations de la LGV

Sous les conditions de répétitions des circulations ferroviaires, on observe une dégradation progressive de la voie et du matériel roulant qu'il est nécessaire de corriger afin de ne pas mettre en péril la sécurité des usagers. Une présentation succincte des différents types de dégradation occasionnés sur les lignes ferroviaires est donnée ici ainsi que celle de certains indicateurs de cette détérioration sur la base desquels les opérations de maintenance, qui permettent de les corriger, sont planifiées.

Les types de dégradation de la voie

Les processus intervenant dans la détérioration des lignes ferroviaires sont complexes, mais obéissent globalement au « cercle vicieux » suivant (Paderno, 2010; Rivier, 2003). Les charges statiques et les surcharges dynamiques, provoquées par les hétérogénéités et les irrégularités de la voie évoquées précédemment, agissent en retour sur ces imperfections conduisant à l'apparition de « défauts de géométrie » au niveau de l'armement. Ces derniers peuvent, en conséquence, provoquer de fortes accélérations et donc d'importantes forces d'inertie lors du passage des véhicules (augmentation des surcharges), à plus forte raison à grande vitesse, susceptibles de nuire au confort et à la sécurité des passagers. Il existe plusieurs types de dégradations, se manifestant d'ailleurs de manière inhomogène le long de la voie et à ses différents niveaux (armement, assise et plate-forme). On peut globalement les regrouper comme suit (Dahlberg, 2003; Ferreira, 2010) :

- usure de la surface de roulement au niveau des rails et des roues des bogies : ondulation de la surface de roulement des rails et « ovalisation » des roues (dus à l'interaction dynamique roue/rail et/ou aux défauts d'usinage), « méplats » des roues (à cause des efforts de freinage et d'accélération), impacts engendrés par le roulement sur des granulats présents sur les rails, etc.
- fatigue (voire rupture) des constituants de l'armement : fissuration des rails, attrition sous traverses par friction traverse/ballast, diminution de l'effort de serrage des attaches etc. et
- perte de la qualité géométrique de la voie : tassements différentiels du ballast (dû par exemple au poinçonnement local de l'assise ou à la densification de la couche de ballast), phénomènes de « traverses danseuses » (pour lesquelles le contact traverse/ballast n'est plus assuré), etc.

Dans le cadre de cette thèse, nous nous concentrons sur ce dernier type de détérioration des voies ferroviaires, et plus particulièrement sur celle qui influe sur l'état géométrique de la couche de ballast. Nous reviendrons en détails, en section I.3, sur les mécanismes liés à cette dégradation ainsi que sur les différents travaux menés par le passé pour tenter de prédire son évolution.

Les défauts de géométrie de la voie

Les défauts de géométrie de voie, dont certains sont illustrés sur la FIGURE I.7, sont donc la manifestation, au niveau des rails, de ces différentes dégradations. On distingue plusieurs types de défauts que l'on présente ici selon s'ils se manifestent dans le plan vertical de la voie ou dans le plan horizontal (Bodin, 2001; Guérin, 1996; Paderno, 2010; Quezada, 2012; Rivier, 2003; Saussine, 2004). Dans le plan vertical, on observe :

- le nivellement longitudinal, représentant l'altitude de l'axe moyen de la voie et résultant du tassement différentiel de la voie, *i.e.* des variations dans le sens longitudinal de la déformation verticale permanente (cf. section I.3),
- le nivellement transversal, évalué selon les deux quantités suivantes :
 - l'écart de dévers : différence entre le dévers mesuré et le dévers théorique (inclinaison transversale volontaire de la voie pour compenser les accélérations centrifuges en courbes),
 - le gauche (ou torsion de la voie) : décalage vertical entre les deux files de rails.

Dans le plan horizontal, on peut avoir :

- le défaut de dressage, représentant la variation transversale de l'axe moyen des rails par rapport à sa position théorique,
- le défaut de courbure,
- le défaut d'écartement des rails.

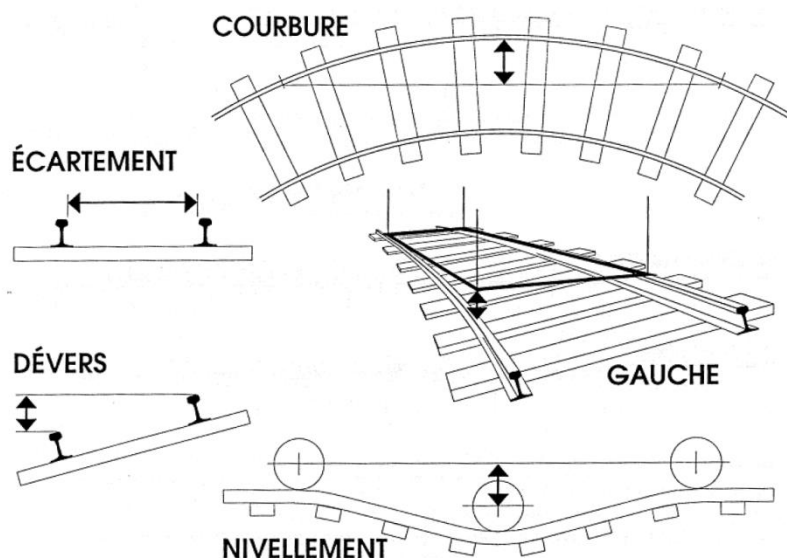


FIGURE I.7 – Différents défauts de géométrie de la voie (Rivier, 2003).

Il existe plusieurs moyens d'auscultation des voies ferroviaires qui permettent de mesurer l'amplitude de ces différents défauts de géométrie et autres caractéristiques de la voie. Citons simplement, parmi ces moyens, la voiture Mauzin (Oviedo, 2001), la rame IRIS 320 (« Inspection Rapide des Installations de Sécurité à 320 $km.h^{-1}$ », auscultation à vitesse commerciale (Hoang, 2011; Quezada, 2012)) ou encore le « portancemètre » (Hosseingholian, 2007). On pourra trouver davantage

d'informations sur les moyens d'expertise de la voie dans (Rhayma, 2010). Sur la base des mesures effectuées par ces différents outils, l'état de qualité de la voie peut être quantitativement défini et les besoins éventuels de maintenance évalués. Pour cela, on distingue différents seuils de sécurité en fonction des valeurs relevées pour chacun des défauts de géométrie (Saussine, 2004) :

- « VO » (valeur d'objectif) : seuil de qualité à atteindre après une intervention de maintenance,
- « VA » (valeur d'alerte) : impose une surveillance, voire une programmation d'intervention à moyen terme,
- « VI » (valeur d'intervention) : impose une intervention à court terme afin d'éviter le niveau VR,
- « VR » (valeur de ralentissement) : limite de sécurité obligeant une restriction de la vitesse de circulation et une intervention urgente.

Les normes d'intervention associées à chacun de ces seuils diffèrent selon le type de circulation de la ligne. En ce qui concerne les LGV (pour des vitesses $> 220 \text{ km.h}^{-1}$), quelques-unes d'entre elles sont données dans le TABLEAU I.1 pour les défauts suivants : le nivellement longitudinal (NL), le gauche (G), l'écart de dévers (Ed) et l'écartement des rails (E). Pour ce dernier paramètre (dont la valeur de référence est de 1435 mm), E_{\min} et E_{\max} représentent respectivement les valeurs minimale et maximale de cet écartement, *i.e.* le rapprochement des deux files de rails et leur éloignement.

TABLEAU I.1 – Valeurs des seuils de sécurité pour différents défauts de voie (d'après (Saussine, 2004)).

Défaut		VO (mm)	VA (mm)	VI (mm)	VR (mm)
NL		≤ 0.45	≥ 0.9	-	-
G		≤ 3	$5 < \dots \leq 7$	> 7	$15 < \dots \leq 21$
Ed		≤ 3	$7 < \dots \leq 10$	> 10	$15 < \dots \leq 18$
E	E _{min}	> 1433	$1430 \leq \dots < 1432$	< 1430	$1426 \leq \dots < 1428$
	E _{max}	≤ 1444	$1452 < \dots \leq 1455$	> 1455	$1462 < \dots \leq 1470$

On peut noter, avec les différentes valeurs présentées dans le TABLEAU I.1, la sévérité des normes de sécurité concernant les LGV, de l'ordre du millimètre, en comparaison des kilomètres de voie.

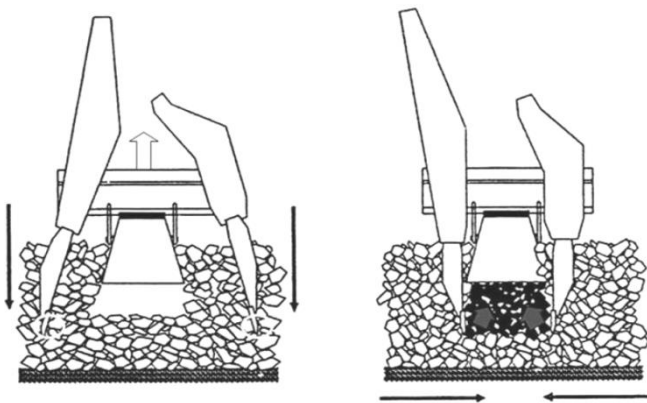
I.2.4 Opérations de maintenance

Dans le but de rendre à la voie ses performances et sa géométrie, ces différents défauts sont corrigés par des opérations de maintenance. On peut distinguer deux grands types de maintenance (AFNOR, 2010) : « préventive » et « corrective ». Contrairement à la seconde, la maintenance préventive, qui va nous intéresser ici, consiste à intervenir avant que la dégradation de la voie n'entraîne de dysfonctionnement majeur (ex : déraillement dans le pire des cas). Selon la nature des défauts de géométrie, plusieurs actions peuvent être menées. Présentons succinctement parmi ces interventions les plus courantes, à savoir : le meulage des rails (Guérin, 1996), le « bourrage-nivellement-dressage » (Azéma et al., 2012; Paderno, 2010) ou encore le « renouvellement de voie ballastée » (RVB) (Bodin, 2001).

L'opération de meulage permet de corriger les défauts de surface des rails (profils, défauts ponctuels et ondulatoires de faible longueur d'onde) à l'aide de pierres cylindriques. Cette opération

entraîne donc une amélioration de la géométrie des rails mais aussi une réduction du taux de dégradation de la voie en limitant les éventuelles surcharges dynamiques dues à ces défauts de surface.

(a)



(b)

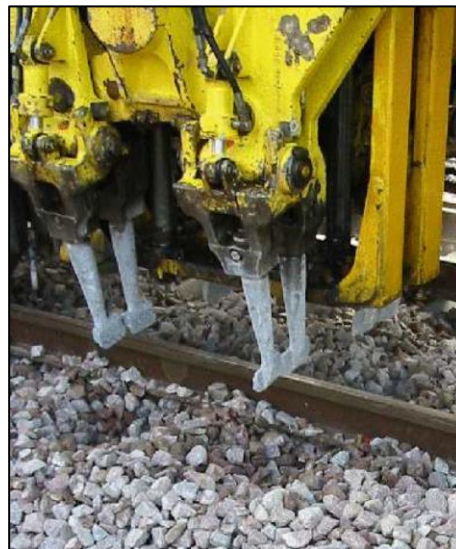


FIGURE I.8 – (a) Actions du bourrage : vibration, plongée et serrage (Selig and Waters, 1994). (b) Photographie des bourroirs en fin de retrait du ballast (Saussine, 2004).

L'opération de bourrage-nivellement-dressage est utilisée dans le but de restaurer la position géométrique de l'armement de la voie par correction du nivellement longitudinal et transversal. La correction du nivellement longitudinal peut s'effectuer soit « en base relative » où la hauteur de relevage est définie entre deux points extrêmes de la voie, soit « en base absolue » où le profil vertical recherché est celui d'origine. Les défauts de dévers, de gauche et de dressage sont donc également rectifiés.

En fonction de la nature, de la précision du travail à réaliser et du rendement imposé, différents types d'engins, appelés « bourreuses-dresseuses-niveleuses », peuvent être utilisés. Ces bourreuses sont classées par la SNCF selon quatre niveaux :

- premier niveau : engin à grand rendement destiné aux travaux d'entretien du nivellement (dans la limite de 0.02 m de relevage pour le LRS) et du tracé de la voie (dans la limite de 0.02 m de dressage),
- second niveau : engin affecté aux travaux de ballastage et d'entretien du nivellement (plus important mais plus grossier que le premier niveau) et du dressage des appareils de voie,
- troisième niveau : engin utilisé pour des opérations ponctuelles d'entretien des voies et des appareils de voie ainsi que pour des travaux de mise en œuvre de ballast sur des zones limitées,
- quatrième niveau : engin destiné au calage des traverses après un remplacement.

Quelle que soit la machine utilisée, le principe de l'opération de bourrage réside dans l'enchaînement des étapes suivantes (« cycle de bourrage »), appliquées pour chaque traverse du tronçon de voie en maintenance (cf. FIGURE I.8a), et ayant pour but :

- soulèvement du blochet (par action sur le rail) jusqu'à une hauteur déterminée (hauteur de relevage, entre 0.01 et 0.05 m),
- enfoncement des bourroirs (cf. FIGURE I.8b) dans le ballast par vibrations (vitesse de plongée égale à 1.6-2.5 m.s⁻¹, fréquence entre 35 et 45 Hz) jusqu'à une profondeur telle que la partie inférieure des bourroirs soit en dessous de la traverse,
- serrage des grains (effort de 16 à 19 kN, durée ~1 s) par vibrations et mouvements horizontaux des bourroirs sur une distance déterminée (« course de serrage » égale à 0.005-0.01 m) pour densifier la région sous le blochet,
- remontée des bourroirs, repose du blochet et passage à la traverse suivante.

On peut souligner ici que les vibrations exercées sur le ballast ont pour but d'agiter suffisamment la matière granulaire afin de faciliter l'enfoncement des bourroirs (Azéma, 2007). En effet, comme nous le verrons plus loin, à ces fréquences de sollicitations, le comportement structural des ensembles granulaires se « fluidifie » (Oviedo, 2001).

L'opération de bourrage s'ensuit généralement d'une phase de stabilisation qui peut s'effectuer sous le passage répété de trains circulant temporairement à vitesse réduite ou par un « stabilisateur dynamique ». Celui-ci permet d'accélérer le processus de stabilisation en faisant vibrer la voie horizontalement tout en appliquant une charge verticale, ce qui a pour but de réorganiser les grains afin d'augmenter la résistance latérale de la voie et d'homogénéiser la compacité. La circulation temporaire à vitesse réduite n'est alors plus nécessaire.

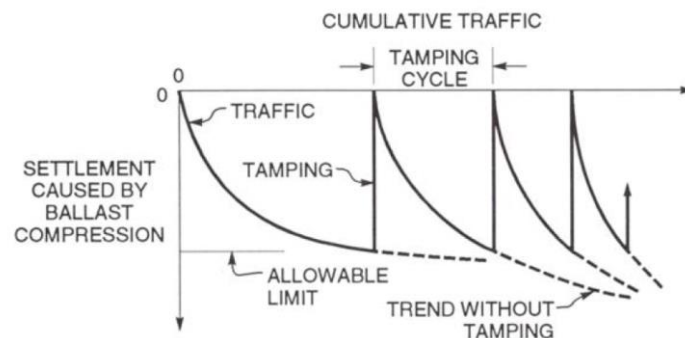


FIGURE I.9 – Evolution schématique du tassement vertical en fonction du trafic cumulé et des opérations de bourrage (« tamping ») (Selig and Waters, 1994).

Il est également à noter que l'opération de bourrage n'est pas sans conséquence. En effet, si elle permet de rétablir la qualité géométrique de la voie (pour environ 4-5 années de trafic, soit ~40-70 millions de tonnes cumulées), elle engendre également une usure des grains sous la violence des chocs induits par l'enfoncement des bourroirs. Cumulées et combinées aux autres facteurs de dégradation, les bourrages entraînent un « vieillissement » du ballast (perte d'angularité des grains, pollution par attrition, décalage de la granulométrie dans les fractions inférieures par fragmentation des granulats, etc.). La qualité géométrique de la voie se détériore alors de plus en plus rapidement après une intervention, tel qu'illustré sur la FIGURE I.9, et il arrive qu'un RVB soit nécessaire (au bout d'environ 20 à 50 ans d'exploitation, soit ~200 à 500 millions de tonnes cumulées d'après Lichtberger (2005)). Le RVB constitue l'intervention la plus lourde à réaliser puisqu'il consiste à remplacer une partie ou la

totalité de la voie (tous ou quelques constituants de l'armement et/ou le ballast) afin de rendre ses performances mécaniques et géométriques d'origine à la voie ; performances que les opérations plus légères ne permettent plus d'obtenir.

I.3 Détérioration géométrique des couches de ballast pour LGV

I.3.1 Tassement du ballast

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, la dégradation d'une voie ferroviaire se manifeste en partie par la perte progressive de sa qualité géométrique. Celle-ci se traduit principalement par le « tassement » vertical (et latéral) de la voie ; *i.e.* par l'apparition de déformations permanentes, relativement faibles au passage d'un bogie, mais qui se cumulent sous la répétition des circulations. Ce tassement est de plus assez hétérogène le long de la voie du fait des irrégularités et des imperfections de la structure (variation de portance de la plate-forme, de compacité du ballast, etc.). On parle alors de « tassement différentiel », pouvant engendrer une augmentation des surcharges dynamiques (cf. « cercle vicieux » évoqué en section I.2.3). D'autre part, il s'avère que globalement le tassement total de la voie est à 50%-70% dû à la couche de ballast comme le montre la FIGURE I.10 en comparaison des sous-couches et de la plate-forme (Ferreira, 2010; Selig and Waters, 1994).

On propose ici de revenir en détails sur les mécanismes liés principalement au tassement du ballast avant de donner, dans la suite, quelques éléments bibliographiques sur les études expérimentales et numériques ayant traité le problème par le passé.

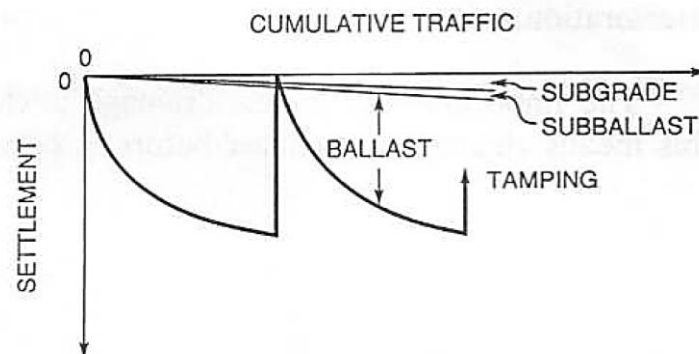


FIGURE I.10 – Proportion schématique du tassement vertical du ballast, des sous-couches et de la plate-forme en fonction du trafic cumulé (Selig and Waters, 1994).

On peut distinguer trois phases successives dans la détérioration géométrique de la couche de ballast (Bodin, 2001; Dahlberg, 2003). La première est liée à la mise en place et à la stabilisation du ballast (stabilisation naturelle par des circulations à vitesse réduite ou dynamique, cf. section I.2.4). Cette étape, intervenant suite à la mise en service d'une voie nouvelle ou après une opération de bourrage sur voie existante, est caractérisée par une rapide évolution des déformations irréversibles au

sein du ballast en lien avec la réorganisation des granulats pour supporter les efforts imposés. Lors de cette période, le ballast gagne en compacité pour atteindre un état de confinement sous traverses relativement dense.

La seconde phase est marquée par une évolution plus lente des déformations permanentes suite à cette première densification du ballast, permettant à la voie de contenir les sollicitations engendrées lors de la période d'exploitation de la ligne. Le tassement du ballast durant cette seconde phase trouve plusieurs origines telles que :

- la réduction du volume occupé par le ballast suite :
 - à la poursuite de la densification sous traverses (plus lente que pour la première phase) par réarrangements des granulats,
 - à la fragmentation des grains de ballast (en deux ou trois parties) due aux sollicitations des véhicules, des opérations de bourrage et de l'environnement (gel/dégel),
 - à la production de particules fines en lien avec l'usure des grains (rupture des arêtes vives entraînant un arrondissement des granulats),
- la lubrification des contacts facilitant le glissement entre particules (due notamment à l'usure des grains et à la pollution du ballast par certains débris et particules fines),
- le poinçonnement local des sous-couches par les grains de ballast,
- le mouvement latéral et/ou longitudinal des blochets pouvant causer la sortie des grains situés sous les traverses,
- la migration des particules des zones les plus chargées vers les régions moins confinées,
- etc.

Comme présenté sur les FIGURE I.9 et FIGURE I.10, ces deux premières phases peuvent se succéder un certain nombre de fois avant que la troisième phase n'intervienne.

Celle-ci est caractérisée par une rapide perte des performances mécaniques et géométriques du ballast (même après une intervention de maintenance), relative à une pollution et/ou une usure des granulats trop importantes et nécessitant un RVB.

Dans la suite de cette section, on propose de présenter les différents moyens possibles, expérimentaux d'abord puis numériques, utilisées par le passé pour l'étude du comportement des voies ferroviaires. Pour chacune de ces démarches, les travaux exposés n'ont pas pour objectif de constituer une synthèse exhaustive des nombreuses recherches que l'on peut trouver dans la littérature.

I.3.2 Approches expérimentales

Dans cette section, on propose de discuter de certaines démarches expérimentales que nous présentons, dans la suite, comme suit :

- les essais triaxiaux,
- les reproductions à échelle réduite de portions de voie en laboratoire et
- les reproductions à échelle réelle.

Essais triaxiaux

Les essais classiques de la mécanique des sols, et notamment l'essai triaxial, présentent une facilité de mise en œuvre (maniabilité, répétabilité, reproductibilité) et un faible coût en comparaison des deux autres moyens mentionnés. En revanche, ils peuvent soulever la question de la

représentativité du comportement des échantillons (Volume Élémentaire Représentatif) testés vis-à-vis du comportement en voie. En effet, comme nous l'avons vu, l'épaisseur de la couche de ballast (équivalente à une dizaine de diamètre de grains) est relativement petite par rapport à ses autres dimensions ; conditions difficiles à reproduire en laboratoire.

Le principe de l'essai triaxial est de soumettre une éprouvette de matériau (en l'occurrence des granulats de ballast), protégée par une membrane étanche, à une pression de confinement (σ_c) appliquée par un fluide sous pression (eau ou huile) et à un déviateur ($q = \sigma_v - \sigma_c$) dans la direction verticale (aussi appelée axiale), σ_v étant la pression verticale totale appliquée. Les déformations axiales et latérales sont alors mesurées et permettent de caractériser le comportement du ballast sous chargement quasi-statique ou cyclique.

Parmi les premiers auteurs à s'être intéressés au comportement du ballast à l'aide de cet essai, on peut notamment citer Shenton (1978) dont le but a été de proposer une première loi d'évolution du tassement (τ) vertical d'échantillons de ballast en fonction du nombre de cycles de chargement effectués (N) :

$$\tau_N = \tau_1[1 + 0.2 \log(N)] \quad (I.1)$$

où τ_N et τ_1 sont respectivement les déformations axiales irréversibles après les cycles N et 1 (le nombre de cycles est comptabilisé après une phase de mise en place de 8 cycles de chargement).

Pour ces essais, les échantillons sont composés de grains de ballast 13/38 *mm* et ont un diamètre de 0.23 *m* (élancement inférieur à 2). Les granulats sont déposés dans un moule cylindrique rigide en quatre fois. Chaque couche est compactée par l'intermédiaire d'un pilon dont le nombre de coups varie en fonction de la compacité désirée, qui va de 0.56 pour les éprouvettes les plus lâches à 0.62 pour les plus denses. Shenton observe que les valeurs de compacité supérieures sont obtenues suite à une rupture des granulats. Les différentes séquences de chargement appliquées permettent d'appliquer un grand nombre de cycle (~ 1 million) et de tester des fréquences comprises entre $f = 0.1$ et 30 *Hz* ainsi que des valeurs maximales de contrainte axiale de 400 *kPa*.

Les résultats montrent qu'à nombre de cycles équivalents, τ_N est moins important si la contrainte axiale augmente progressivement que si elle est appliquée d'emblée dès le début des cycles de chargement. La fréquence de chargement ne semble pas avoir d'influence sur l'évolution des déformations permanentes. On constate avec l'expression de la loi (I.1) que le tassement vertical augmente très rapidement pour les milles premiers cycles de chargement et qu'il ralentit fortement ensuite, et ceci indépendamment de la valeur de τ_1 . Il apparaît également que la valeur de cette déformation après le premier cycle de chargement est fortement dépendante de la compacité initiale des échantillons ; paramètre difficilement contrôlable en voie.

Dans la continuité, Hettler (1984) a également entrepris de réaliser une campagne d'essais triaxiaux afin d'analyser l'influence du type de chargement (statique ou dynamique), de la nature des grains et de la compacité ; l'objectif étant d'établir un lien entre le tassement sous traverse obtenu en voie et celui mesuré à l'appareil triaxial.

Les échantillons testés ont un diamètre de 0.78 *m* et une hauteur de 0.45 *m* et sont composés de granulats de ballast 25/65 *mm*. Différentes roches ont été testés : basalte, diabas, granit, melaphyr et orthogneiss. La procédure de préparation adoptée par Hettler donne des éprouvettes moyennement denses dont la compacité est de l'ordre de 0.43. Les conditions d'essais (contrainte axiale σ_v variant

entre 200 et 400 kPa , contrainte de confinement σ_c entre 30 et 80 kPa) sont telles qu'elles permettent de simuler les sollicitations rencontrées sous une traverse de section 0.24 m^2 au passage d'un train (charge à l'essieu de 8 à 20 T) circulant à une vitesse d'environ 120 $km.h^{-1}$.

Les résultats des essais statiques montrent que l'augmentation de σ_v à σ_c constant entraîne une diminution de l'angle de frottement interne. Si σ_c augmente, Hettler observe une contractance en début d'essai due à la rupture de grains, puis une dilatance engendrée par le glissement des particules.

Les observations faites sur les essais cycliques (pour lesquels une centaine de cycles seulement a été appliquée) permettent de vérifier la loi (I.1) de Shenton (1978). Par ailleurs, Hettler propose de corriger cette loi pour l'adapter à l'évolution du tassement *in situ* :

$$\tau_N = \tau_1 [1 + 0.99 \log(N)] \quad (I.2)$$

L'appareil triaxial a également été utilisé dans le but d'évaluer les propriétés mécaniques des échantillons de ballast ainsi que leur dégradation sous les sollicitations imposées. A cet égard, citons les travaux de Indraratna et al. (2005, 1998) dans lesquels les échantillons testés ont un diamètre de 0.3 m et un élancement de 2. Différentes contraintes déviatoriques et de confinement ont été appliquées.

Dans la première étude (Indraratna et al., 1998), les auteurs ont calculé le module d'Young E et le coefficient de Poisson ν de leurs échantillons sous les différents états de contraintes appliqués. Sous une déformation axiale de l'ordre de 2-3%, les calculs donnent des valeurs initiales de $E_0 = 6 MPa$ et $\nu_0 = 0.4$. Ils remarquent que lorsque la pression de confinement augmente, E augmente et ν diminue. A $\sigma_c = 250 kPa$ par exemple, ils trouvent : $E = 35 MPa$ et $\nu = 0.2$. L'influence de la forme et de la taille des grains, de leur rugosité et leur angularité sur la valeur de l'angle de frottement interne est également mise en évidence et montre une très forte dépendance. A noter que, sur le même principe, Skoglund (2002) a également calculé les propriétés élastiques d'échantillons de ballast pour des états de contraintes plus variés.

La seconde étude révèle que la dégradation des particules peut être divisée en plusieurs zones selon la pression de confinement à laquelle sont soumis les échantillons. Globalement, pour les confinements les plus faibles ($\sigma_c < 30 kPa$), la dégradation des particules est maximale car les déformations axiales et radiales sont les plus importantes. Ceci entraîne une forte attrition par frottement pendant la phase de dilatation. Pour les confinements les plus élevés ($\sigma_c > 75 kPa$), les efforts induits sur les particules sont trop importants et conduisent également à la dégradation des grains par fragmentation. En revanche, cette dégradation est limitée dans une plage de contraintes de confinement intermédiaire ($30 < \sigma_c < 75 kPa$). Les auteurs concluent qu'une légère augmentation de la pression de confinement en voie pourrait permettre de limiter l'usure des grains de ballast.

Lackenby et al. (2007), à l'aide de la même cellule triaxiale, ont montré qu'il existe en fait une plage de confinement « optimale » (*i.e.* entraînant une dégradation minimale) pour chaque niveau de contrainte déviatorique appliquée. Par exemple, pour des déviateurs de 230 et 750 kPa , l'intervalle optimal est respectivement de $\sigma_c \in [15; 65] kPa$ et $\sigma_c \in [50; 140] kPa$. Notons que ces résultats sont confirmés par Aursudkij et al. (2009).

Suiker (2002) s'est également intéressé à l'étude du comportement du ballast, ainsi que du sous-ballast, par une série d'essais triaxiaux statiques et cycliques (1 million de cycles). En ce qui concerne les échantillons de ballast, ceux-ci ont un élancement de 2.53 (diamètre égal à 0.254 m) et sont composés de granulats 10/40 mm (approximativement). La procédure de fabrication des éprouvettes

est similaire à celle utilisée par (Shenton, 1978), à savoir le dépôt et le compactage successif de couches d'égale hauteur.

Les résultats des essais cycliques, en termes de déformations permanentes, montrent bien les différentes phases du tassement, *i.e.* une première phase où la déformation axiale augmente rapidement (stabilisation) puis évolue plus lentement. Après un très grand nombre de cycles et selon le niveau de contraintes imposé, Suiker avance même que les déformations irréversibles mesurées sont si faibles que la réponse de l'échantillon peut être considérée totalement élastique.

Sur la base de ces remarques, l'auteur suggère que la technique de bourrage serait, outre le fait qu'elle provoque une usure des grains de ballast, moins efficace qu'un ajout de granulats directement sous la traverse afin de conserver l'état de compaction *in situ*.

Etudes expérimentales à échelle réduite

Afin de se rapprocher de la géométrie et des conditions de sollicitations ferroviaires (passage d'essieux sur traverses), certains auteurs ont eu recours à des reproductions physiques à échelle réduite de portions de voies en laboratoire. Cette démarche présente également l'avantage d'une mise en œuvre relativement facile, mais suppose de faire un choix sur les lois de similitudes à adopter pour reproduire fidèlement les phénomènes désirés.

La première étude à échelle réduite que nous présentons est celle réalisée à l'échelle 1/3 par Guérin et nommée « Microballast » (Guérin, 1996; Guérin et al., 1999). L'objectif de l'auteur est d'analyser le tassement vertical (τ) (et l'incrément de tassement $d\tau/dN$) de la voie en effectuant des essais pour lesquels, par opposition aux études antérieures, la procédure de bourrage est maîtrisée et les lois de similitudes justifiées (forces divisées par 9 et accélérations multipliées par 3).

Le banc d'essai Microballast est constitué d'une pièce cylindrique en acier, représentant un blochet, noyé dans un tas de ballast (de granulométrie réduite 6/20 mm) reposant sur un tapis d'élastomère ; le tout étant situé dans une caisse de dimensions $0.5 \times 0.5 \times 0.4 \text{ m}^2$. Le protocole expérimental a consisté à déposer le blochet sur une première couche de granulats d'épaisseur 0.1 m compactée, puis à noyer ce blochet par un second déversement du même matériau. Le compactage de l'éprouvette ainsi constituée est réalisé soit par vibrations soit par percussions à sa surface libre. Plusieurs essais de tassement ont été réalisés et ont notamment permis d'évaluer l'influence de la qualité du sol QS (simulée par différentes rigidités d'élastomère), de la charge à l'essieu Q , de la technique de bourrage, du nombre de cycles de chargement N et de la vitesse du train simulée V .

L'observation des résultats met en évidence la présence des deux phases du tassement du ballast évoquées en section I.3.1. La première, marquée par de forts incréments de tassement (densification du ballast), est très sensible aux conditions de bourrage comme le montre la FIGURE I.11 sur laquelle sont tracées les évolutions de τ pour trois essais équivalents. La valeur du tassement vertical à 70000 cycles varie de 2 à 5 mm. Ceci démontre, selon l'auteur, la difficulté d'obtenir un bourrage homogène en voie, pouvant conduire aux tassements différentiels observés *in situ*. D'après Guérin, la phase de bourrage « calibre » le potentiel de réarrangement des granulats. Plus ce potentiel est faible, *i.e.* plus les surfaces de contacts sont importantes, meilleure est la densité d'assemblage du milieu et donc plus faibles seront les déformations irréversibles. Sur la base des mesures de la déflexion élastique d et de la rigidité de voie K (=force/déflexion), Guérin observe que cette première phase prend fin quand ces quantités se stabilisent. Lors de la seconde phase (à partir de 70000 cycles sur la FIGURE I.11), les incréments de τ sont plus faibles et deviennent constants au cours des cycles de chargement (évolution linéaire et pente similaire). Guérin avance que les surfaces de contact entre particules sont alors

maximales, ce qui assure un enchevêtrement des grains optimal réduisant considérablement le potentiel de mobilité des granulats.

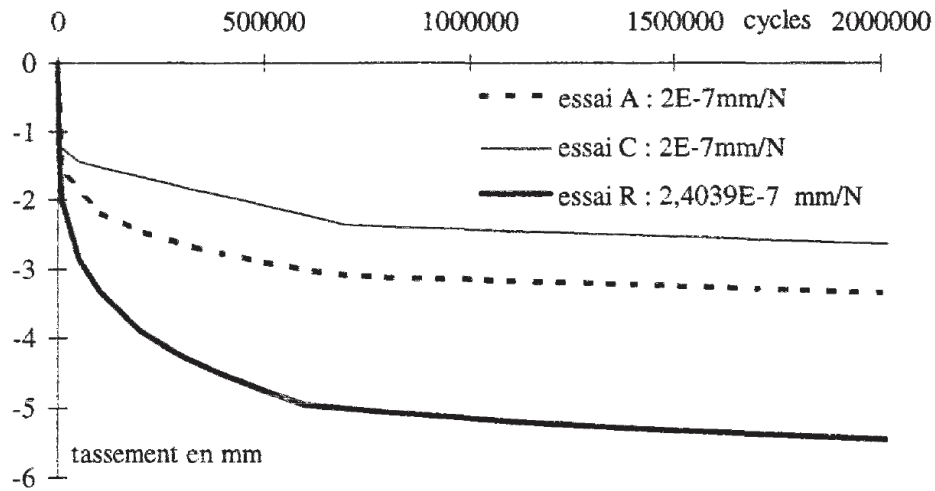


FIGURE I.11 – Tassement mesuré sur 2 millions de cycles par Guérin (1996) pour trois essais similaires ($Q = 17$ T, $V = 250 \text{ km.h}^{-1}$, sol QSI, bourrage par vibrations).

Guérin propose enfin une loi caractérisant l'incrément de tassement sur cette seconde phase du comportement du ballast (après stabilisation) en fonction de la déflexion élastique et l'adapte, suivant les lois de similitudes adoptées, pour une utilisation à échelle réelle :

$$\frac{d\tau}{dN} = \alpha d^\beta \quad (\text{I.3})$$

où $\alpha = 1.437 \times 10^{-6} \text{ mm/cycle}$ et $\beta = 2.51$.

Dans la continuité de cette campagne, Bodin (2001) a utilisé le banc d'essai « BETTER » (Ballast : Essai de Tassement Transversal à Echelle Réduite) dans le but d'analyser le comportement du ballast sous des sollicitations combinées (verticales et transversales). Ce banc d'essai reproduit, également à l'échelle 1/3, une portion de voie ($1.7 \times 0.4 \times 0.5 \text{ m}^3$) composée d'une couche de ballast 6/20 mm, reposant sur un matériau permettant de représenter différentes rigidités de sol (planche de bois ou élastomère). Le chargement est appliqué par l'intermédiaire d'une traverse bi-blocs en béton, noyée dans la couche de ballast. Deux séries d'essais ont été réalisées, pour lesquelles soit le champ de contraintes, soit celui d'accélération est conservé. Pour chacune de ces similitudes, des essais quasi-statiques à faible nombre de cycles et des essais de fatigue (cycliques à grand nombre de cycles) ont été réalisés pour différentes valeurs d'efforts vertical et latéral (représentant à échelle réelle des sollicitations sur traverse de l'ordre de 50 à 110 kN en vertical et de 7 à 60 kN en latéral) et de vitesses de circulation simulées (entre $V = 40$ et 400 km.h^{-1}).

Sur la base des mesures effectuées, Bodin propose d'une part une loi de tassement vertical (similaire à celle de Guérin avec toutefois des coefficients différents) et d'autre part une loi de tassement latéral (propres aux conditions de l'étude menée). Ces deux lois, valable tant que la

fréquence ne désorganise pas le massif de ballast, ont la même forme reliant l'incrément de tassement vertical τ_v ou latéral τ_l par cycle au déplacement élastique respectif d_v ou d_l mesuré. L'auteur étend ces deux lois au cas de voie réelle (échelle 1) avec les coefficients suivants : $\{\alpha_v = 2.1 \times 10^{-6}; \beta_v = 1.17\}$ et $\{\alpha_l = 7 \times 10^{-6}; \beta_l = 1.13\}$.

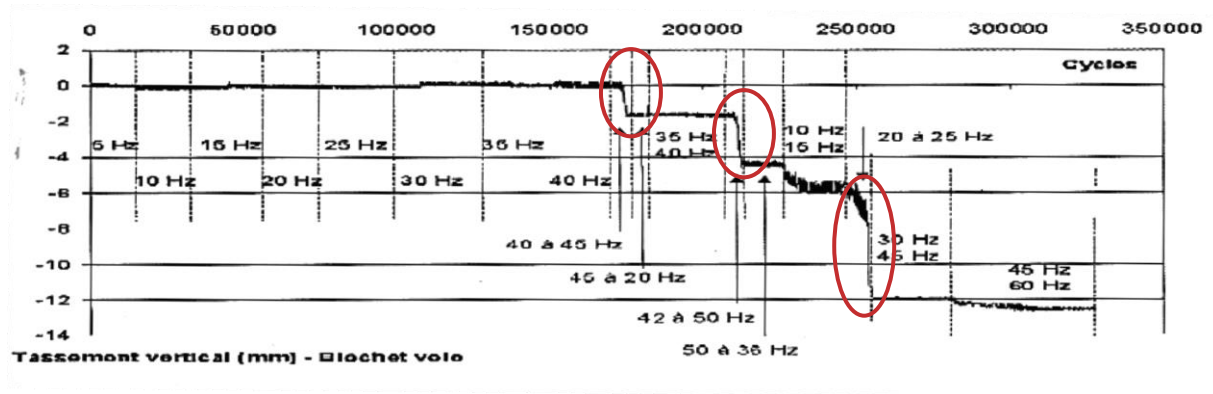


FIGURE I.12 – Tassement vertical mesuré par Bodin (2001) pour différentes séquences de chargement.

Bodin fait également une remarque intéressante sur la modification du comportement du ballast en fonction de la fréquence de chargement appliquée. Elle note en effet que pour des fréquences faibles, l'incrément de tassement reste relativement petit pour les deux séries d'essais (similitude en contraintes et en accélérations). Quand cette fréquence augmente, correspondant approximativement à des vitesses de circulations entre 220 et 280 $km.h^{-1}$ (calculées pour la similitude en accélérations), l'incrément de tassement augmente d'un facteur 100 pour les deux séries. Au-delà, cet incrément ne cesse d'augmenter, témoignant, selon l'auteur, d'un phénomène caractérisé par une fréquence critique plus que de résonnance. Dans le but d'analyser plus en détails ce phénomène, Bodin a réalisé une série d'essais supplémentaires dont les résultats, en termes de tassement vertical, sont présentés sur la FIGURE I.12. On constate que le tassement est relativement constant pour la plupart des séquences de chargement appliquées (dont la fréquence est donnée sur la figure), hormis pour trois d'entre elles où, sur quelques centaines de cycles, le tassement augmente brutalement (zones entourées par des ellipses). Pour ces trois zones, la charge F exercée et la fréquence de sollicitation f sont :

- à 175 000 cycles : $F = 1150$ N et f variant de 40 à 45 Hz,
- à 215 000 cycles : $F = 1150$ N et f variant de 42 à 50 Hz,
- à 250 000 cycles : $F = 5000$ N et f variant de 20 à 25 Hz.

Ces trois zones caractérisent une forte instabilité du ballast, visuellement décrite comme un « écoulement » ou une « liquéfaction » du massif de granulats par l'auteur. Des calculs numériques ont permis d'estimer la valeur de l'accélération critique (dirigée vers le haut) d'un granulat situé sous un blochet à partir de laquelle ces instabilités sont observées : elle est de l'ordre de 14 $m.s^{-2}$.

Sur la base d'un essai à échelle 1/3, appelé « BOUBA » (Bourrage Ballast) et destiné à reproduire l'action du bourrage sur le ballast, Oviedo (2001) fait des remarques similaires sur le comportement du ballast soumis à des sollicitations cycliques. Ces conclusions sont récapitulées dans le TABLEAU I.2. A noter que la plage de fréquence « haute » rejoint celle du bourrage pour lequel la désorganisation du ballast est recherchée. L'essai consiste à appliquer à un échantillon de ballast, de

granulométrie réduite et placé dans une enceinte, une force de serrage latérale ainsi que des sollicitations latérales sinusoïdales (pas de rentrée de bourroirs dans l'échantillon).

TABLEAU I.2 – Comportement du ballast en fonction de la fréquence de sollicitation appliquée (Foret et al., 2003; Oviedo, 2001).

Fréquences	Plage de variations (échelle 1)	Comportement du ballast associé
Faibles	$f < 15 \text{ Hz}$	Solide
Moyennes	$15 < f < 30 \text{ Hz}$	Viscoélastique
Hautes	$30 < f < 45 \text{ Hz}$	« Liquide »

Le banc d'essai BETTER a été par la suite amélioré par Al Shaer afin de représenter plus fidèlement le chargement induit par le passage d'un bogie (Al Shaer, 2005; Al Shaer et al., 2008) : il comporte désormais trois traverses bi-blocs en béton et une sous-couche en GNT d'une épaisseur de 0.6 m. L'objectif de l'auteur est d'établir une loi de tassement vertical reliant l'incrément de tassement à un paramètre dynamique (tel que l'accélération) et valable pour de grandes vitesses de circulation (pour lesquelles le massif de ballast est susceptible de se désorganiser). Il adopte pour cela une loi de similitude en accélérations. Trois types d'essais ont été envisagés, chacun étant composé de plusieurs séquences de 200000 cycles de chargement (chacune) pour lesquelles la vitesse de roulement varie entre 160 et 400 km.h^{-1} :

- « essai de comparaison 3 vérins/1 vérin » : évaluation de l'effet de la charge mobile sur le tassement de la traverse centrale.
- « essai typique » : évaluation de l'effet de la vitesse sur le tassement.
- « essai à accélération contrôlée » : évaluation de la sensibilité du tassement vertical aux changements de vitesses.

Avec les résultats du premier type d'essais, Al Shaer remarque que plus la vitesse est élevée et plus le tassement est important. L'incrément de tassement sous la traverse centrale pour les essais à trois vérins est 2 à 4 fois supérieur à celui observé pour un seul vérin pour des vitesses inférieures à 320 km.h^{-1} , et 10 fois supérieur pour 400 km.h^{-1} . Les accélérations verticales mesurées sur les blochets et dans le ballast sont aussi plus élevées pour la sollicitation avec trois vérins plutôt qu'un seul ; une augmentation significative de ces accélérations (vers le haut et vers le bas) étant observée pour des vitesses supérieures à 320 km.h^{-1} .

Concernant les essais typiques, on constate que l'incrément de tassement ainsi que la déflexion de la traverse centrale augmente en fonction de la vitesse et assez fortement à mesure que l'on dépasse les 320 km.h^{-1} . Al Shaer observe donc également une accélération critique au-delà de laquelle les incréments de tassement deviennent très importants ; ces accélérations étant obtenues pour de grandes vitesses de charges. A cause de la forte dispersion de ces résultats d'incrément de tassement pour des valeurs d'accélérations élevées, l'auteur conclut qu'il ne peut établir avec une bonne corrélation une loi reliant ces deux quantités. Il choisit donc d'étudier la dispersion de ces résultats en faisant intervenir les écart-types des quantités considérées (déplacements, accélérations, incréments de tassement).

Avec la même optique que celle d'Al Shaer, Karrech (2007) a proposé la loi de tassement suivante :

$$\tau_N = \alpha + \beta \ln(N) \quad (I.4)$$

pour laquelle le coefficient α représente le tassement à la suite du premier cycle de chargement et β exprime la vitesse incrémentale de tassement. Karrech observe que cette vitesse de tassement est fortement corrélée avec l'accélération Γ du blochet et établit la relation linéaire ci-dessous :

$$\beta = A + B\Gamma \quad (I.5)$$

où les paramètres $\{A; B\}$ prennent des valeurs différentes en fonction de Γ et du mode de confinement des éprouvettes testés, tel que le montre la FIGURE I.13 pour : (a) des échantillons complètement confinés (le blochet recouvre toute la surface supérieure du ballast) et (b) des échantillons partiellement confinés (le blochet recouvre partiellement la surface du ballast). Dans ce second cas, plus proche du mode de sollicitation en voie, on remarque qu'à partir d'une accélération critique ($\Gamma_{cr} \approx 1.4g$, similaire à celle mise en évidence par Bodin (2001)), la vitesse de tassement augmente rapidement avec l'accélération du blochet.

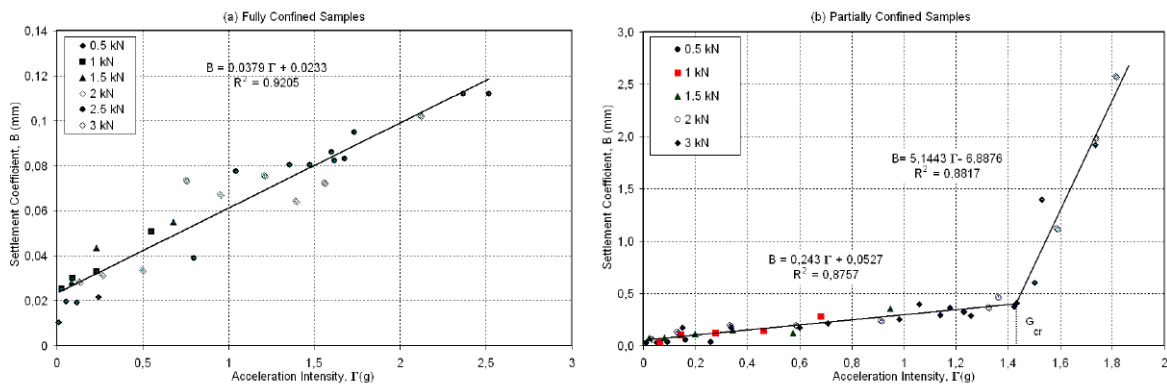


FIGURE I.13 – Evolution de la vitesse incrémentale de tassement B en fonction de l'accélération du blochet Γ et du type de confinement de l'éprouvette : (a) complètement ou (b) partiellement confinée (Karrech, 2007).

Etudes expérimentales à échelle réelle

Devant les difficultés causées par le choix des lois de similitudes à adopter pour la reproduction de voie à échelle réduite, une solution possible est de réaliser des modélisations physiques de portions de voie à échelle réelle. Ce type de démarche présente l'avantage d'être (sous couvert des paramètres de l'essai) plus proche du comportement du ballast *in situ*, mais s'avère plus difficile à mettre en œuvre et plus coûteuse que les deux premières et donc plus rare.

Sur la base de l'analyse de certains essais réalisés à l'Ifsttar-Nantes (ex LCPC-Nantes), Al Shaer tente de valider les lois de tassement établies par Guérin et Bodin et de les étendre pour des vitesses plus élevées ($V > 350 \text{ km.h}^{-1}$) (Al Shaer, 2005; Al Shaer et al., 2005). Les essais réalisés à échelle 1 ont consisté à solliciter des éprouvettes de forme axisymétrique (diamètre d'environ 3.5 m),

composées d'un blochet conique noyé dans une couche de ballast d'une épaisseur de 0.3 m (sous blochet) ; le tout reposant sur un support différent selon l'essai envisagé :

- « essai de référence » : couche d'élastomère représentant un sol de 100 MPa,
- « essai avec plate-forme » : sous-couche de 0.2 m d'épaisseur plus un sol de 0.8 m d'épaisseur (trois types de sol considérés : GNT de module égal à 200 MPa, sable argileux de 100 MPa ou limon de 50 MPa).

Pour chaque série d'essais (*i.e.* un essai de référence et trois essais avec plate-forme avec chacun un type de sol), une dizaine de séquences de chargement sont programmées (10 millions de cycles effectués pour chacune). Les vitesses testées varient entre 160 et 400 km.h⁻¹. Pour les essais avec plate-forme, des tests préliminaires (« essai sur plate-forme ») sont effectués afin d'identifier le comportement des sols considérés. Les tassements obtenus dans cette campagne expérimentale sont plus importants que ceux prédits par la loi de Bodin (ceci est peut-être dû aux effets d'échelle, à la présence du sol dans les essais à échelle réelle du LCPC et au nombre de cycles effectués). Pour les vitesses supérieures à 350 km.h⁻¹, l'auteur montre la nécessité de prendre en compte l'accélération dans la loi de tassement vertical.

Plus récemment, Quezada (2012) a réalisé une reproduction d'une portion de voie (dans un coffrage de section 4.11 × 1.5 m²) constituée de deux traverses monobloc M450 en béton, reliées par deux morceaux de rail UIC60 (sur lesquels le chargement est appliqué) et noyées dans une couche de ballast d'une épaisseur de 0.4 m (sous traverses). Selon les essais, le ballast repose sur une sous-couche composée soit d'une plaque en bois « rigide » ($E = 500 \text{ MPa}$) soit d'un élastomère « souple » (représentant une sous-couche de module équivalent $E = 12.2 \text{ MPa}$). Une étape de chargement quasi-statique est appliquée pour stabiliser le ballast. Les caractéristiques des séquences de chargement cycliques effectuées varient entre : 194 et 272 kN pour la force verticale et 3.3 et 8 Hz pour la fréquence. L'objectif de l'auteur a été d'établir une relation permettant de prévoir le tassement vertical et sa variabilité en fonction des différents paramètres de l'essai. Quezada propose une loi de tassement sous la forme suivante :

$$\tau_N = \tau_\infty \left[1 - \frac{1}{1 + B \ln \left(1 + \frac{N}{N_0} \right)} \right] \quad (\text{I.6})$$

où τ_∞ est la valeur asymptotique de la courbe de tassement, N_0 caractérise la pente à l'origine de cette courbe et B régit le niveau de tassement en fin de phase de stabilisation. Quezada a ensuite relié ces paramètres à l'intensité Γ des vibrations mesurées :

$$\Gamma = \frac{A\omega^2}{\frac{pd^2}{m} + g} \quad (\text{I.7})$$

avec g représente l'accélération de la pesanteur, A et ω l'amplitude et la fréquence des vibrations, p la contrainte appliquée par la traverse sur le ballast et m et d la masse et le diamètre moyen d'un grain de ballast.

I.3.3 Approches analytiques et numériques

Toujours en lien avec l'étude du comportement des voies ferroviaires, nous présentons ici plusieurs études (semi-)analytiques et numériques réalisées auparavant. Tout comme la section précédente, cette partie a simplement pour but d'illustrer les différentes démarches possibles à l'aide de certains travaux, basés sur des hypothèses de modélisation (de la structure et des sollicitations) plus ou moins élaborées. On propose de regrouper ces différentes études comme suit dans la suite de cette section :

- approches (semi-)analytiques,
- approches par la Méthode des Eléments Finis (MEF) et
- approches par la Méthode des Eléments Discrets (MED).

Approches (semi-)analytiques

Les approches (semi-)analytiques sont utilisées pour l'étude de problèmes linéaires à géométrie simple, et requièrent donc des temps de calcul relativement courts en comparaison des deux autres approches. Elles sont généralement employées pour le calcul rapide de la réponse dynamique de voies ferroviaires et représentent la structure ferroviaire de manière assez simplifiée.

Parmi les plus simples (modèle 1D), on peut notamment citer les modèles composés de poutres d'Euler-Bernoulli (modélisant les rails) reposant sur une fondation de Winkler (distribution continue de ressorts élastiques représentant un sol équivalent). Le chargement induit par une roue de bogie sur la poutre est modélisée par l'application de forces d'amplitude constante se déplaçant à vitesse constante. On pourra trouver une description relativement détaillée de ce type de modélisations dans Frýba (1999) pour un large intervalle de vitesse.

Dans d'autres travaux, la fondation de Winkler est remplacée par un demi-espace élastique (3D). La poutre d'Euler-Bernoulli repose donc de manière continue sur ce massif semi-infini. Citons par exemple les études menées par Filippov (1961) et (Krylov, 1995) dont le but est d'estimer les vibrations induites dans le sol par le passage de véhicules ferroviaires circulant à grande vitesse. Afin de prendre en compte la discontinuité des appuis des traverses, Krylov propose d'évaluer les efforts engendrés au niveau des traverses par un calcul quasi-stationnaire sur la base d'un modèle simplifié poutre-Winkler et de les appliquer directement à la surface du massif. Il observe que les vibrations engendrées dans le massif à vitesse très élevée ($>$ célérité des ondes de Rayleigh) sont très grandes par rapport à celles obtenues aux vitesses commerciales.

Metrikine and Popp (1999) élaborent le premier modèle de voie non-homogène dans la direction de roulement en faisant reposer périodiquement une poutre d'Euler-Bernoulli sur des appuis fixés à la surface d'un demi-espace élastique (contact supposé permanent). Ils montrent notamment que les résultats calculés avec ce modèle sont très proches de ceux obtenus avec un modèle homogénéisé de voie pour lequel le contact poutre/massif est rendu continu. Ces résultats sont confirmés par ceux de Vostroukhov and Metrikine (2003) qui considèrent, en place du massif semi-infini, une couche viscoélastique (modèle de Kelvin-Voigt) d'épaisseur finie reposant sur un support indéformable.

Un autre moyen de modélisation analytique des voies ferroviaires est l'approche « multi-corps » pour laquelle les éléments de la structure (et du matériel roulant) sont représentés par des systèmes de masses-ressorts-amortisseurs. Cette approche est en général utilisée pour étudier les problèmes d'interaction dynamique entre le passage de véhicule sur le rail et la voie.

Parmi les travaux basés sur ce type d'approche, on peut par exemple citer ceux de Nielsen and Igeland (1995) dans lesquels le comportement de la voie est considéré linéaire tandis que celui du véhicule mobile est pris non-linéaire (loi de Hertz pour le contact roue/rail). L'objectif de ces auteurs a été d'étudier les effets dynamiques engendrés par la présence de trois types d'irrégularités de la voie : défaut sinusoïdal de surface du rail, méplat de roue et traverse danseuse.

Zhai s'est également penché les problèmes d'interaction dynamique en présence d'irrégularités au niveau du contact roue/rail (Zhai and Cai, 1997; Zhai et al., 2004). Le modèle qu'il propose, illustré sur la FIGURE I.14a, permet de prendre en compte les effets « d'emboîtement » des granulats du ballast (effets de cisaillement) par l'intermédiaire d'un ressort et d'un amortisseur entre les masses adjacentes représentant le ballast. Ils montrent en particulier que la réponse dynamique de la structure est fortement amplifiée au passage des irrégularités considérées.

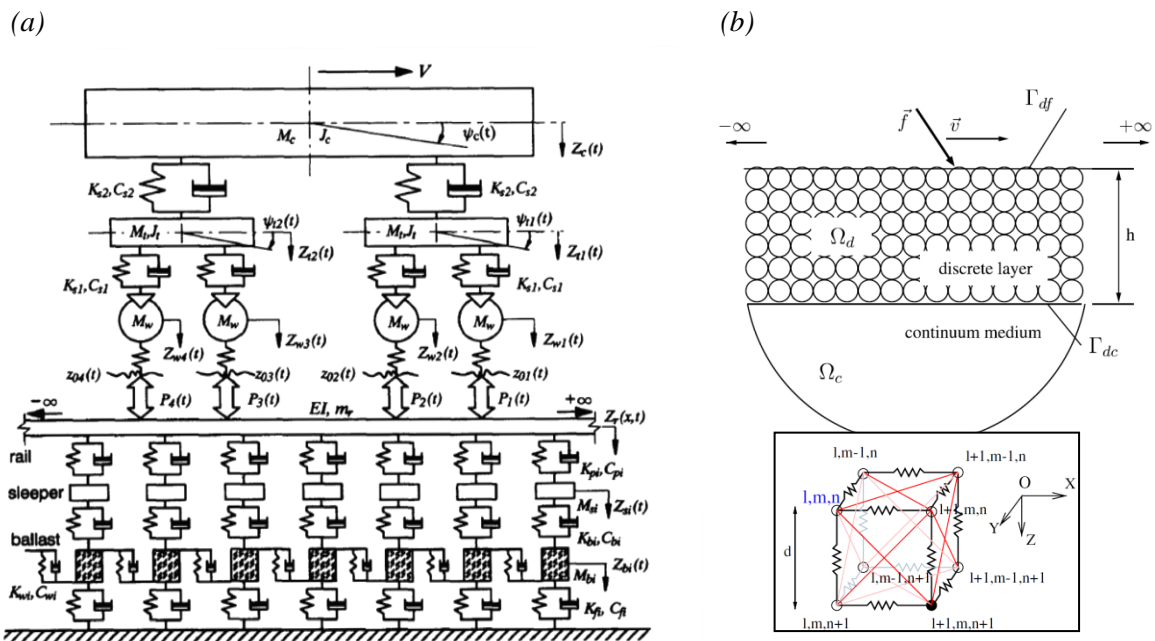


FIGURE I.14 – (a) Modèle « multi-corps » de véhicule et de voie considéré par Zhai and Cai (1997). (b) « Lattice model » proposé par (Ricci et al., 2005).

Afin de mieux considérer la nature granulaire du ballast, une dernière approche (analytique) consiste à représenter ces couches par un réseau organisé (« lattice-model ») de masses indéformables (grains de ballast), disposées aux sommets de cellules cubiques dont le côté représente le diamètre supposé des granulats (cf. FIGURE I.14b). Les contacts entre masses sont modélisés par des ressorts avec une rigidité différente selon si la liaison se trouve le long d'une arête ou d'une diagonale de face.

Ce type de modélisation a été initialement développée par Suiker (2002) en 2D pour analyser la propagation des ondes dans un tel un milieu discrétisé, d'épaisseur finie et dont la base est fixée. Par la suite, une extension de ce modèle au cas 3D a été proposée par Ricci (Ricci, 2006; Ricci et al., 2005) ; extension pour laquelle la couche de ballast discrétisée repose sur un demi-espace élastique. Ces deux auteurs montrent que, pour un diamètre de grains très proche de zéro, les résultats des calculs sont

équivalents à ceux d'une approche continue. Les résultats de calculs de Ricci montrent également que les accélérations verticales dans le ballast augmentent avec la diminution du module du massif.

Approches par Éléments Finis

Une autre approche possible pour l'étude du comportement des voies ferroviaires est d'utiliser des méthodes numériques, permettant de prendre en compte des géométries de voie et des comportements mécaniques plus élaborés ; mais conduisant à des temps de simulations plus grands que les approches analytiques.

La première dont nous discutons ici est la Méthode par Éléments Finis (FEM pour Finite Element Method). La démarche consiste à représenter les constituants de la voie en milieux « continus » et à les discrétiser suffisamment finement (maillage) pour permettre une bonne représentation des phénomènes physiques (propagation des ondes par exemple). L'approximation « continue » de certains constituants de la voie, de nature plutôt « discontinue », tels que les couches granulaires est expliquée par le fait que le diamètre des grains est très inférieur aux dimensions de ces couches.

Une des premières utilisations de la FEM dans le domaine ferroviaire a été réalisée par Profillidis dans le but d'analyser le comportement de la voie ferrée et de sa fondation (Profillidis, 1983; Profillidis and Humbert, 1986). Il s'est d'abord penché sur la modélisation des essais réalisés à Derby par les Chemins de Fer Britanniques pour laquelle, par symétrie, seulement un quart de voie est considéré (armement, assise et plate-forme) et où les couches granulaires sont supposées élastoplastiques (critère de Drucker-Prager). Profillidis s'est également servi de ce modèle EF dans le but d'optimiser le dimensionnement des couches d'assise pour différents paramètres de la voie (type de traverses, qualité du sol, élasticité de la semelle rail/traverse).

Bodin (2001) s'est également appuyée sur des modélisations EF de ses essais effectués à échelle réduite dans le but d'estimer les caractéristiques mécaniques (supposées élastiques) du ballast testé par identification inverse, basée sur la comparaison des résultats essais/simulations. Ces calculs ont notamment permis de montrer que le module d'Young de la couche de ballast varie fortement selon la compaction du matériau (*i.e.* en fonction de sa position : sous ou entre blochets) et la similitude considérée : le matériau ballast est donc fortement non-linéaire. Par exemple, l'auteur obtient les valeurs suivantes de module d'Young E et de coefficient de Poisson ν pour un chargement de 17 T à échelle réelle :

- similitude en contrainte (force de 4060 N) : $E = 200 \text{ MPa}$ et $\nu = 0.4$ pour le ballast compacté et $E = 8 \text{ MPa}$ et $\nu = 0.2$ pour le ballast peu compacté,
- similitude en accélération (force de 1350 N) : $E = 90 \text{ MPa}$ et $\nu = 0.4$ pour le ballast compacté et $E = 3.6 \text{ MPa}$ et $\nu = 0.2$ pour le ballast peu compacté.

Sur la base de ce constat, Bodin réalise une modélisation EF d'une portion de voie constituée de deux files de rails reposant sur une quinzaine de traverses positionnées sur une couche de ballast « bi-matériau » et une structure d'assise (plate-forme d'épaisseur finie égale à 4 ou 8 m). Les dimensions de la voie dans les directions longitudinales et transversales sont telles qu'elles permettent de limiter les effets de bords. Les résultats montrent qu'un tel modèle (avec ballast compacté ou non selon la région considérée) approxime assez bien les déflexions mesurées en voie au passage d'un bogie.

Une partie des travaux d'Abdelkrim (2004) a également porté sur la modélisation EF (en 2D) des essais à échelle 1/3 de Bodin. Ces simulations ont permis à l'auteur de valider une procédure de calcul numérique du comportement à long terme de la couche de ballast (et des infrastructures de transport plus généralement).

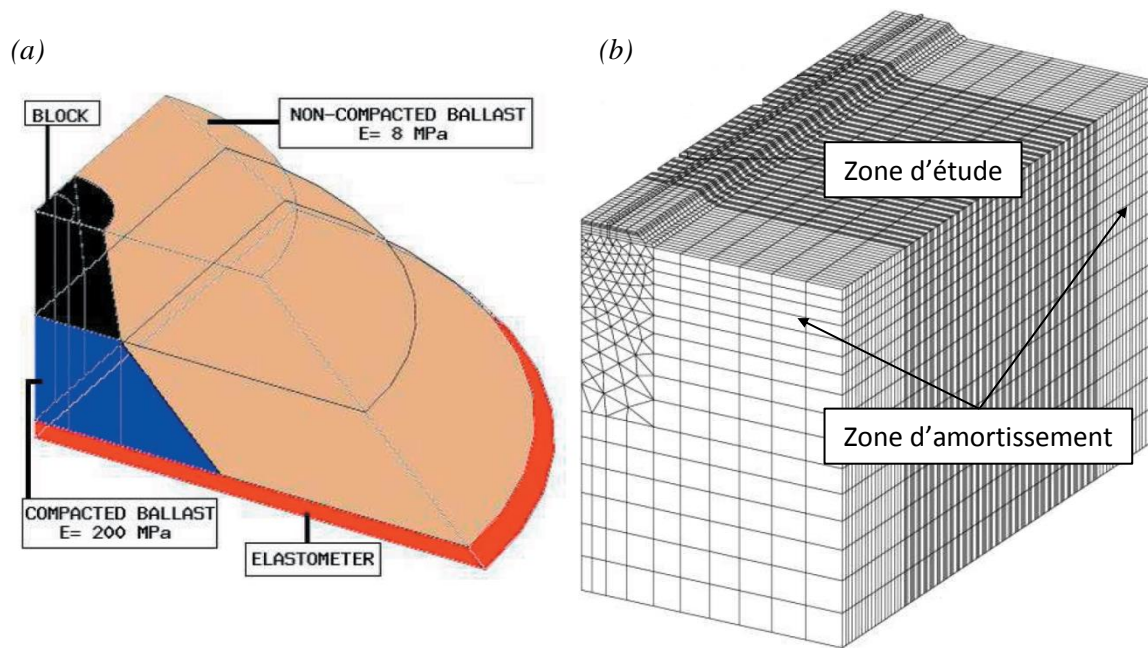


FIGURE I.15 – (a) Modélisation EF des essais réalisés à échelle réelle à l'Ifsttar-Nantes avec un ballast « bi-matériau » (Al Shaer et al., 2005). (b) Maillage du modèle EF avec éléments d'amortissement (Al Shaer, 2005).

S'appuyant sur les conclusions de Bodin, Al Shaer utilise également un modèle EF 3D où le ballast est représenté par un « bi-matériau » (compacté sous traverse (block) ou non ailleurs, cf. FIGURE I.15a) pour simuler les essais réalisés à échelle réelle à l'Ifsttar-Nantes (Al Shaer, 2005; Al Shaer et al., 2005). Il observe que les résultats de simulations approximent relativement bien les mesures effectuées. Al Shaer réalise aussi une étude par EF d'une portion de voie à grandes dimensions (cf. FIGURE I.15b) avec l'objectif de comparer ses résultats d'essais à échelle réduite avec ceux de ces modélisations de « voie réelle ». Dans le but d'éviter les problèmes de réflexion d'ondes aux bords du maillage, il utilise des éléments à fort amortissement. Les résultats de calculs montrent en particulier que les accélérations verticales calculées en base de blochets sont très sensibles à la vitesse de chargement (V). Elles sont respectivement égales à ± 0.8 et $\pm 6 \text{ m.s}^{-2}$ (amplitudes similaires vers le haut et vers le bas) pour $V = 25$ et 100 m.s^{-1} .

On peut aussi citer les simulations EF 3D réalisées par Nguyen (2002) dans lesquelles le rail est directement posé sur un massif constitué du ballast (d'une épaisseur de 0.3 m) et de la plate-forme ($E = 100 \text{ MPa}$). L'objectif de l'auteur a été de comparer les résultats de différentes simulations pour lesquelles le comportement mécanique du ballast est pris élastique linéaire ($E = 130 \text{ MPa}$), élastique non-linéaire, élastique unilatéral (pas de reprise en traction) linéaire ou non-linéaire. Pour une vitesse de charge égale à 50 m.s^{-1} , les résultats montrent que les cas de comportement unilatéral linéaire et non-linéaire donnent respectivement de plus grands déplacements verticaux et accélérations verticales (pouvant dépasser l'accélération de la pesanteur vers le haut) en milieu de couche de ballast (sous l'axe du rail) que les cas élastiques linéaires et non-linéaires ; les valeurs des cas non-linéaires étant par ailleurs supérieures à celles des cas linéaires.

Il est également à souligner que, plus récemment, de nouveaux types de modalisations sont apparus. Citons par exemple les modèles basés sur l'hypothèse de périodicité de la voie (dans la

direction de roulement), pour lesquels le problème est ramené à l'étude d'une cellule générique, tel que ceux développés par Araujo (2010) ou encore Chebli et al. (2008). Ce dernier s'appuie également sur un couplage entre la FEM et la Boundary Element Method (BEM) pour la représentation d'un sol infini, tout comme les modélisations réalisées par O'Brien and Rizos (2005). Dans la lignée des recherches effectuées par Quezada (2012) sur la variabilité de l'évolution du tassement des voies ferroviaires, notons enfin que des approches probabilistes ont aussi vu le jour, se basant sur la Méthode des Eléments Finis Stochastiques (Rhayma, 2010).

Approches par Eléments Discrets

Une seconde approche numérique possible pour l'étude des voies ferroviaires se base sur l'utilisation des Méthodes par Eléments Discrets (DEM pour Discrete Element Method). Ce type de méthodes considère indépendamment chaque grain du milieu, contrairement aux approches « continues », et permet d'étudier le comportement quasi-statique ou dynamique d'une collection de corps, supposés rigides ou indéformables. Les interactions entre particules sont gérées de manière différente selon les méthodes mises en œuvre, que l'on peut séparer en deux catégories (Hoang, 2011). On les aborde succinctement dans la suite et on les illustre, comme précédemment, par quelques travaux issus de la littérature.

La première catégorie regroupe les méthodes « régulières » (Smooth Methods), telles que la Distinct Element Method (aussi désignée par DEM) développée par Cundall and Strack (1979) ou encore la Dynamique Moléculaire (MD pour Molecular Dynamic). Ces méthodes sont basées sur des approximations régularisantes des relations exprimant le contact entre deux particules, le plus souvent considérées indéformables mais pouvant s'interpénétrer légèrement (contact élastique linéaire ou non). Des lois de comportement du contact sont alors utilisées pour relier les interpénétrations aux efforts d'interaction entre grains. Ce type de méthodes exige donc de discrétiser le temps suffisamment finement, de manière à ce que le pas de temps soit largement inférieur à la durée d'un contact. Dans le cas de simulations dynamiques d'assemblages granulaires tels que le ballast, constitués d'un nombre important de grains en contact, cette exigence peut conduire à des pas de temps très faibles et donc à des temps de calculs relativement longs.

L'utilisation de la DEM de Cundall a par exemple été faite par Oviedo (2001) dans le but de simuler à l'aide de particules polygonales (de forme aléatoire) ses essais « BOUBA » réalisés à échelle 1/3. Les résultats des simulations confirment qualitativement les trois types de comportement du ballast observé expérimentalement en fonction de la fréquence de sollicitation : solide à faible fréquence, viscoélastique à moyennes fréquences et « liquide » à haute fréquences.

A l'aide de la même méthode, Lobo-Guerrero and Vallejo (2006) se sont intéressés aux problèmes de tenue de voie en présence de ruptures de grains causées par des sollicitations cycliques. Le modèle de voie, illustré sur la FIGURE I.16b, est constitué d'une portion de rail fixé à trois traverses et d'un assemblage de disques rigides (pour la première modélisation) ou susceptibles, sous les sollicitations appliquées (200 cycles de chargement d'amplitude égale à 62 kN appliqué par l'intermédiaire du rail), de se fragmenter en huit disques de diamètres inférieurs (pour la seconde, cf. FIGURE I.16a).

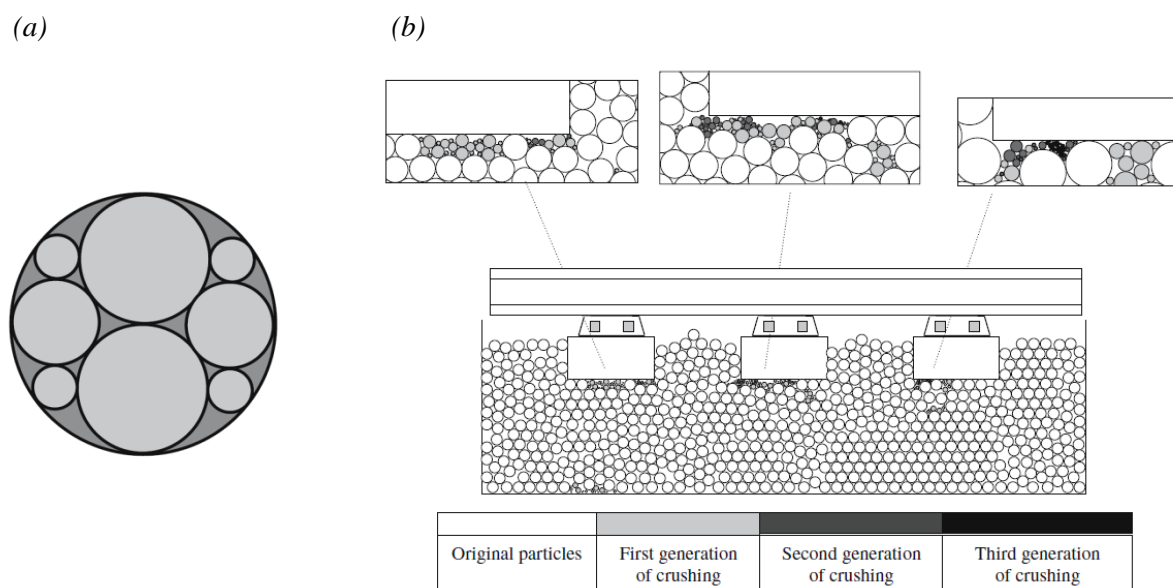


FIGURE I.16 – (a) Modèle de particule fragmentable. (b) Modélisation d'une portion de voie composée d'un assemblage de telles particules, après 200 cycles de chargement effectués (Lobo-Guerrero and Vallejo, 2006).

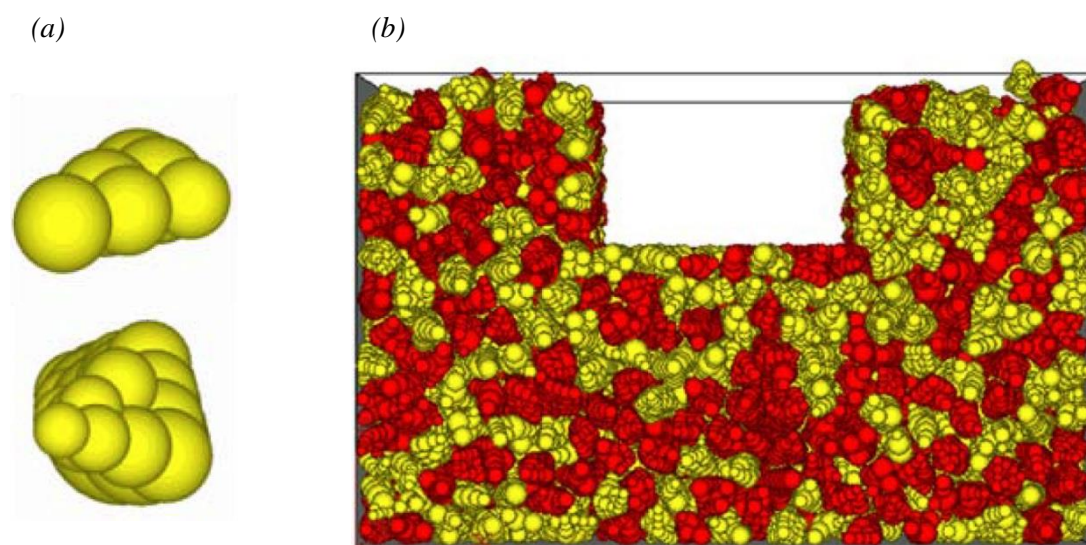


FIGURE I.17 – (a) Exemples de modèles de grains constitués d'agglomérats de sphères. (b) Modélisation d'un assemblage de telles particules soumis à un blochet, représenté par la région « vide » (Lu and McDowell, 2007).

La comparaison des résultats de ces deux simulations met en évidence l'effet de la fragmentation des grains de ballast dans l'évolution du tassement. Si la première phase (densification jusqu'à environ 50 cycles), principalement liée à la réorganisation des grains, est similaire dans les deux modélisations, il apparaît que les incréments de tassement lors de la seconde phase (de 50 à 200 cycles) sont plus grands pour le cas des particules « fragmentables » que pour le cas des rigides. On peut toutefois souligner que la méthode de fragmentation utilisée par ces auteurs crée des « vides supplémentaires » qui affectent sans doute la réponse du matériau.

Toujours en utilisant la DEM de Cundall, Lim and McDowell (2005) et Lu and McDowell (2007) ont analysé l'influence de la forme des grains de ballast, constitués de particules sphériques ou d'agglomérats (« clusters ») de sphères (cf. FIGURE I.17a), sur le tassement vertical d'un blochet reposant sur un assemblage de telles particules et soumis à un chargement vertical sinusoïdal par l'intermédiaire d'un blochet (cf. FIGURE I.17b). Les résultats montrent, par comparaison des deux simulations avec sphères ou clusters, que le tassement est largement plus important pour les premières que pour les secondes où la forme des grains, anguleuse et plus proche de la géométrie réelle des grains de ballast, limite davantage la rotation et les déplacements des particules. Avec le même type d'approche, Lu and McDowell (2010) ont également montré que le tassement est lié à l'usure des grains de ballast, modélisés par des assemblages granulaires composés d'agglomérats de sphères et d'aspérités (sphères de très faible diamètre) pouvant se détacher sous les conditions de chargement monotones ou triaxiales cycliques appliquées.

La seconde catégorie de méthodes regroupe les démarches dites « non-régulières » telles que Non-Smooth Contact Dynamics (NSCD) développée par Jean (1999) et Moreau (1999). La NSCD est basée sur l'hypothèse de non-interpénétration des corps de la collection, supposés rigides ou déformables, et pour lesquels les interactions sont gérées par des lois à seuil :

- la loi de Signorini-Coulomb, exprimant l'unilatéralité du contact frottant (*i.e.* la condition de non-interpénétration) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta > 0, \quad r = 0 \\ \delta = 0, \quad 0 \leq v_n \perp r_n \geq 0 \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} \|v_t\| = 0, \quad \|r_t\| \leq \mu r_n \\ \|v_t\| \neq 0, \quad r_t = -\mu r_n v_t / \|v_t\| \end{array} \right. \quad (I.8)$$

où δ représente l'interstice entre deux particules, v et r la vitesse relative et l'impulsion, μ le coefficient de frottement et les indices n et t les composantes normale et tangentielle du repère local (du contact),

- la loi de restitution de Newton, modélisant le choc entre particules, en reliant la vitesse avant (−) et après (+) collision :

$$v_n^+ = -e v_n^-, \quad \forall e \in [0,1] \quad (I.9)$$

avec e le coefficient de restitution.

Ces lois confèrent le caractère « non-régulier » de la méthode qui nécessite l'emploi de schémas de résolution itératif tel que celui de Gauss-Seidel. Bien que l'approche NSCD soit basée sur l'hypothèse d'unilatéralité des contacts, il arrive qu'en pratique (à cause de la discrétisation en temps du problème et des lois en vitesses) on puisse observer des interpénétrations. Celles-ci sont alors considérées comme une « violation » et sont donc à éliminer. Afin d'évaluer la qualité des simulations réalisées, différents « critères » peuvent être analysés (Hoang, 2011; Quezada, 2012; Saussine, 2004), parmi lesquels on peut notamment citer :

- la convergence des schémas itératifs de résolution (nombre d'itérations de Gauss-Seidel)
- la quantité du volume interpénétré, *i.e.* le pourcentage des erreurs en volume, que l'on peut considérer acceptable quand elle représente moins de 2% du volume total occupé par les particules,
- le nombre de coordination caractérisant le nombre de contacts moyen par grains,
- le paramètre d'inertie définissant le régime du système (statique, quasi-statique ou dynamique)

L'approche NSCD a par exemple été employée par Saussine (2004) qui a proposé de multiples cas d'application dans le domaine ferroviaire.

Des premières simulations 2D permettent de retrouver avec une bonne correspondance les résultats de tassements obtenus expérimentalement pour des assemblages de prismes pentagonaux soumis à des sollicitations cycliques par l'intermédiaire d'un blochet (cf. FIGURE I.18a (haut)). Les résultats de ces modélisations montrent également certains mécanismes de migrations de granulats au cours d'un cycle de chargement. Sur la FIGURE I.18a (bas), on observe une descente des grains en contact avec le blochet, chassant les granulats à proximité vers l'extérieur de ces zones chargées. Les micro-réarrangements et les recirculations ainsi observés, combinés à un grand nombre de cycles et aux crises dynamiques moins nombreuses mais beaucoup plus brutales, pourraient expliquer la détérioration géométrique du ballast.

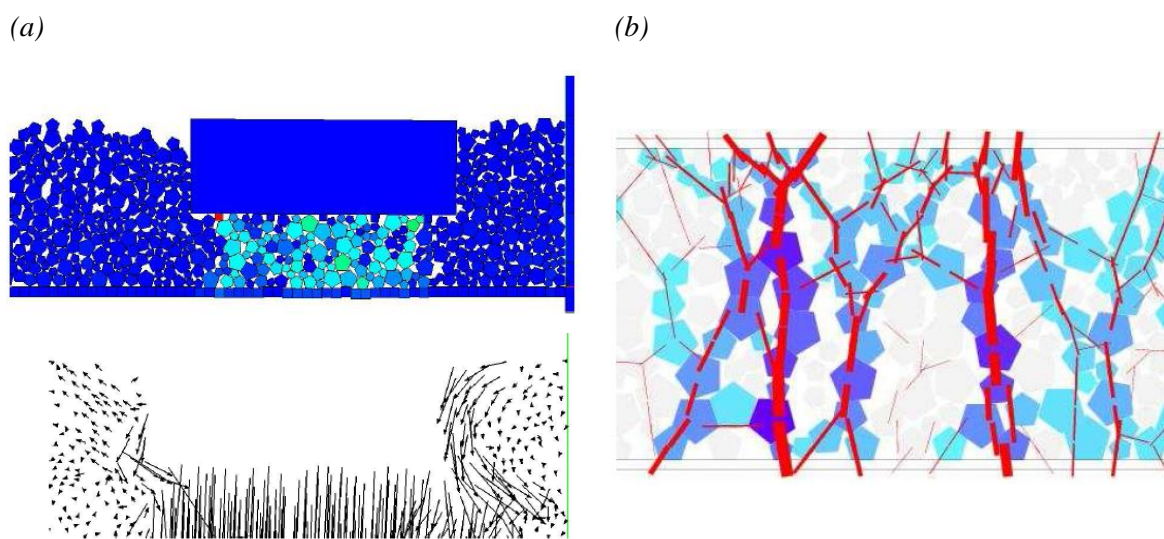


FIGURE I.18 – (a) Simulations 2D sur des assemblages de pentagones : chaînes de forces (haut) et migrations de grains (bas). (b) Structures Rigides Localisées en couche mince granulaire (Saussine, 2004).

Une seconde série de simulations a eu pour objectif d'analyser l'influence de la fréquence de sollicitation sur le comportement du ballast. Les échantillons 2D sont constitués d'un blochet reposant sur une faible épaisseur de particules polygonales en contact avec un support viscoélastique. Les sollicitations appliquées (fréquences et charges) sont censées représenter celles de TGV passant à des vitesses comprises entre 216 et 334 $km.h^{-1}$. On constate que l'augmentation de la vitesse de circulation (passant de la vitesse la plus faible à une vitesse supérieure à un instant donné) entraîne de plus grandes déflexions verticales du blochet, conduisant à d'importants incréments de tassement sur quelques centaines de cycles. Ces incréments ont tendance à se stabiliser ensuite. Lors du changement de fréquence, le massif est déstabilisé et il se réorganise de manière à pouvoir contenir les nouvelles sollicitations. Pour les fréquences les plus élevées, ces phases de stabilisation/réorganisation, durant lesquelles l'incrément de tassement augmente subitement puis se stabilise à nouveau, peuvent se succéder plusieurs fois. Les calculs mettent en évidence la formation de chaînes de « fortes forces », appelées Structures Rigides Localisées (SRL) et illustrées sur la FIGURE I.18b, permettant de contenir l'augmentation des efforts appliqués. Si ceux-ci augmentent encore, ces SRL se brisent et d'autres se

forment jusqu'à trouver un équilibre. En lien avec les observations de Bodin, l'auteur calcule les accélérations verticales du blochet sur la base de la déflexion obtenue par la simulation et montre globalement les mêmes tendances.

L'influence de la raideur de la sous-couche viscoélastique sur le tassement vertical du blochet est aussi étudiée. Plus la sous-couche est souple, plus le tassement vertical du blochet est important. Hormis quelques crises dynamiques entraînant des réarrangements brutaux, l'auteur fournit une voie de réflexion aux micro-réarrangements qui peuvent subvenir lors des cycles de chargement. A l'échelle du grain, des phases de dilatance et de contractance se succèdent sous le blochet, provoquant des migrations en raison de la diminution de l'intensité des chaînes de forces. Le fait de conférer un support rigide à l'échantillon de grains entraîne un réseau de contact plus fort limitant alors les réarrangements.

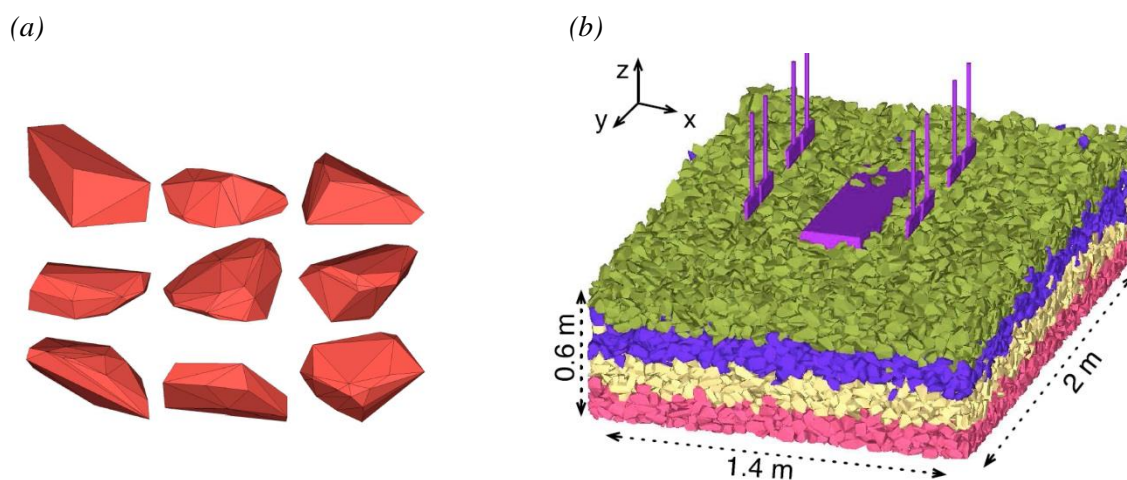


FIGURE I.19 – (a) Exemples de grains de ballast digitalisés. (b) Modélisation 3D du procédé de bourrage (Azéma, 2007).

D'autres applications de la NSCD ont été réalisées, notamment pour optimiser les procédures de bourrage du ballast en effectuant des simulations 3D (cf. FIGURE I.19b) avec des grains de ballast digitalisés (cf. FIGURE I.19a) (Azéma, 2007; Hoang, 2011). Ce type de simulations, avec un nombre important de grains, est encore assez peu utilisé à cause des temps de calculs prohibitifs des approches ED en général. C'est pourquoi ces dernières années, des techniques de décomposition de domaine et de parallélisation des calculs sont envisagées (Hoang, 2011).

I.4 Positionnement du travail de recherche par rapport à la bibliographie

Les différentes démarches, présentées ci-avant ont permis de reproduire en laboratoire ou numériquement et d'analyser certains des mécanismes, évoqués en section I.3.1, liés au tassement des couches de ballast : dégradation des granulats, densification du ballast, migrations de particules, etc.

Les observations de terrain et les études entreprises confirment que la vitesse de circulation a une forte influence sur la rapidité de l'évolution de la détérioration géométrique de ces couches, tout comme la qualité des constituants de la voie. L'augmentation de la vitesse entraîne une « amplification » de la réponse dynamique de la voie, conduisant à l'apparition de fortes accélérations synonymes d'une certaine « agitation » du ballast.

Les études menées dans le domaine fréquentiel montrent ainsi une sensibilité de ces phénomènes à la fréquence de chargement et mettent en évidence un effet de seuil. A partir d'une certaine limite (fréquence et amplitude critiques), probablement fonction du conditionnement des échantillons de ballast, la structure granulaire peut se désorganiser et conduire à des mécanismes d'« écoulement » ou de « liquéfaction ». Ces conditions critiques ont été traduites par certains auteurs en termes d'accélérations, qui dans le contexte d'une voie ferroviaire correspondraient à des accélérations verticales vers le haut de blochets d'environ $1.4g$ et, d'après Bodin (2001), à l'apparition dans la masse de ballast d'accélérations vers le bas de l'ordre de $1g$.

Cet état « limite » est mis à profit lors des opérations de bourrage pour faciliter l'enfoncement des bourroirs dans le ballast et la remise en place par serrage des granulats sous traverses. Lorsque ces conditions critiques sont atteintes, ou tout au moins lorsqu'on s'en approche, sur les maquettes de laboratoire ou numériques visant à reproduire la réponse des voies au passage de trains, celles-ci conduisent à de rapides évolutions de tassement du ballast.

Ces travaux ont donné lieu à l'ajout d'un terme « dynamique » dans les lois de tassement, établies antérieurement sous chargement cyclique et à faible fréquence pour caractériser le comportement à long terme des couches de ballast. Les conséquences pratiques de ces travaux ont principalement été prises en compte pour améliorer les stratégies de maintenance des LGV.

Comme annoncé et à la lumière de cette analyse bibliographique, nous avons plutôt focalisé notre travail sur le dimensionnement même des LGV, avec pour finalité la recherche de dispositions constructives permettant de limiter en section courante les accélérations induites dans le ballast au passage des trains.

Précisons toutefois dans l'intermède suivant, en complément à l'étude bibliographique et avant de rentrer dans le vif du sujet, notre idée directrice concernant le rôle défavorable des accélérations sur l'origine des désordres dans le ballast.

Intermède

L'étude bibliographique a fait ressortir l'effet manifestement défavorable des accélérations sur la tenue géométrique des couches de ballast et évoque un effet de diminution de poids apparent. Cette constatation va nous servir de ligne directrice dans la suite et nous inciter à nous intéresser plus spécialement au calcul des accélérations dans l'assise de voie.

Afin de mieux fixer encore les idées sur le rôle potentiel des accélérations sur la stabilité du ballast, nous pouvons nous servir de l'exemple d'une fondation reposant sur un massif granulaire frottant, non cohésif, en examinant très simplement l'effet d'un champ d'accélération homogène sur sa charge limite.

Considérons par exemple le cas d'une fondation carrée de côté B . En notant H l'épaisseur de la couche de ballast, φ l'angle de frottement du matériau, ρg son poids volumique (vides compris), la charge limite peut s'écrire sous la forme de la fonction :

$$P_{lim}^0 = f(B, H, \varphi, \rho g) \quad (I.10)$$

soit encore après analyse dimensionnelle :

$$P_{lim}^0 = \bar{f}\left(\frac{B}{H}, \varphi\right) B^3 \rho g \quad (I.11)$$

avec \bar{f} fonction adimensionnelle (qu'il n'est pas utile de préciser ici). Cette expression montre que le ballast « résiste » aux charges appliquées sur la fondation, du fait du poids propre du massif de grains et des frottements inter-granulaires.

Dans le cas d'un champ additionnel homogène d'accélération verticale γ , γ étant compté positivement vers le bas, la charge limite prend alors l'expression :

$$\begin{aligned} P_{lim}^\gamma &= \bar{f}\left(\frac{B}{H}, \varphi\right) B^3 \rho (g - \gamma) \\ &= P_{lim}^0 \left(1 - \frac{\gamma}{g}\right) \end{aligned} \quad (I.12)$$

qui montre immédiatement l'effet défavorable d'une accélération vers le bas. Un tel champ qui réduit la masse apparente du matériau, a pour effet de diminuer les forces normales et de cisaillement entre grains et par conséquent la résistance d'ensemble du massif granulaire. Le cas ultime est $P_{lim}^\gamma = 0$ est atteint pour $\gamma \geq g$.

Nous revenons plus largement sur ce type d'analyse au Chapitre VI, à partir des calculs dynamiques développés dans le mémoire qui quantifient les champs d'accélération se produisant dans le ballast, pendant des instants très courts, au passage d'essieux roulant à grande vitesse.

Chapitre II Mise au point d'un outil de calcul de la réponse réversible et dynamique de structures ferroviaires : ViscoRail

II.1 Introduction

Chupin and Piau (2011a, 2011b) ont développé, en amont de la thèse, une méthode originale de calcul 3D de la réponse dynamique réversible de structures ferroviaires. Ces auteurs ont implémenté cette méthode dans un outil de calcul numérique appelé « ViscoRail ».

Puisque ViscoRail a largement été utilisé durant la thèse, on propose dans la section II.2 de ce chapitre de détailler la méthode de calcul sur laquelle il repose et son implémentation. La section suivante présente les contributions apportées à ViscoRail au cours de la thèse, à savoir l'amélioration de l'outil initial et le développement d'un module de post-traitement des résultats.

Ces différentes parties ont fait l'objet d'une publication durant la thèse, voir (Chupin et al., 2014).

II.2 ViscoRail : outil de calcul numérique de la réponse dynamique et réversible de structures ferroviaires

La méthode de calcul développée par Chupin et Piau (2011a, 2011b) et implémentée dans ViscoRail est présentée ici. Cette méthode est basée sur l'utilisation du logiciel ViscoRoute© 2.0 dédié au calcul semi-analytique de la réponse dynamique de chaussées routières, apparentées dans ce cadre à des structures multicouches homogènes.

La méthode développée par Chupin et Piau (2011a, 2011b) étend l'approche quasi-stationnaire de ViscoRoute© 2.0 aux structures ferroviaires sur appuis discontinus. Elle conduit donc à de courtes durées de calcul, propice à la réalisation d'études paramétriques. Par ailleurs, elle permet l'étude de structures composées de couches bitumineuses dont le comportement thermo-viscoélastique est modélisé par la loi de Huet-Sayegh, particulièrement bien adaptée à ces matériaux.

Ce dernier point fait donc de ViscoRail un outil de calcul original adapté à l'étude de structures ferroviaires comportant des couches d'enrobé bitumineux ; ce type de structures étant devenu une

alternative sérieuse aux structures totalement granulaires (Robinet, 2011; Rose et al., 2011, 2010). Dans la littérature, leur modélisation est généralement basé sur des approches élastiques linéaires équivalentes (Fang et al., 2011 ; Rose and Uzarski, 2011 ; Teixeira et al., 2006).

Dans la suite, une présentation rapide de ViscoRoute© 2.0 est tout d'abord effectuée. Le principe général de ViscoRail est ensuite donné dans la section II.2.2, avant de revenir en détails sur certains aspects de la procédure de calcul dans les sections II.2.3 et II.2.4. La dernière partie de cette section s'attache quant à elle à récapituler les étapes successives de la méthode, telles qu'elles ont été implémentées dans ViscoRail.

II.2.1 ViscoRoute© 2.0

Le logiciel ViscoRoute© 2.0 étant largement détaillé dans les publications de Chabot et al. (2010), Chupin et al. (2010) et Duhamel et al. (2005), seule une rapide présentation est faite ici ; le lecteur étant renvoyé vers ces références pour plus de précisions (voir aussi l'Annexe A). Il est également à souligner que ViscoRoute© 2.0 a déjà fait l'objet de validations antérieures.

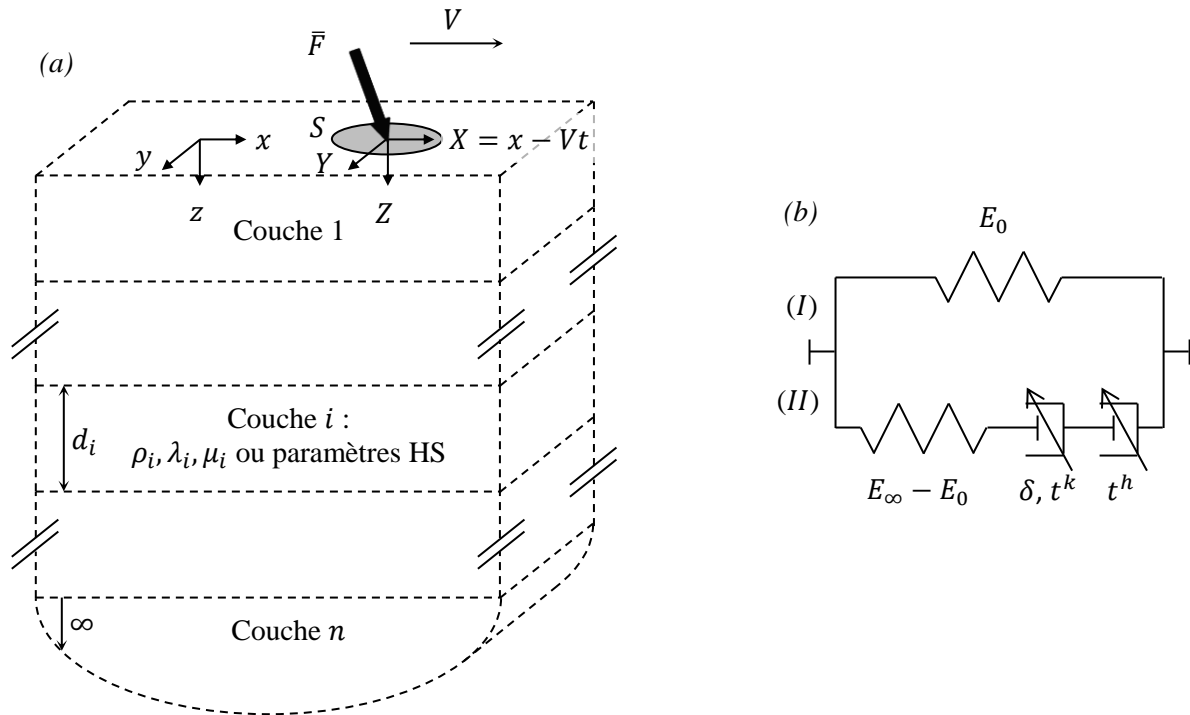


FIGURE II.1 – (a) Modèle de chaussée routière considéré dans ViscoRoute© 2.0 et (b) modèle rhéologique 1D de Huet-Sayegh (adaptés de Chupin et al. (2010)).

ViscoRoute© 2.0 est un programme numérique conçu pour résoudre les équations de l'élasto-dynamique d'un demi-espace stratifié (cf. FIGURE II.1a) soumis à des charges mobiles se déplaçant à vitesse constante V . Chaque couche $i \in \{1; n\}$, d'épaisseur d_i , est composée d'un matériau homogène de masse volumique ρ_i et peut avoir un comportement élastique linéaire, caractérisé par les

coefficients de Lamé $\{\lambda_i; \mu_i\}$, ou viscoélastique au travers de la loi thermosensible de Huet-Sayegh (Huet, 1999, 1963; Sayegh, 1965).

Cette loi a été spécialement élaborée pour modéliser le comportement des matériaux bitumineux rencontrés dans le domaine routier et est utilisée dans le Chapitre IV pour effectuer des simulations numériques sur des structures ferroviaires comportant une sous-couche en grave-bitume. Comme illustré sur la FIGURE II.1b, le modèle rhéologique de Huet-Sayegh (HS) peut être représenté en une dimension par un ressort élastique linéaire (branche I) connecté en parallèle à deux amortisseurs paraboliques associés en série à un ressort élastique linéaire (branche II). Dans le domaine fréquentiel où les matériaux bitumineux sont caractérisés, l'expression du module complexe de Huet-Sayegh est la suivante :

$$E^*(\omega\tau(\theta)) = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \delta(j\omega\tau(\theta))^{-k} + (j\omega\tau(\theta))^{-h}} \quad (\text{II.1})$$

où $\omega = 2\pi f$ est la pulsation de la sollicitation, j l'unité imaginaire (telle que $j^2 = -1$), E_0 et E_∞ représentent respectivement les modules élastiques statique et instantané, k et h sont les exposants des amortisseurs paraboliques ($0 < k < h < 1$) et δ est un coefficient adimensionnel (> 0) permettant d'équilibrer les contributions des deux amortisseurs paraboliques dans le comportement global. La fonction τ , dépendante de la température θ , permet de prendre en compte le principe d'équivalence temps-température des matériaux dits thermorhéologiquement simples¹, et s'écrit :

$$\tau(\theta) = \tau_0 e^{A_1\theta + A_2\theta^2} \quad (\text{II.2})$$

avec $\tau_0 = \tau(0)$, A_1 et A_2 des paramètres constants.

L'extension du modèle de Huet-Sayegh à une expression tensorielle peut être obtenue simplement en considérant un coefficient de Poisson ν constant, ce qui donne dans le domaine fréquentiel :

$$\bar{\epsilon}^* = \frac{1}{E^*(\omega\tau(\theta))} [(1 + \nu)\bar{\sigma}^* - \nu\text{Tr}(\bar{\sigma}^*)\bar{I}] \quad (\text{II.3})$$

où \bar{I} représente la matrice identité. La représentation du modèle de Huet-Sayegh dans les diagrammes de Black et de Cole-Cole montre sa capacité à reproduire avec précision les résultats expérimentaux issus des essais de module complexe effectués sur les matériaux bitumineux (Heck et al., 1998; Huet, 1963; Sayegh, 1965).

Dans ViscoRoute© 2.0, les charges sont supposées d'intensité constante et se déplacer à vitesse constante en surface de massif multicouche considéré homogène dans la direction de roulement. Ceci permet de traiter le problème, à l'aide de l'approche quasi-stationnaire, dans le repère de référence ($X = x - Vt$) se déplaçant simultanément avec les charges d'intensité et de vitesse constante (Frýba, 1999). La résolution est basée sur une méthode semi-analytique qui consiste d'abord à calculer la solution dans le domaine des nombres d'ondes après avoir réalisé une double transformation de Fourier dans les directions X et y . La solution au problème initial (dans le domaine spatio-temporel)

¹ Ces matériaux possèdent la propriété de présenter une même valeur de module complexe $E^*(\omega, \theta)$ pour différents couples pulsation-température (ω, θ) . La variation du module avec ω et θ peut donc être représentée par une seule variable réduite $\omega\tau(\theta)$.

est obtenue en utilisant des transformations de Fourier inverses et des techniques d'intégration appropriées pour gérer les singularités caractérisant la solution dans le domaine des nombres d'ondes (Chupin et al., 2010).

Les résultats en sortie de ViscoRoute© 2.0 donnent accès aux champs mécaniques (déplacements, accélérations, contraintes, etc.) exprimés dans le plan horizontal Xy situé à une altitude donnée z .

Dans le cas ferroviaire, le système de rails et de traverses vient rompre l'invariance de la voie dans la direction de roulement. Les configurations de chargement, induite en surface de structure par le passage des circulations sur les rails, ne remplissent alors plus les conditions nécessaires à leur prise en compte directe dans ViscoRoute© 2.0.

Comme présenté dans les sections ci-dessous, Chupin et Piau (2011a, 2011b) ont donc développé une procédure permettant d'adapter ces configurations de chargement au cadre d'utilisation de ViscoRoute© 2.0, qui est alors utilisé pour calculer la réponse dynamique des structures d'assise ferroviaire. La section suivante propose de donner le principe général de cette démarche, implémentée dans ViscoRail.

II.2.2 Principe général de ViscoRail

La méthode de calcul implémentée dans ViscoRail est basée sur une procédure de sous-structuration du modèle de voie présenté sur la FIGURE II.2, supposé parfaitement rectiligne et ne présentant aucun défaut.

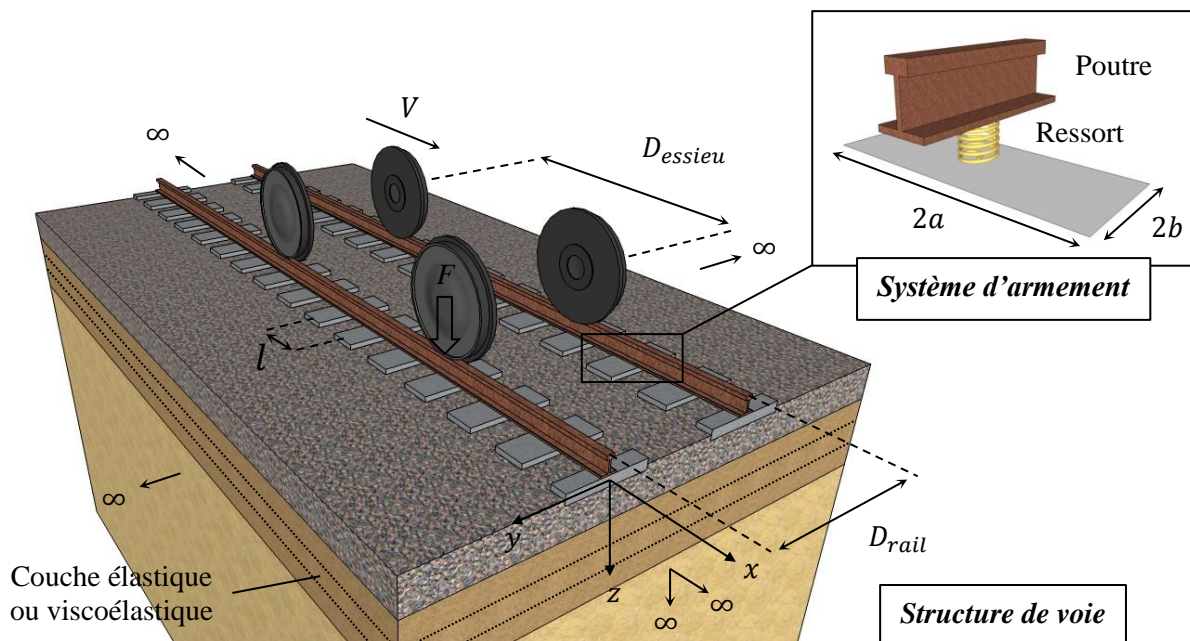


FIGURE II.2 – Modèle de voie ferroviaire considéré par Chupin et Piau (2011a, 2011b).

Cette procédure consiste à découpler le système d'armement rails/traverses, modélisé par des poutres d'Euler-Bernoulli et des ressorts verticaux, de la structure d'assise (ou structure de voie). Le chargement induit par les roues du train sur les rails est représenté par l'application de charges

ponctuelles d'intensité constante F se déplaçant à vitesse constante V . Au passage de ces charges, les ressorts, régulièrement espacés de l (entraxe), transmettent des efforts à la surface de la structure de voie, traduits sous la forme de pressions verticales appliquées sur l'empreinte des blochets de dimensions $S = 2a \times 2b$. Cette distribution de contraintes verticales en surface de structure permet d'assurer la connexion entre les deux parties du modèle ainsi séparé.

Dans la version initiale de ViscoRail, cette distribution de contraintes verticales $p(x, t)$ est calculée sans prendre en compte les efforts d'inertie dans la structure de voie. Nous avons développé au cours de la thèse une seconde version qui les inclut et pour laquelle le couplage entre les deux sous-systèmes est traité de façon itérative sur la base d'une méthode de point fixe (section II.3.2).

Le calcul de la réponse dynamique de la structure d'assise soumise à la distribution $p(x, t)$ est réalisé avec ViscoRoute© 2.0. Cependant, $p(x, t)$ ne pouvant être directement injecté en entrée de ce code qui traite des problèmes quasi-stationnaires, une méthode de décomposition de $p(x, t)$ en « ondes de chargement » a été proposée par Chupin and Piau (2011a, 2011b). Un calcul ViscoRoute© 2.0 est effectué pour chaque onde de chargement et la réponse de la structure d'assise à la sollicitation $p(x, t)$ est obtenue par recombinaison, en exploitant la linéarité du problème.

Les sections II.2.3 et II.2.4 ci-après proposent respectivement de détailler le calcul de cette distribution de contraintes en surface de massif et la procédure, basée sur la décomposition de cette distribution en ondes de chargement, permettant de recombinaison la réponse de la structure de voie ferroviaire.

II.2.3 Calcul de la distribution de contraintes à la surface de la structure d'assise

Modélisation de la distribution de contraintes

Sous l'action des forces ponctuelles d'intensité constante F se déplaçant à vitesse constante V sur les rails, il est supposé que les ressorts verticaux transmettent, en surface de structure multicouche, des pressions verticales uniformes sous la surface $S = 2a \times 2b$ des blochets (traverses bi-blocs, comme illustré sur la FIGURE II.2). Nous négligeons ici les surcharges dynamiques qui pourraient être induites par la masse du chargement, car comme discuté en section III.4.3 dans le cas d'une voie parfaitement rectiligne et sans défaut (tel que considérée ici), celles-ci sont petites devant la charge statique transmise par la roue ; les bogies ferroviaires disposant de systèmes d'amortissement. En outre, concernant l'hypothèse d'uniformité de la pression verticale sous blochets, Vostroukhov et Metrikine (2003) assure que cette approximation reste satisfaisante tant que les vibrations, engendrées dans le massif par les sollicitations en surface, restent dans le domaine des basses fréquences. Or toujours d'après ces auteurs, dans le cas de l'application de charges d'amplitude constante, le spectre de la réponse dynamique de la structure est principalement concentré dans ce domaine.

Dans ces conditions, la distribution de contraintes verticale transmise à la surface de la structure d'assise via le système d'armement peut s'écrire, pour chaque file de rail, sous la forme suivante :

$$\sigma_{zz}(x, y, t) = [H(y + a) - H(y - a)]p(x, t) \quad (\text{II.4})$$

où :

$$p(x, t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} [H(x - nl + b) - H(x - nl - b)] f(nl - Vt) \quad (\text{II.5})$$

avec $n \in \mathbb{N}$ le numéro de traverse et l l'entraxe de traverse. Les fonctions de Heaviside H permettent d'activer la contrainte σ_{zz} dès lors que le point $\{x; y\}$ est situé sous un blochet et de l'annuler partout ailleurs. La fonction f est une courbe maîtresse qui permet de définir, à elle seule, l'amplitude de σ_{zz} à imposer sous la traverse n à tout instant t ; comme montré par l'équation (II.5) qui traduit le fait que $p(x, t + l/V) = p(x - l, t)$. Afin de satisfaire l'hypothèse d'amplitude constante du chargement, la fonction f doit vérifier la condition suivante pour tout t :

$$\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} f(nl - Vt) = \frac{W}{2S} = \text{constante}, \quad S = 4ab \quad (\text{II.6})$$

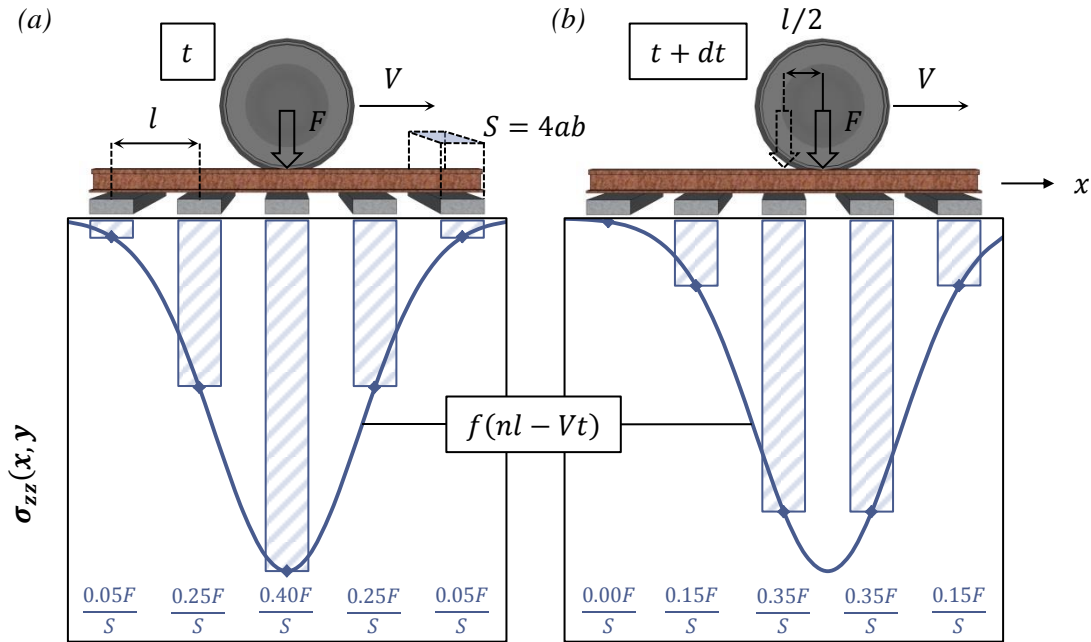


FIGURE II.3 – Illustration de la distribution de contraintes en surface de massif (aires hachurées), caractérisée par la courbe maîtresse f (ligne continue), aux instants t et $t + dt$ où la charge est respectivement située (a) au droit d'un blochet et (b) entre deux bloquets.

exprimant le fait que, pour la file de rail en question (reprenant la moitié du poids du train W) la résultante des forces appliquées sur les bloquets doit rester constante et correspondre à $W/2$. On propose dans la section ci-après de déterminer l'espace de fonctions vérifiant parfaitement la condition (II.6).

A titre d'illustration pour une structure donnée, deux distributions de contraintes $\sigma_{zz}(x, y = 0, t)$ et $\sigma_{zz}(x, y = 0, t + dt)$ sont représentées en zones hachurées sur la FIGURE II.3 ainsi que la courbe maîtresse f correspondante (ligne continue). Ces deux distributions sont obtenues sous l'axe du rail situé en $y = 0$ pour une seule charge ponctuelle, de vitesse V et d'amplitude $F = W/2$ (un essieu à

deux roues), quand celle-ci est respectivement placée au droit d'un blochet (FIGURE II.3a) ou entre les deux blochets suivants (FIGURE II.3b), *i.e.* après avoir parcouru la distance $l/2$ en un temps $dt = l/2V$. Bien que ces deux distributions aient des allures différentes, on constate d'une part qu'elles sont effectivement non-nulles sous la surface des blochets uniquement et d'autre part que leur intensité est régie par l'unique courbe maîtresse f , prise aux points discrets $nl - Vt$. En outre, comme dessiné sur la figure afin d'illustrer la condition (II.6), la résultante des pressions sous blochets (*i.e.* la somme des aires hachurées marquées par les différents ratios $\propto F/S$) est constante et égale à $F/S = W/2S$.

Espace de fonctions assurant la condition de constance du chargement

La condition de constance (II.6) impose de choisir f dans un espace de fonctions bien particulier et tel que :

$$\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} f(x - n) = 1, \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad (\text{II.7})$$

dans lequel \mathbb{R} désigne l'ensemble des nombres réels. En supposant que la transformée de Fourier $\mathcal{F}[f(t)]$ ou f^* de la fonction f existe et qu'elle s'écrit en fonction de la variable de transformation s et où j est l'unité imaginaire :

$$\mathcal{F}[f(t)](s) = f^*(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-jst} dt \quad (\text{II.8})$$

la condition (II.7) peut se réécrire dans le domaine transformé :

$$\mathcal{F} \left[\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} f(x - n) \right] (s) = \mathcal{F}[1](s) \quad (\text{II.9})$$

avec, d'une part, grâce à la propriété de dualité de la transformation de Fourier :

$$\mathcal{F}[1](s) = 2\pi\delta(s) \quad (\text{II.10})$$

où δ représente la fonction indicatrice¹. D'autre part, le terme gauche de l'égalité (II.9) peut être explicité de la manière suivante, par simple inversion somme-intégrale :

$$\mathcal{F} \left[\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} f(x - n) \right] (s) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \mathcal{F}[f(x - n)](s) = f^*(s) \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} e^{-jns} \quad (\text{II.11})$$

En considérant alors la théorie des distributions, on peut montrer que la somme dans le terme de droite de l'équation (II.11) est égale à :

¹ $\delta(z) = \begin{cases} 0, & \forall z \neq 0 \\ 1, & z = 0 \end{cases}$

$$\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} e^{-jns} = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \delta(s - 2\pi n) \quad (\text{II.12})$$

Finalement, après substitution de la relation (II.12) dans l'équation (II.11) puis injection dans l'égalité (II.9), la combinaison des relations (II.9) et (II.10) conduit à :

$$f^*(s) \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \delta(s - 2\pi n) = \delta(s) \quad (\text{II.13})$$

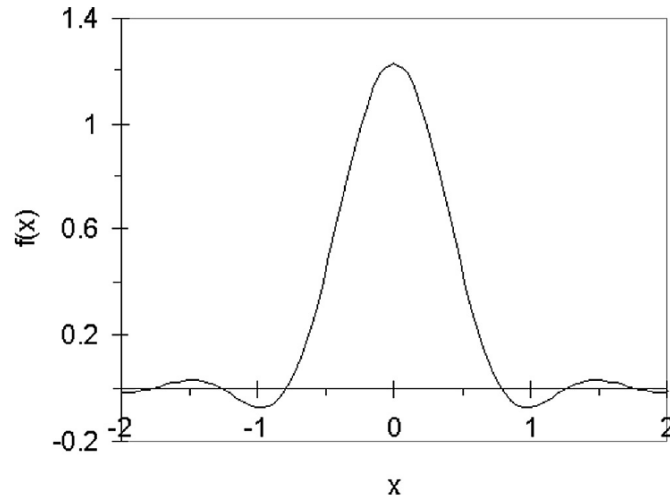


FIGURE II.4 – Représentation de la fonction (II.16) pour $\beta = 10$ (extrait de Chupin et al. (2014))

L'espace de fonction vérifiant la condition de constance (II.7) peut donc être résumé ainsi dans le domaine transformé de Fourier :

$$\{\forall n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}, f^*(2\pi n) = 0; f^*(0) = 1\} \quad (\text{II.14})$$

dans lequel \mathbb{Z} désigne l'ensemble des entiers relatifs (privé de zéro ici). A titre d'exemple, la transformation de Fourier suivante, de la fonction f à déterminer, permet de respecter la condition (II.14) précédente :

$$f^*(s) = \begin{cases} e^{-\left(\frac{s}{2\beta}\right)^2} \cos\left(\frac{s}{4}\right), & \forall s \in \mathfrak{K} = [-2\pi; 2\pi] \\ 0, & \forall s \notin \mathfrak{K} \end{cases} \quad (\text{II.15})$$

où $\beta \in \mathbb{R}$ désigne une constante. La fonction ci-après (illustrée sur FIGURE II.4 pour une valeur de $\beta = 10$), correspondant à la transformée de Fourier inverse de (II.15), pourrait donc être prise comme courbe maîtresse :

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-2\pi}^{2\pi} e^{-\left(\frac{s}{2\beta}\right)^2} \cos(sx) \cos\left(\frac{s}{4}\right) ds \quad (\text{II.16})$$

Néanmoins, devant la complexité de cette fonction vérifiant parfaitement la condition de constance (II.7), Chupin et al. (2014) choisissent de ne pas prendre la courbe maîtresse dans cet espace. En effet, afin de faciliter l'implémentation numérique de la méthode développée, la courbe maîtresse f est prise sous la forme d'une somme de fonctions gaussiennes telle que :

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n_F} A_i e^{-\left(\frac{x-x_F^i}{L_i}\right)^2} \quad (\text{II.17})$$

où n_F est le nombre d'essieux du train, x_F^i la position de l'essieu i et $\{A_i; L_i\}$ les paramètres de la gaussienne correspondante. Comme présenté plus loin, bien que ce type de fonction ne soit pas dans l'espace de fonctions requis, il permet néanmoins d'approcher la condition de constance (II.6) avec une bonne précision à condition que la gaussienne soit suffisamment large devant l'entraxe de traverse ($L_i > l$). En outre tel qu'explicité dans le paragraphe ci-dessous, il est facile de déterminer les paramètres $\{A_i; L_i\}$ des gaussiennes par simple interpolation des efforts contenus dans les ressorts verticaux ; efforts qu'il est donc nécessaire de déterminer.

Détermination de la courbe maîtresse sur la base d'un calcul statique : interpolation des efforts dans les ressorts

Le calcul de ces efforts est donc abordé ici. Tel que rappelé sur la FIGURE II.5, les rails et leurs liaisons avec la structure de voie sont respectivement modélisés à l'aide de poutres d'Euler-Bernoulli et de ressorts verticaux régulièrement espacés de l'entraxe l . A noter que la rigidité des ressorts est supposée être équivalente à celle de l'ensemble attache/semelle/blochet. Le système est donc composé des trois éléments suivants, pour lesquelles les équations d'équilibre statique sont données ci-dessous : la poutre en flexion, les ressorts et la structure d'assise. Les degrés de liberté considérés pour ce système sont : le déplacement vertical w_p et la rotation de section $\theta_p (= dw_p / dx)$ de la poutre (le long de la ligne moyenne) ainsi que le déplacement vertical en surface de structure w_s . Le chargement est défini par l'application d'une charge ponctuelle d'amplitude constante F , située au point x_F de la poutre. En première approximation, le calcul des forces dans les ressorts est donc réalisé en considérant un cas de chargement statique, en supposant que la courbe maîtresse est peu affectée par la vitesse du chargement. Tel qu'on le montre en section II.3.2 par comparaison avec un cas de chargement dynamique, qui permet de prendre en compte les effets d'inertie dans la structure, cette hypothèse est relativement satisfaisante pour des vitesses de charge $< 300 \text{ km.h}^{-1}$.

L'équation d'équilibre de la poutre en flexion reposant sur $m \in \mathbb{N}$ ressorts et soumise à la charge verticale constante F s'écrit :

$$E_p I \frac{d^4 w_p(x)}{dx^4} + \sum_{i=1}^m R(x_i) \delta(x - x_i) = F \delta(x - x_F) \quad (\text{II.18})$$

où E_p et I sont respectivement le module d'Young et le moment d'inertie de la poutre, δ la fonction indicatrice et x_i le point d'application de la force $R(x_i)$ (situé au centre du blochet i) contenue dans le ressort correspondant et qui s'exprime :

$$R(x_i) = k (w_p(x_i) - w_s(x_i)) \quad (\text{II.19})$$

avec k la rigidité verticale des ressorts. Dans la pratique, m est un entier suffisamment grand pour permettre de laisser libre de tout mouvement et de toute sollicitation les extrémités de la poutre. Il est toutefois vérifié *a posteriori* que la valeur des déplacements et des efforts à ces extrémités est négligeable, tel qu'attendu loin du point d'application des charges.

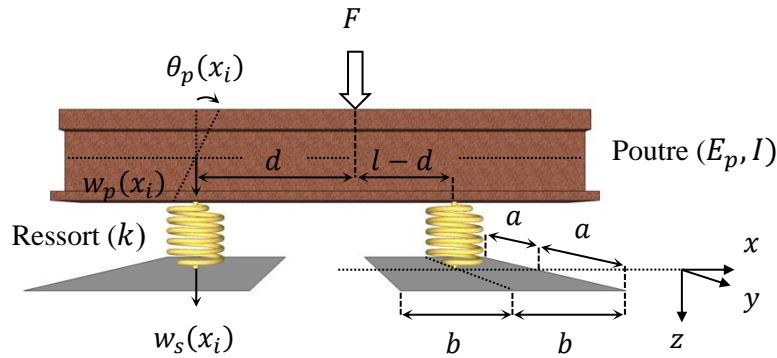


FIGURE II.5 – Représentation schématique du système d'armement rail/traverse.

Afin de traiter le problème (II.18) sous forme matricielle, la poutre est discrétisée en $m - 1$ éléments de base, chacun étant constitué de deux ressorts consécutifs reliés par une portion de poutre de longueur l , dont les extrémités constituent les nœuds du système. De manière générale, Zienkiewicz (1971) fournit l'équation traduisant l'équilibre statique entre le vecteur des forces agissant sur les nœuds $\{R\}^e$ et le vecteur des déplacements nodaux $\{w_p\}^e$. Pour l'élément de référence situé entre les points x_i et x_{i+1} tel qu'illustré sur la FIGURE II.5, cette relation est donnée par :

$$[K_p]^e \{w_p\}^e + \{F_p\}^e = \{R\}^e \quad (\text{II.20})$$

où les vecteurs élémentaires $\{w_p\}^e$ et $\{R\}^e$ (dû à l'action des ressorts sur la poutre) sont de la forme :

$$\{w_p\}^e = \begin{Bmatrix} w_p(x_i) \\ \theta_p(x_i) \\ w_p(x_{i+1}) \\ \theta_p(x_{i+1}) \end{Bmatrix}, \quad \{R\}^e = \begin{Bmatrix} R(x_i) \\ 0 \\ R(x_{i+1}) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{II.21})$$

et dans laquelle $[K_p]^e$ représente la matrice de rigidité élémentaire telle que :

$$[K_p]^e = \frac{E_p I}{l^3} \begin{bmatrix} 12 + \frac{kl^3}{2EI} & 6l & -12 & 6l \\ & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ & & 12 + \frac{kl^3}{2EI} & -6l \\ \text{Sym.} & & & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.22})$$

Le vecteur $\{F_p\}^e$ représente le vecteur des forces nodales équivalentes permettant d'équilibrer la contribution des actions extérieures (qu'elles soient ponctuelles ou distribuées). Il peut être rapidement calculé à l'aide du théorème de réciprocité de Maxwell-Betti ou encore suivant la méthode présentée dans Hammoud et al. (2010). En notant d la distance entre l'extrémité gauche de l'élément considéré et le point d'application de F , ce vecteur prend la forme suivante :

$$\{F_p\}^e = \frac{F}{l^3} \begin{pmatrix} -2d^3 + 3d^2l - l^3 \\ (-d^3 + 2d^2l - dl^2)l \\ 2d^3 - 3d^2l \\ (-d^3 + d^2l)l \end{pmatrix} \quad (\text{II.23})$$

De même, les équations d'équilibre (II.19) des ressorts situés aux point x_i et x_{i+1} peuvent être discrétisées sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} [K_{pr}]^e & [-K_{rs}]^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_p(x_i) \\ \theta_p(x_i) \\ w_p(x_{i+1}) \\ \theta_p(x_{i+1}) \\ w_s(x_i) \\ w_s(x_{i+1}) \end{Bmatrix} = \{R_s\}^e \quad (\text{II.24})$$

où $\{R_s\}^e$ représente le vecteur élémentaire des réactions dans les ressorts tel que :

$$\{R_s\}^e = \begin{Bmatrix} R(x_i) \\ R(x_{i+1}) \end{Bmatrix} \quad (\text{II.25})$$

et dans laquelle les matrices $[K_{pr}]^e$ et $[K_{rs}]^e$ représentent les matrices de rigidité élémentaires associées respectivement aux composantes poutre/ressorts (pr) et ressorts/structure (rs) et telles que :

$$[K_{pr}]^e = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k & 0 \end{bmatrix}, \quad [K_{rs}]^e = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \quad (\text{II.26})$$

Les règles usuelles d'assemblage de matrices élémentaires sont alors utilisées afin d'établir l'équilibre global du système total, composé des $m - 1$ éléments de référence pour lesquels les équations d'équilibre (II.20) et (II.24) doivent être vérifiées. Ces règles imposent que l'équation d'équilibre d'un nœud quelconque i soit obtenue par sommation des seules contributions de chacun des éléments relié à ce nœud ; *i.e.* les deux éléments ayant le point x_i comme extrémité. L'assemblage des différentes équations ainsi obtenues en chaque nœud du système conduit à la relation matricielle suivante, traduisant l'équilibre statique du système global :

$$\begin{bmatrix} [K_p] & -[K_{pr}] \\ -[K_{pr}]^T & [K_{rs}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{w_p\} \\ \{w_s\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{R_p\} \\ -\{R_s\} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.27})$$

où les quantités $[K_p]$ et $\{R_p\}$, respectivement de dimensions $(2m \times 2m)$ et $(2m \times 1)$, sont établies en respectant les règles de sommations précédemment citées :

$$[K_p] = \sum [K_p]^e, \quad \{R_p\} = \sum (\{R\}^e - \{F_p\}^e) \quad (\text{II.28})$$

et avec :

$$K_{pr}^{\alpha\beta} = k\delta(\alpha - 2\beta + 1), \quad \forall \begin{cases} \alpha = \{1, \dots, 2m\} \\ \beta = \{1, \dots, m\} \end{cases} \quad (\text{II.29})$$

$$K_{rs}^{\alpha\beta} = k\delta(\alpha - \beta), \quad \forall \begin{cases} \alpha = \{1, \dots, m\} \\ \beta = \{1, \dots, m\} \end{cases} \quad (\text{II.30})$$

Dans l'équation (II.27), les expressions des vecteurs de déplacements $\{w_p\}$ et $\{w_s\}$ ainsi que du vecteur force $\{R_s\}$ sont données par :

$$\{w_p\} = \begin{Bmatrix} w_p(x_1) \\ \theta_p(x_1) \\ \vdots \\ w_p(x_m) \\ \theta_p(x_m) \end{Bmatrix}, \quad \{w_s\} = \begin{Bmatrix} w_s(x_1) \\ \vdots \\ w_s(x_m) \end{Bmatrix}, \quad \{R_s\} = \begin{Bmatrix} R(x_1) \\ \vdots \\ R(x_m) \end{Bmatrix} \quad (\text{II.31})$$

Par ailleurs, la réponse de la structure d'assise peut également s'écrire sous forme discrétisée, en considérant la matrice de rigidité $[K_s]$ du massif multicouche :

$$[K_s]\{w_s\} = \{R_s\} \quad (\text{II.32})$$

Cette matrice est obtenue à l'aide de ViscoRoute© 2.0. En effet, la matrice de complaisance $[C_s] = [K_s]^{-1}$ peut être établie sur la base du champ de déplacement $\{w_s\}$, calculé avec ce logiciel, en surface de structure quand celle-ci est soumise à deux forces unitaires, immobiles et espacées de la distance entre les rails (D_{rail}). Afin d'être cohérent avec la section II.2.3, chaque force est traduite par une pression uniforme exercée sous la surface $S = 2a \times 2b$ d'un blochet à la surface de la structure (d'où deux blochets pour la traverse bi-blocs considérée). La matrice $[C_s]$ ainsi calculée est alors inversée, conduisant à l'expression de $[K_s]$. Par substitution de la relation (II.32) dans l'équation d'équilibre global (II.27), le système linéaire suivant peut être établi :

$$\begin{bmatrix} [K_p] & -[K_{pr}] \\ -[K_{pr}]^T & [K_{rs}] + [K_s] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{w_p\} \\ \{w_s\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{R_p\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.33})$$

Le vecteur des déplacements $\{\{w_p\} \{w_s\}\}^T$ est calculé en résolvant l'équation (II.33) par une technique d'élimination de Gauss-Jordan. La donnée de ces déplacements conduit alors à la connaissance des efforts dans les ressorts par l'équation (II.19).

Ces efforts sont ensuite interpolés par une somme de fonctions gaussiennes identiques et centrées sur chaque roue du chargement. La procédure d'interpolation est réalisée itérativement de telle sorte à déterminer les paramètres $\{A; L\}$ qui permettent de minimiser, au sens des moindres carrés, la distance entre les valeurs des efforts dans les ressorts et celles de la fonction gaussienne aux points d'application de ces efforts.

Cette méthode de détermination de la courbe maîtresse f peut être appliquée pour n'importe quelle position de la force sur le rail. Les écarts observés sur f lorsque la position varie sont très faibles.

II.2.4 Procédure de calcul de la réponse dynamique de la structure de voie avec ViscoRoute© 2.0

Comme évoqué précédemment, la réponse de la structure d'assise, soumise à la distribution de contraintes (II.4) (désormais connue grâce à la détermination de la courbe maîtresse f réalisée dans la section précédente), est basée sur l'utilisation de ViscoRoute© 2.0. Néanmoins, la fonction $p(x, t)$ (II.5) ne peut être utilisée telle quelle, puisque la méthode implémentée dans le logiciel requiert d'une part l'homogénéité de la voie dans la direction d'avancement des charges et d'autre part la non-dépendance de l'intensité des charges vis-à-vis du temps (cf. section II.2.1). Pour satisfaire ces conditions, Chupin and Piau (2011a, 2011b) ont développé une méthode de calcul basée sur la décomposition de la fonction $p(x, t)$ en ondes de chargement, qui permet de calculer la réponse dynamique de la structure d'assise sur un ensemble continu de repères mobiles. Ces ondes sont des fonctions continues, mobiles (de vitesses différentes, positives ou négatives) et dont l'amplitude est constante en fonction du temps ; ce qui assure leur compatibilité avec le cadre d'utilisation de ViscoRoute© 2.0. La recombinaison de ces ondes de chargement conduit à la fonction $p(x, t)$ et la réponse dynamique de la structure d'assise est obtenue par sommation des réponses dues à chaque paquet d'ondes, en exploitant la linéarité du problème.

Décomposition de la distribution de contraintes en onde de chargement

Cas général pour une fonction f quelconque

On propose ici de détailler le principe de décomposition avec une fonction arbitraire f pour laquelle aucune hypothèse n'est encore faite. Pour cela, les fonctions f et H de l'équation (II.5) sont tout d'abord exprimées comme des transformées de Fourier inverses telles que :

$$f(nl - Vt) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f^*(q) e^{jq(nl - Vt)} dq \quad (\text{II.34})$$

$$H(x) = \frac{1}{2j\pi} PV \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{jpx}}{p} dp + \frac{1}{2} \quad (\text{II.35})$$

où $f^*(q)$ représente la transformée de Fourier de la courbe maîtresse f et j l'unité imaginaire. Le terme PV indique que l'intégrale est considérée au sens de sa valeur principale.

En considérant maintenant la théorie des distributions, l'équation (II.5) devient par substitution des relations (II.34) et (II.35) :

$$p(x, t) = \frac{1}{4j\pi^2} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{jp(x-nl+b)} - e^{jp(x-nl-b)}}{p} dp \int_{-\infty}^{+\infty} f^*(q) e^{jq(nl-Vt)} dq \right] \quad (\text{II.36})$$

ou de manière équivalente :

$$\begin{aligned} p(x, t) &= \frac{1}{4j\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f^*(q) \frac{e^{j(px+pb-qVt)} - e^{j(px-pb-qVt)}}{p} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} e^{-jn(p-q)l} dp dq \\ &= \frac{1}{4j\pi^2 l} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f^*\left(\frac{q}{l}\right) \frac{e^{\frac{j}{l}(px+pb-qVt)} - e^{\frac{j}{l}(px-pb-qVt)}}{p} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} e^{-jn(p-q)} dp dq \end{aligned} \quad (\text{II.37})$$

Tel que déjà évoqué avec la relation (II.12), la somme infinie de fonctions exponentielle peut se réécrire comme :

$$\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} e^{-jn(p-q)} = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \delta(p - q - 2\pi n) \quad (\text{II.38})$$

Ce qui conduit à l'expression suivante de l'équation (II.37) :

$$\begin{aligned} p(x, t) &= \frac{1}{4j\pi^2 l} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f^*\left(\frac{q}{l}\right) \frac{e^{\frac{j}{l}(x+b-\frac{q}{p}Vt)} - e^{\frac{j}{l}(x-b-\frac{q}{p}Vt)}}{p} \\ &\quad \times \left[2\pi \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \delta(p - q - 2\pi n) \right] dp dq \end{aligned} \quad (\text{II.39})$$

Soit après intégration par rapport à p :

$$p(x, t) = \frac{1}{2j\pi l} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f^*\left(\frac{q}{l}\right) \frac{e^{\frac{j}{l}(2n\pi+q)(x+b-\frac{qV}{2n\pi+q}t)} - e^{\frac{j}{l}(2n\pi+q)(x-b-\frac{qV}{2n\pi+q}t)}}{2n\pi + q} dq \quad (\text{II.40})$$

A noter que l'équation (II.40) a désormais une signification au sens usuel de la sommation et de l'intégration à condition que f^* soit convenablement choisie (cf. section suivante pour le cas des gaussiennes).

Le changement de variable suivant est alors réalisé :

$$v = \frac{qV}{2n\pi + q} \quad (\text{II.41})$$

donnant à son tour :

$$q = 2n\pi \frac{v}{V-v}, \quad dq = 2n\pi \frac{V}{(V-v)^2} dv, \quad \frac{dq}{2n\pi + q} = \frac{dv}{(V-v)} \quad (\text{II.42})$$

Ces équations montrent que :

- Si $n > 0$:
 - v varie de V à $+\infty$ quand $-\infty < q < -2n\pi$
 - v varie de $-\infty$ à V quand $-2n\pi < q < +\infty$
- Si $n < 0$:
 - v varie de V à $-\infty$ quand $-\infty < q < -2n\pi$
 - v varie de $+\infty$ à V quand $-2n\pi < q < +\infty$

Le changement de variable (II.41) appliqué à la relation (II.40) et les observations ci-dessus donnent alors :

$$\begin{aligned} p(x, t) = & \frac{1}{2j\pi l} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{V-v} \\ & \times \left[\sum_{n=1}^{+\infty} f^* \left(2n\pi \frac{v}{l(V-v)} \right) \left(e^{\frac{j2n\pi V}{l(V-v)}(x+b-vt)} - e^{\frac{j2n\pi V}{l(V-v)}(x-b-vt)} \right) \right. \\ & \left. - \sum_{n=-1}^{-\infty} f^* \left(2n\pi \frac{v}{l(V-v)} \right) \left(e^{\frac{j2n\pi V}{l(V-v)}(x+b-vt)} - e^{\frac{j2n\pi V}{l(V-v)}(x-b-vt)} \right) \right] dv \\ & + \frac{1}{2j\pi l} \int_{-\infty}^{+\infty} f^* \left(\frac{q}{l} \right) \frac{e^{\frac{jq}{l}(x+b-Vt)} - e^{\frac{jq}{l}(x-b-Vt)}}{q} dq \end{aligned} \quad (\text{II.43})$$

En notant dorénavant $v = \alpha V$, avec $\alpha \in \mathbb{R}$, le passage dans le repère mobile défini par ${}^\alpha X = x - \alpha Vt$ et 1X pour $\alpha = 1$ peut alors être effectué. Ceci conduit à l'expression suivante de l'équation (II.43) :

$$\begin{aligned} p(x, t) = & \int_{-\infty}^{+\infty} g(x - \alpha Vt, \alpha) d\alpha + \frac{1}{l} \int_{x-Vt-b}^{x-Vt+b} f(x) dx \\ = & \int_{-\infty}^{+\infty} g({}^\alpha X, \alpha) d\alpha + \frac{1}{l} \int_{{}^1X-b}^{{}^1X+b} f(x) dx \end{aligned} \quad (\text{II.44})$$

où $\forall \alpha \neq 1$:

$$\begin{aligned} g({}^\alpha X, \alpha) = & \frac{1}{2j\pi l} \frac{1}{1-\alpha} \\ & \times \sum_{n=1}^{+\infty} \left[f^* \left(n \frac{2\pi\alpha}{l(1-\alpha)} \right) e^{jn \frac{2\pi}{l(1-\alpha)}({}^\alpha X+b)} - f^* \left(-n \frac{2\pi\alpha}{l(1-\alpha)} \right) e^{-jn \frac{2\pi}{l(1-\alpha)}({}^\alpha X+b)} \right. \\ & \left. - f^* \left(n \frac{2\pi\alpha}{l(1-\alpha)} \right) e^{jn \frac{2\pi}{l(1-\alpha)}({}^\alpha X-b)} - f^* \left(-n \frac{2\pi\alpha}{l(1-\alpha)} \right) e^{-jn \frac{2\pi}{l(1-\alpha)}({}^\alpha X-b)} \right] \end{aligned} \quad (\text{II.45})$$

L'équation (II.44) traduit le fait que la fonction $p(x, t)$ peut désormais être exprimée, en partie, comme la superposition d'ondes de chargement $g(^{\alpha}X, \alpha) = g(x - \alpha Vt, \alpha)$ se déplaçant à des vitesses différentes, positives ou négatives, $v = \alpha V$ (α allant de $-\infty$ à $+\infty$). Le second membre dans le terme de droite de cette équation représente la contribution d'une spécifique se déplaçant à la vitesse V ($\alpha = 1$) et ayant la forme de la courbe maîtresse f . Les autres ondes, *i.e.* les fonctions $g(^{\alpha}X, \alpha)$ (avec $\alpha \neq 1$), sont quant à elles périodiques en $^{\alpha}X$, de période $l(1 - \alpha)$. En outre, pour une fonction symétrique à valeurs réelles $f(x)$ (cas des fonctions gaussiennes), la transformation de Fourier de cette fonction est également une fonction à valeurs réelles et elle vérifie $f^*(q) = f^*(-q)$. Cette propriété conduit alors à la simplification suivante de la relation (II.45) :

$$g(^{\alpha}X, \alpha) = \frac{1}{\pi l} \frac{1}{1 - \alpha} \sum_{n=1}^{n=+\infty} f^*\left(n \frac{2\pi\alpha}{l(1 - \alpha)}\right) \times \left[\sin\left(n \frac{2\pi(^{\alpha}X + b)}{l(1 - \alpha)}\right) - \sin\left(n \frac{2\pi(^{\alpha}X - b)}{l(1 - \alpha)}\right) \right] \quad (\text{II.46})$$

Sous couvert des hypothèses considérées jusqu'ici, et notamment celle de linéarité des lois de comportement, la réponse dynamique du massif multicouche, soumis à l'application de charges ponctuelles sur les rails, peut être obtenue par superposition des réponses de la structure d'assise calculées pour chacune des ondes de chargement définies par l'équation (II.46) plus celle liée à la contribution du second terme de droite de la relation (II.44). Chacune de ces contributions peut être évaluée par un calcul ViscoRoute© 2.0 puisque ces différentes fonctions, se déplaçant à vitesse constante, sont continues et d'amplitude constante.

Cas des fonctions gaussiennes utilisées comme courbe maîtresse

Comme évoqué plus tôt, bien que n'étant pas dans l'espace des fonctions requis (cf. section II.2.3), la courbe maîtresse f est prise sous la forme d'une somme de fonctions gaussiennes (II.17) caractérisées par les paramètres $\{A; L\}$ (une fonction par roue). Ce type de fonction permet d'interpoler correctement la distribution de contraintes verticales à la surface de l'assise de voie et d'approcher raisonnablement la condition donnée par l'équation (II.6). L'équation (II.46), caractérisant l'amplitude des ondes de chargement, est donc réévaluée ici pour ce type de fonction. Dans le cas où une seule charge est appliquée sur les rails telle que $x_F = 0$, la courbe maîtresse prend la forme d'une seule gaussienne dont la transformée de Fourier s'écrit :

$$f^*(q) = A\sqrt{\pi}Le^{-\left(\frac{Lq}{2}\right)^2} \quad (\text{II.47})$$

La relation (II.46) devient alors, $\forall \alpha \neq 1$:

$$g(^{\alpha}X, \alpha) = \frac{AL}{l\sqrt{\pi}(1 - \alpha)} \sum_{n=1}^{n=+\infty} e^{-\left(n \frac{L\pi\alpha}{l(1 - \alpha)}\right)^2} \times \left[\sin\left(n \frac{2\pi(^{\alpha}X + b)}{l(1 - \alpha)}\right) - \sin\left(n \frac{2\pi(^{\alpha}X - b)}{l(1 - \alpha)}\right) \right] \quad (\text{II.48})$$

A noter d'une part que la fonction g est bien définie pour α proche de 1 car $\lim_{\alpha \rightarrow 1} g({}^\alpha X, \alpha) = 0$, et d'autre part que la gaussienne conduit à une valeur finie de la somme présente dans l'équation (II.48).

Traitement numérique de la décomposition et recombinaison

Les développements précédents liés à la procédure de décomposition de la distribution de contraintes, induite en surface de structure par le passage de trains sur les rails, subissent ici certains traitements supplémentaires afin de rendre possible l'implémentation de la méthode dans l'outil de calcul ViscoRail.

Tout d'abord, la première intégrale du terme de droite de l'équation (II.44) est évaluée au travers d'une discrétisation de la variable d'intégration α . L'intégration est réalisée sur un intervalle fini, noté $I_\alpha = [\alpha_1; \alpha_{N+1}]$ et discrétisé en N sous-intervalles de longueur identique $\Delta\alpha$. L'intégration est alors réalisée à l'aide de la méthode des trapèzes sur chacun de ces sous-intervalles. En outre, la seconde intégrale présente dans le terme de droite de l'équation (II.44) est calculée par la méthode du point médian qui conduit à :

$$\frac{1}{l} \int_{{}^1X-b}^{{}^1X+b} f(x)dx \approx f({}^1X) \frac{2b}{l} \quad (\text{II.49})$$

Finalement, la fonction $p(x, t)$ (II.44) peut donc être approximée par l'expression discrétisée suivante :

$$p(x, t) \approx \Delta\alpha \left[\frac{g({}^{\alpha_1}X, \alpha_1) + g({}^{\alpha_N}X, \alpha_N)}{2} + \sum_{i=2}^{i=N-1} g({}^{\alpha_i}X, \alpha_i) \right] + f({}^1X) \frac{2b}{l} \quad (\text{II.50})$$

L'utilisation de cette équation (II.50) permet alors de calculer la réponse dynamique de la structure d'assise pour chaque paquets d'ondes localisés autour de α_i et résultant de la somme des ondes de chargement prises dans l'intervalle de longueur $\Delta\alpha$ centré autour de ce point. La réponse de la structure soumise à la distribution totale est alors obtenue par sommation de ces réponses individuelles et de celle due au chargement de l'onde particulière se déplaçant à vitesse V (correspondant au second terme du membre de droite de l'équation (II.50)). Le choix de I_α et N est tel qu'il permet une représentation précise de la distribution de contraintes en surface de structure, obtenue après recombinaison des contributions de chaque paquets d'ondes définis précédemment.

Pour chacun de ces paquets d'ondes, le calcul de la réponse dynamique de la structure est réalisé avec ViscoRoute© 2.0. Pour rappel, dans ce logiciel, le chargement est représenté par l'application de pressions uniformes exercées sur des surfaces de forme elliptique ou rectangulaire, se déplaçant à vitesse constante. Par conséquent avant d'effectuer le calcul ViscoRoute© 2.0 correspondant à une onde de chargement donnée, celle-ci subit une discrétisation dans la direction d'avancement des charges X afin de respecter le cadre d'utilisation du logiciel. Dans la suite, ${}^{\alpha_i}X_j$ désigne donc les points de cette discrétisation et $P_0({}^{\alpha_i}X_j)$ la valeur de la pression uniforme appliquée sur l'intervalle de longueur ΔX_{α_i} centré en ${}^{\alpha_i}X_j$. Dans le but de garder la valeur discrète de l'intégrale de cette onde de chargement égale à sa valeur analytique, $P_0({}^{\alpha_i}X_j)$ peut se calculer de la manière suivante :

$$P_0(\alpha_i X_j) = \frac{G\left(\alpha_i X_j + \frac{\Delta X_{\alpha_i}}{2}\right) - G\left(\alpha_i X_j - \frac{\Delta X_{\alpha_i}}{2}\right)}{\Delta X_{\alpha_i}} \quad (\text{II.51})$$

où G représente l'intégrale de g par rapport à ${}^\alpha X$, à condition que G possède une forme analytique. Dans le cas où la courbe maîtresse est de la forme d'une gaussienne, l'intégrale G de g , donnée par l'équation (II.48) s'écrit :

$$G({}^\alpha X, \alpha) = \frac{AL}{2\pi\sqrt{\pi}} \sum_{n=1}^{n=+\infty} \frac{e^{-\left(n \frac{L\pi\alpha}{l(1-\alpha)}\right)^2}}{n} \times \left[\cos\left(n \frac{2\pi({}^\alpha X - b)}{l(1-\alpha)}\right) - \cos\left(n \frac{2\pi({}^\alpha X + b)}{l(1-\alpha)}\right) \right] \quad (\text{II.52})$$

Afin d'obtenir le chargement discrétisé du paquet d'onde α_i , la relation (II.52) doit être évaluée en tous points ${}^\alpha X_j \pm \Delta X_{\alpha_i}/2$, puis substituée dans l'équation (II.51). En pratique, puisque les fonctions $G({}^\alpha X, \alpha)$ sont périodiques en ${}^\alpha X$, le chargement lié au paquet α_i n'est considéré que sur une seule période définie par $l(1 - \alpha_i)$. Les points ${}^\alpha X_j$ sont ainsi choisis dans cet intervalle périodique et la réponse au chargement complet est obtenue sur la base du principe de superposition avec un nombre de périodes suffisamment grand pour que le chargement correspondant s'étende loin de zone où les champs mécaniques doivent être observés.

Après avoir lancé ViscoRoute© 2.0 pour le paquet d'onde considéré α_i , la réponse dynamique de la structure d'assise est disponible pour tout point de la grille mobile $\{{}^\alpha X; y; z\}$. La procédure de post-traitement de ViscoRoute© 2.0 (cf. section II.2.1) fournit alors $c_{\alpha_i}(x, y, z, t)$, le champ mécanique désiré dans le repère fixe $\{x; y; z\}$. La recombinaison du chargement ainsi que de n'importe quel champ mécanique $c(x, y, z, t)$ peut alors être obtenue par sommation :

$$c(x, y, z, t) = \sum_{i=1}^{i=N} c_{\alpha_i}(x, y, z, t) + c_1(x, y, z, t) \quad (\text{II.53})$$

II.2.5 Implémentation de la méthode dans un script de calcul

En guise de conclusion sur cette première section, les étapes successives de la méthode de calcul permettant d'obtenir la réponse dynamique et réversible de structures ferroviaires sont récapitulées sur le diagramme schématique de la FIGURE II.6. Ces différentes étapes ont été implémentées dans l'outil numérique ViscoRail (développé en langage C++), qui est donc basé sur des appels successifs du logiciel ViscoRoute© 2.0.

Comme déjà évoqué, l'utilisation de ce logiciel permet d'une part de considérer des structures composées de couches bitumineuses au travers de la loi thermo-viscoélastique de Huet-Sayegh et offre d'autre part la possibilité de réaliser des études paramétriques du fait des courtes durées de calculs ViscoRoute© 2.0. Ces deux particularités sont particulièrement exploitées dans le Chapitre IV où les problèmes de stabilité de la couche de ballast sont abordés.

Ces différentes simulations ont néanmoins été réalisées après avoir apporté certains développements au code de calcul ViscoRail, initialement développé par Chupin et Piau (2011a, 2011b). Ceux-ci sont présentés dans la section qui suit. Auparavant, on revient sur des approximations possibles du calcul des accélérations.

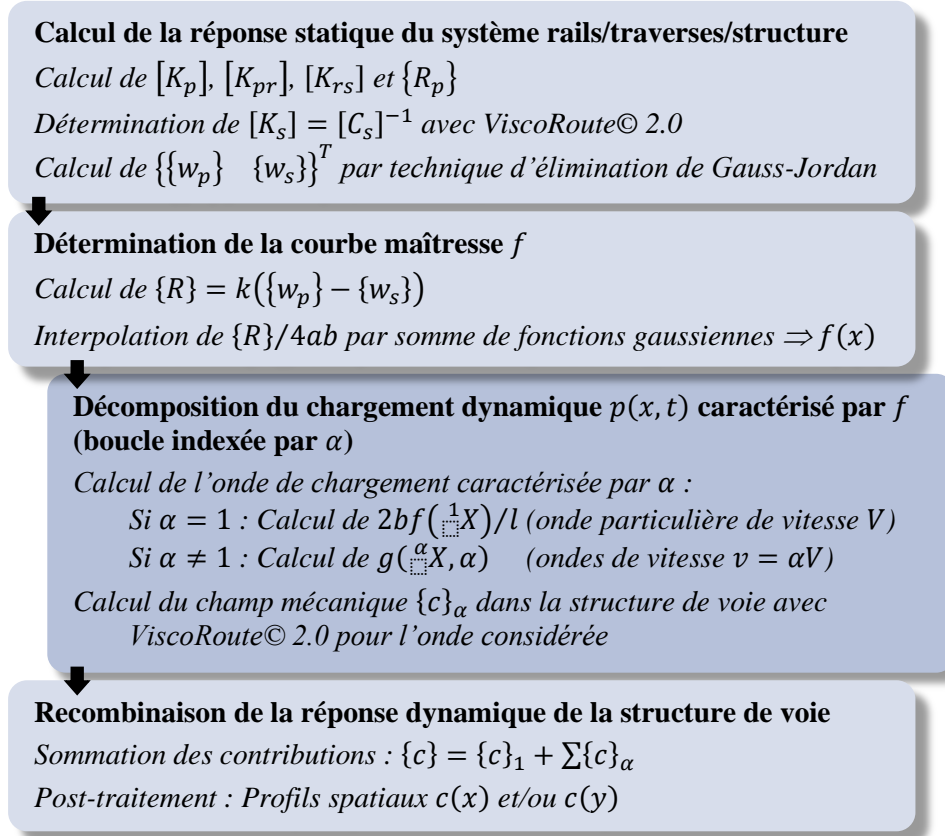


FIGURE II.6 – Diagramme schématisant les étapes successives de la méthode de calcul de la réponse dynamique réversible de structures ferroviaires, implémentées dans ViscoRail.

II.2.6 Approximations possibles du calcul des accélérations

Il est intéressant d'observer que le calcul des accélérations verticales γ_z dans l'assise peut être approximé et simplifié sous certaines conditions, dont on montrera la pertinence dans le Chapitre III.

Si, pour $\alpha \neq 1$, les produits des quantités $(\alpha V)^2$ et de l'amplitude des ondes associées sont suffisamment petits, leur contribution au calcul des accélérations peut être négligée, conduisant à l'approximation

$$\begin{aligned} \gamma_z &= \sum_{i=1}^{i=N} \gamma_z^{\alpha_i} + \gamma_z^{\alpha=1} = V^2 \left[\sum_{i=1}^{i=N} (\alpha_i)^2 \frac{\partial^2 u_z^{\alpha_i}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z^{\alpha=1}}{\partial x^2} \right] \\ &\approx V^2 \frac{\partial^2 u_z^{\alpha=1}}{\partial x^2} = \gamma_z^{\alpha=1} \end{aligned} \quad (\text{II.54})$$

Autrement dit, l'accélération verticale (ou en fait, plus généralement, le champ d'accélération) peut être obtenue en ne considérant que l'onde $\alpha = 1$ se déplaçant à vitesse V en surface d'assise de voie et en ignorant l'armement. Ceci fournit également une compréhension quasi-immédiate de l'effet du passage de véhicules ferroviaires en termes d'accélération (mais pas du champ de contraintes). Le calcul de $\gamma_z^{\alpha=1}$ peut être réalisé par un simple passage dans ViscoRoute© 2.0 chargée par l'onde $\alpha = 1$ une fois celle-ci déterminée.

Encore plus simplement, mais à condition que les forces d'inertie dans l'ensemble de la structure d'assise jouent elles-mêmes un rôle négligeable sur la réponse de la voie (ce qui n'interdit pas de s'intéresser *a posteriori* à l'effet des forces d'inertie dans le ballast), les champs mécaniques (déplacements, contraintes) peuvent être obtenus à tout instant t par une série de calculs « statiques » tenant compte des positions successives des charges sur les rails aux divers instants. γ_z en un point donné peut alors s'obtenir par dérivation numérique par rapport au temps des calculs effectués pour des temps voisins :

$$\gamma_z(x, t) \approx V^2 \frac{u_z(x, t + \Delta t) - 2u_z(x, t) + u_z(x, t - \Delta t)}{\Delta t^2} \quad (\text{II.55})$$

où les champs u_z sont calculés en statique.

Plusieurs possibilités s'offrent pour le calcul de u_z :

- calculs par Eléments Finis sur assise + armement,
- calculs par Eléments Finis ou ViscoRoute© 2.0 sur assise seulement avec distribution de contraintes (fonction du temps) issue de la courbe maîtresse,
- calculs par Eléments Finis ou ViscoRoute© 2.0 sur assise seulement avec onde de chargement $\alpha = 1$ uniquement.

Ce dernier cas n'est applicable que pour le calcul des accélérations. En revanche, il ne nécessite qu'un seul calcul, γ_z étant donné dans ce cas par :

$$\gamma_z(x - Vt) \approx V^2 \times \left. \frac{\partial^2 u_z^{\alpha=1}(x - Vt)}{\partial x^2} \right|_{\text{statique}} \quad (\text{II.56})$$

Les calculs par EF permettent notamment d'explorer certaines hypothèses autres que celles de ViscoRail (ex : loi élastique non-linéaire de Boyce), comme on le verra dans le chapitre suivant.

Le Chapitre III permettra également de préciser la plage de vitesse V pour laquelle les forces d'inertie peuvent être négligées vis-à-vis des forces de rigidité seules.

II.3 Contribution apportée au développement de ViscoRail

Nous présentons ici certains développements complémentaires apportés à ViscoRail, durant la thèse. Les travaux liés à cette contribution ne sont pas présentés de manière exhaustive dans cette section, la majeure partie des modifications apportées à ViscoRail relevant essentiellement du domaine de la programmation numérique.

On choisit donc de ne s'intéresser ici qu'à deux volets de cette contribution. Premièrement, puisque seuls les profils spatiaux sont disponibles dans la première version de ViscoRail, un module de post-traitement a été développé afin de permettre la construction des évolutions temporelles des champs mécaniques dans la structure ferroviaire sur la base des évolutions spatiales obtenues pour des positions successives des charges sur les rails ; ce travail est présenté en section II.3.1. Dans la section suivante, on revient sur le couplage entre les deux sous-systèmes armement/structure d'assise du modèle et sur la détermination de la courbe maîtresse avec prise en compte des effets d'inertie dans la structure de voie.

II.3.1 Développement d'un module de post-traitement de ViscoRail

Comme évoqué en section II.2.4, les résultats de calculs effectués avec la première version de ViscoRail sont fournis, à un instant t donné et pour un quelconque champ mécanique c , sous la forme de profils longitudinaux (et/ou transversaux) à une cote transversale y (et/ou longitudinale x) et à une altitude z données. L'évolution temporelle $c(x, y, z, t)$ de ce champ en un point d'observation donné $\{x; y; z\}$ de la structure n'est donc pas directement accessible avec cette version. Des traitements supplémentaires sont alors nécessaires *a posteriori* afin de construire ces évolutions sur la base des réponses longitudinales ainsi calculées. Un module de post-processing a donc été développé et incorporé au code de calcul afin d'automatiser ces traitements supplémentaires. La procédure de post-traitement implémentée, basée sur certaines hypothèses du modèle de voie que l'on rappelle rapidement dans un premier temps, est présentée dans cette section.

Pour rappel, il est supposé d'une part que la voie ferroviaire considérée est parfaitement rectiligne et sans défaut (rails lisses, rigidité constante des ressorts assurant le contact rail/ballast, traverses de mêmes dimensions, couches homogènes, *etc.*). D'autre part, le chargement induit par le passage des roues sur les rails est modélisé par l'application de forces ponctuelles d'intensité constante F se déplaçant à vitesse constante V . En supposant que les charges se déplacent depuis une durée suffisamment longue sur les rails pour que le régime soit établi (cadre d'utilisation du code développé), ces deux hypothèses permettent d'affirmer que la distribution de charge à la surface de la structure d'assise ne dépend que de la position des roues sur les rails. Or, la voie présentant par ailleurs une périodicité spatiale dans la direction x d'avancement des charges, la relation de correspondance (II.57), illustrée sur la FIGURE II.7, peut être établie entre les réponses longitudinales d'un champ mécanique quelconque $c(x, y, z, t)$ calculées à y et z donnés aux différents instants t (ligne continue bleue) et $t + nT$ (ligne pointillée rouge) où les charges occupent respectivement des positions relatives x_F puis $x_F + nl$ similaires par rapport aux traverses.

$$c(x, y, z, t) = c(x + nl, y, z, t + nT) \quad (\text{II.57})$$

avec $n \in \mathbb{Z}$ et $T = l/V$ la durée nécessaire à la charge circulant à la vitesse V pour parcourir la distance l . La relation (II.57) montre que l'information contenue dans la réponse longitudinale à un instant t donné, *i.e.* pour une position spécifique des charges sur les rails, peut être utilisée afin de reconstruire une partie du signal temporel de cette réponse.

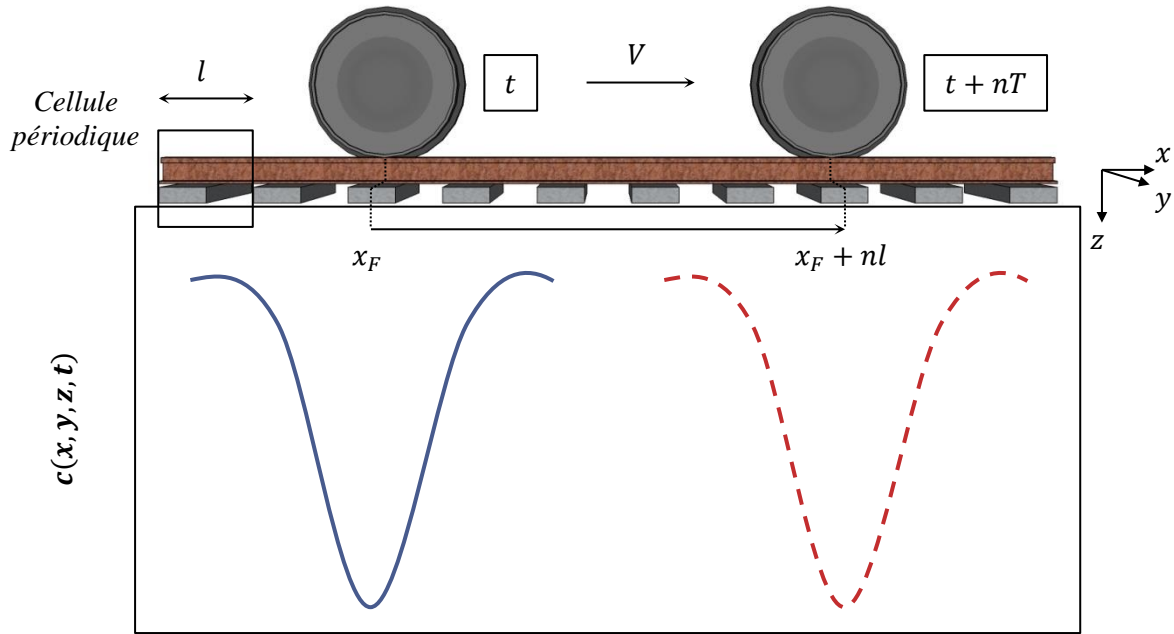


FIGURE II.7 – Illustration de la relation de correspondance.

Sur la base de ce constat, l'étude des positions successives que va occuper une roue dans une seule cellule périodique de voie de longueur l suffit donc à la construction des historiques des champs mécaniques en tout point de la structure d'assise. A titre d'illustration, une représentation schématique de la construction de l'évolution temporelle d'un champ quelconque $c(x, y, z, t)$ en un point $\{x; y; z\}$ de la structure de voie est donnée sur la FIGURE II.8. A partir de $m \in \mathbb{N}$ profils longitudinaux $c(x, y, z, t + m_j T)$ (graphes du haut), calculés avec ViscoRail aux différents instants $t + m_j T$ ($m_j = j/m$, $j \in [0; m]$) considérant chacun une position successive $x_F + m_j l$ de la roue dans la période spatiale de la voie, l'historique $c(x, y, z, t)$ (graphe du bas) peut être reconstruit en incorporant dans la formule de correspondance précédente (II.57) la dépendance à ces m positions successives de roues au point $\{x; y; z\}$ de la structure d'assise :

$$c(x, y, z, t + (n + m_j)T) = c(x - nl, y, z, t + m_j T) \quad (\text{II.58})$$

La relation (II.58) peut être exploitée de la manière suivante. Pour une position de charge $x_F + m_j l$ donnée sur les rails, la valeur du champ mécanique considéré en x à l'instant $t + (n + m_j)T$ est équivalente à celle calculée en $x - nl$ à $t + m_j T$.

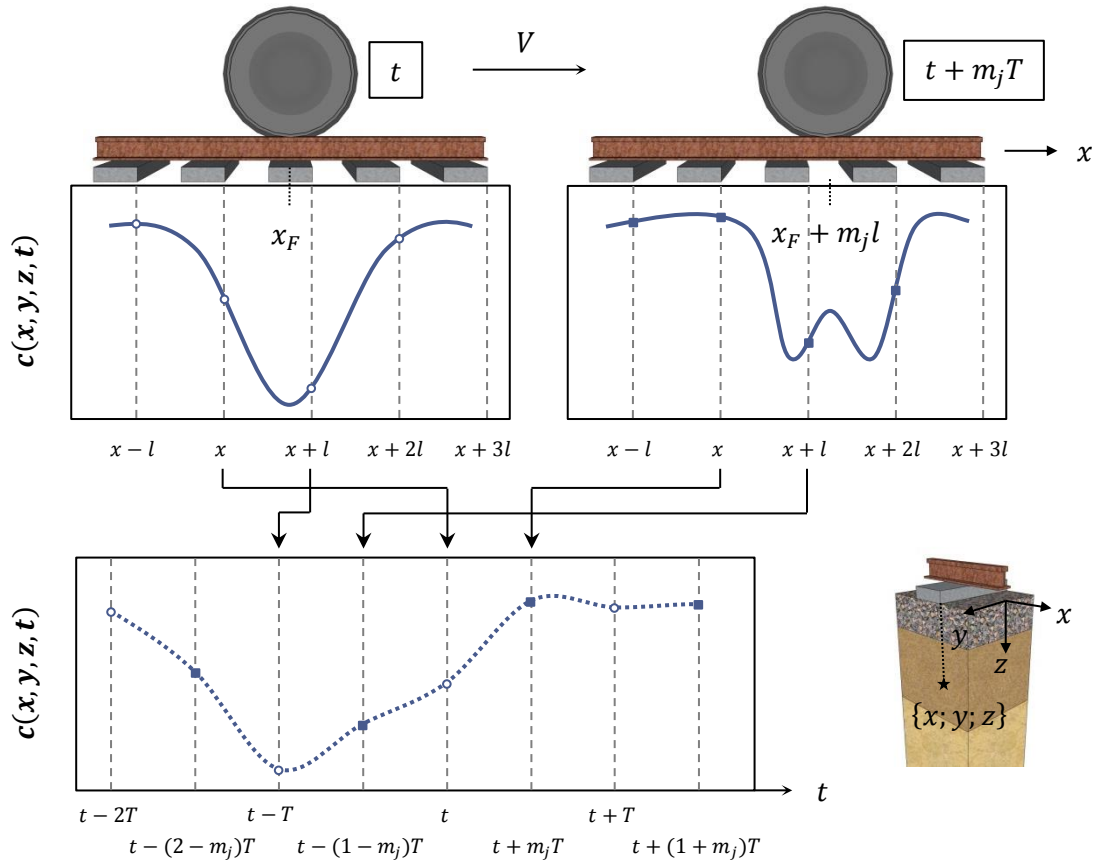


FIGURE II.8 – Illustration du principe de reconstruction des historiques des champs mécaniques dans la structure de voie sur la base de la relation de correspondance.

Des simulations numériques ont permis de valider l'implémentation de la démarche dans l'outil de post-traitement incorporé à ViscoRail. Ces simulations ont par ailleurs montré, qu'en pratique, la considération de $m = 4$ positions de charges successives dans la cellule périodique de la voie permet de reconstituer finement les évolutions temporelles des champs mécaniques en tout point de la structure d'assise de la voie ferroviaire modélisée.

II.3.2 Traitement du couplage armement/structure de voie en dynamique sur la base d'une méthode de point fixe

Le second volet sur les contributions apportées au développement de ViscoRail au cours de la thèse s'intéresse au calcul de la courbe maîtresse f détaillé en section II.2.3. Pour rappel, la fonction f caractérise la distribution de contraintes en surface de massif permettant d'effectuer le couplage entre les deux sous-systèmes du modèle : l'armement et la structure de voie. Dans la version initiale du code, la détermination de f est réalisée sur la base d'un chargement statique. Afin d'évaluer cette hypothèse, on propose dans la suite de traiter ce couplage en dynamique à l'aide d'une méthode de point fixe permettant de prendre en compte, dans la détermination de f , les effets d'inertie dans la structure de voie.

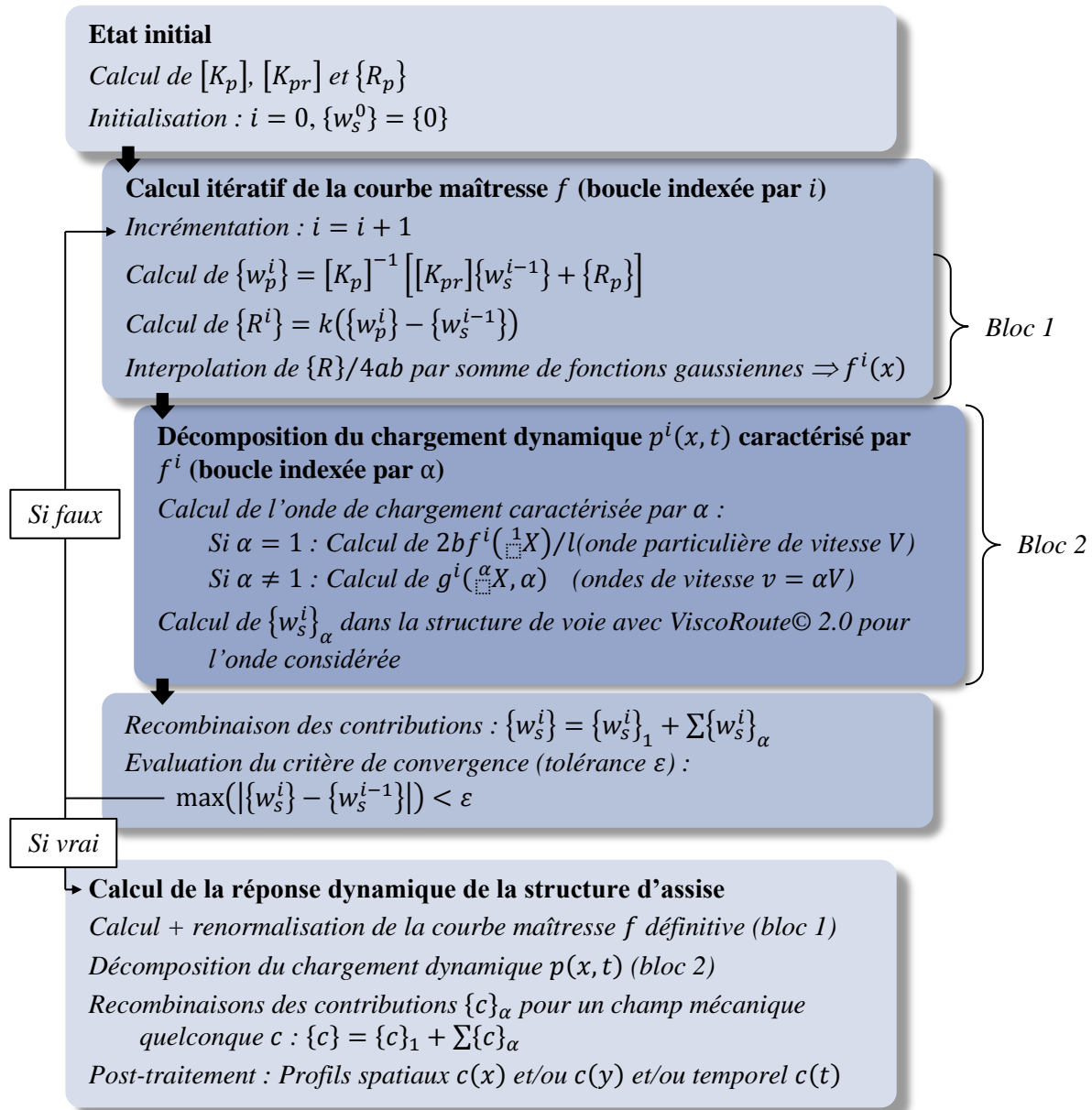


FIGURE II.9 – Diagramme schématisant les étapes successives de la méthode de calcul de la réponse dynamique réversible de structures ferroviaires, implémentées dans la nouvelle version de ViscoRail.

La démarche, dont les différentes étapes détaillées ci-après sont résumées sur la FIGURE II.9, consiste à repartir de l'équation d'équilibre discrète (II.27) pour laquelle on extrait la relation entre le vecteur des déplacements $\{\{w_p\} \quad \{w_s\}\}^T$ et le vecteur des efforts $\{R_p\}$ s'appliquant aux nœuds du système considéré en section II.2.3. L'introduction de l'algorithme itératif indexé par i dans cette relation conduit à :

$$[K_p]\{w_p^i\} = [K_{pr}]\{w_s^{i-1}\} + \{R_p\} \quad (\text{II.59})$$

La relation (II.59) peut être comprise comme suit. Connaissant le vecteur déplacements $\{w_s^{i-1}\}$ en surface de structure de voie à l'itération $i - 1$, le vecteur des déplacements nœaux $\{w_p^i\}$ à l'itération i

peut être calculé. Pour $i = 0$, le vecteur $\{w_s^0\}$ est initialisé à une valeur nulle et l'index i est incrémenté avant chaque calcul de $\{w_p^i\}$. Le vecteur des efforts dans les ressorts peut alors être évalué par l'équation (II.19) tel que :

$$\{R^i\} = k(\{w_p^i\} - \{w_s^{i-1}\}) \quad (\text{II.60})$$

Les efforts $\{R^i\}$ sont ensuite exprimés comme des pressions verticales uniformes s'exerçant en surface de structure d'assise sous la section $S = 4ab$ des blochets. Cette distribution de pression est alors interpolée par une somme de fonctions gaussiennes comme déjà expliqué, conduisant à la courbe maîtresse f^i de l'itération en cours. A ce stade, la méthode de décomposition, décrite en section II.2.4, du chargement dynamique $p^i(x, t)$ caractérisé par f^i est utilisée. Pour chacune des ondes de chargement ($g^i(\alpha X, \alpha)$ pour $\alpha \neq 1$ ou $2bf^i(X)/l$ pour $\alpha = 1$) issues de cette décomposition, la réponse de la structure de voie en termes de déplacement en surface $\{w_s^i\}_\alpha$ est alors calculée avec ViscoRoute© 2.0. Contrairement à l'approche statique considérée dans la première version de ViscoRail, ces différents calculs permettent ici de prendre en compte les effets d'inertie dans la réponse de la voie. La recombinaison des contributions $\{w_s^i\}_\alpha$ ainsi calculées donne alors accès au vecteur des déplacements en surface de structure de voie $\{w_s^i\}$ à l'itération i . A cet instant, la convergence du processus itératif est évaluée de la manière suivante :

$$\max(|\{w_s^i\} - \{w_s^{i-1}\}|) < \varepsilon \quad (\text{II.61})$$

L'algorithme de point fixe est donc arrêté si l'écart entre les déplacements obtenus en surface de structure d'une itération à l'autre est inférieur à une tolérance donnée ε . Dans le cas contraire, l'index i est incrémenté et la procédure ci-dessus est répétée.

Comme illustrée sur la FIGURE II.9, une fois l'équation (II.61) satisfaite, une itération supplémentaire est tout de même effectuée. Les opérations du *bloc 1* sont alors réalisées une dernière fois ; *i.e.* connaissant $\{w_s^i\}$, on calcule $\{w_p^{i+1}\}$ puis $\{R^{i+1}\}$ qui donne par interpolation la courbe maîtresse définitive f . La courbe maîtresse ainsi obtenue subit une manipulation supplémentaire ici par rapport à la première version de ViscoRail. En effet, la résolution précédente peut conduire à l'apparition de légères forces de traction dans certains ressorts éloignés du point d'application de la charge sur le rail. Or, ces efforts ne peuvent être représentés par une courbe maîtresse définie à partir de fonctions gaussiennes ; ce qui conduit parfois à une légère surestimation de la résultante du chargement. C'est pourquoi une procédure de normalisation des fonctions gaussiennes a donc été développée. Après convergence du calcul de f par la méthode des moindres carrés, fournissant l'amplitude A et la longueur caractéristique L de la gaussienne, une nouvelle valeur de l'amplitude A_{norm} est calculée à L fixée et telle que :

$$A_{norm} = \frac{AF}{F_g} \quad (\text{II.62})$$

où F représente la valeur de la résultante désirée (amplitude de la charge sur le rail) et F_g celle calculée pour la gaussienne caractérisée par $\{A; L\}$ telle que :

$$F_g = \frac{L}{l} A \sqrt{\pi} \quad (\text{II.63})$$

Le chargement final $p(x, t)$, caractérisé par la courbe maîtresse ainsi normalisée, est alors décomposé selon les instructions du *bloc 2* afin de calculer la contribution de chaque paquet d'ondes de chargement dans la réponse dynamique du massif. Ces contributions sont enfin recombinaées par sommation, donnant finalement accès à la réponse dynamique de la structure d'assise via les profils spatio-temporels $c(x, y, z, t)$ des différents champs mécaniques désirés. A noter ici que les évolutions temporelles sont construites en lien avec la méthode présentée en section II.3.1.

Les étapes de la démarche ci-dessus ont été implémentées dans le code de calcul ViscoRail. Le calcul de la courbe maîtresse f caractérisant le chargement $p(x, t)$ peut donc désormais s'effectuer, au choix, sur la base d'un cas de chargement statique (comme initialement) ou dynamique à l'aide de la méthode de point fixe précédente. Ce deuxième cas de chargement permet de prendre en compte les effets d'inertie dans la structure d'assise de la voie pour le calcul de f .

II.4 Conclusion

Dans ce chapitre, la méthode originale de calcul de la réponse dynamique réversible de structures ferroviaires soumises au passage de charges roulantes sur les rails, développée et implémentée dans ViscoRail par Chupin and Piau (2011a, 2011b), a été présentée. Basé sur une résolution quasi-stationnaire des équations élasto-dynamiques, cet outil offre d'une part de courtes durées de calcul (quelques minutes seulement), propices à la réalisation d'études paramétriques. D'autre part, il permet également de considérer des structures d'assise comportant des couches en grave-bitume grâce à la prise en compte du comportement thermo-viscoélastique de Huet-Sayegh, particulièrement bien adapté aux matériaux bitumineux. Ces deux aspects du code sont en particulier exploités dans le Chapitre IV dans le but d'analyser les problèmes de détérioration géométrique des couches de ballast.

Les contributions apportées, au cours de la thèse, au développement de ViscoRail sont également présentées. Suite à ces contributions, l'outil de calcul dispose désormais d'un module de post-traitement permettant de calculer les évolutions temporelles des champs et permet également de prendre en compte les effets d'inertie dans la structure d'assise lors du calcul de la courbe maîtresse définissant les contraintes verticales sous blochets. Dans le chapitre suivant, nous abordons l'aspect « validation » de ViscoRail.

Chapitre III Etude d'un cas de référence pour la validation de ViscoRail

III.1 Introduction

On présente dans ce chapitre les différentes études de validation du code ViscoRail que nous avons réalisées.

Nous avons effectué dans un premier temps des validations d'ordre purement numérique, en comparant sur des modèles équivalents (géométrie de voie, comportement mécanique de couches, chargements, etc.) et pour des hypothèses particulières (ex : vitesse lente) les résultats de calculs ViscoRail avec ceux issus de simulations EF réalisées avec le logiciel CESAR-LCPC (Humbert, 1989; Humbert et al., 2005).

Cette première étape permet au passage de faire ressortir quelques simplifications possibles pour un calcul rapide des différentes grandeurs mécaniques dans la structure d'assise de la voie. Pour notre part, nous mettons à profit cette méthode de calcul simplifiée pour l'analyse de certaines hypothèses de ViscoRail. Cette analyse se base aussi sur la comparaison de résultats de calculs ViscoRail avec ceux d'autres outils numériques (CESAR-LCPC et VOCO (Chollet et al., 2013)) pour lesquels les hypothèses considérées sont plus élaborées.

Dans une seconde étape, nous nous sommes intéressés à la représentativité des simulations ViscoRail vis-à-vis des données terrain. Nous présentons deux études de cas ayant permis de confronter de manière qualitative et quantitative, les résultats ViscoRail à l'évolution de plusieurs grandeurs mécaniques mesurées *in situ* en différents niveaux de la voie. Pour ce dernier aspect du travail, les paramètres du modèle sont choisis en fonction des données des sites d'études trouvées dans la littérature (caractéristiques voie, mesures).

Pour les études numériques de la première étape, nous nous sommes définis une structure type, appelée « structure de référence » dans la suite.

III.2 Réponse type d'une structure de référence

III.2.1 Définition du cas de référence : LGV type et $V = 270 \text{ km.h}^{-1}$

On considère une structure ferroviaire, correspondant globalement à une LGV type (cf. FIGURE II.2), composée de trois couches élastiques linéaires dont les caractéristiques mécaniques et géométriques sont données dans le TABLEAU III.1 où ρ , E , ν et e désignent respectivement la masse volumique, le module d'Young, le coefficient de Poisson et l'épaisseur des couches. Le choix du module élastique de la couche de ballast a été effectué sur la base du logiciel ALIZE de dimensionnement des chaussées routières et permet d'éviter l'apparition des contraintes de traction dans les couches granulaires non cohésives. Ce choix est conforté plus loin au Chapitre V par modélisation par éléments discrets.

Le moment d'inertie I_r et le module d'Young E_r des rails sont respectivement fixés à $3 \times 10^{-5} \text{ m}^4$ et $210 \times 10^3 \text{ MPa}$. La rigidité des ressorts modélisant le contact entre le rail et la surface de la structure est prise égale à $k = 50 \text{ MN.m}^{-1}$. L'empreinte des blochets (traverses bi-blocs) à la surface de la structure est $S = 2a \times 2b = 0.8 \times 0.3 \text{ m}^2$. La distance inter-rails est prise égale à $D_{rail} = 1.5 \text{ m}$ et l'entraxe de traverse à $l = 0.6 \text{ m}$.

Le chargement considéré est celui d'un bogie se déplaçant à vitesse constante $V = 270 \text{ km.h}^{-1}$, dont les essieux sont espacés de $D_{essieu} = 3 \text{ m}$ et dont chacune des quatre roues est représentée par une force ponctuelle verticale d'amplitude constante $F = 80 \text{ kN}$ sur les rails.

Les résultats de la réponse type présentés par la suite sont donnés pour les points situés sous l'axe du rail $y = 0$. D'autres simulations (non présentées dans ce mémoire) montrent en effet que les valeurs des grandeurs mécaniques auxquelles nous nous intéressons sont maximales sous cet axe (Chupin and Piau, 2011a). Les profils longitudinaux (*i.e.* selon la direction x d'avancement des charges) sont établis aux trois cotes suivantes de la couche de ballast :

- en haut de couche de ballast : $z = 0.05 \text{ m}$,
- à mi-hauteur : $z = 0.15 \text{ m}$
- et en base de couche : $z = 0.25 \text{ m}$.

et pour différents instants, correspondant aux positions x_F suivantes des deux essieux du bogie, qui occupent des positions relatives identiques par rapport à la trame de voie, compte tenu de la valeur de l'empattement exactement égale à cinq fois la distance inter-traverses :

- au droit de traverses : $x_F = \{0; 3\} \text{ m}$,
- sur le bord gauche de traverses : $x_F = \{0.15; 3.15\} \text{ m}$,
- entre traverses : $x_F = \{0.3; 3.3\} \text{ m}$
- et sur le bord droit de traverses : $x_F = \{0.45; 3.45\} \text{ m}$.

TABLEAU III.1 – Caractéristiques géométriques et mécaniques du modèle de voie considéré.

	$\rho \text{ (kg.m}^{-3}\text{)}$	$E \text{ (MPa)}$	ν	$e \text{ (m)}$
Ballast	1800	150	0.4	0.3
Sous-couche	1800	120	0.4	0.7
Sol	1800	100	0.4	∞

Ces différentes informations sont illustrées sur la FIGURE III.1.

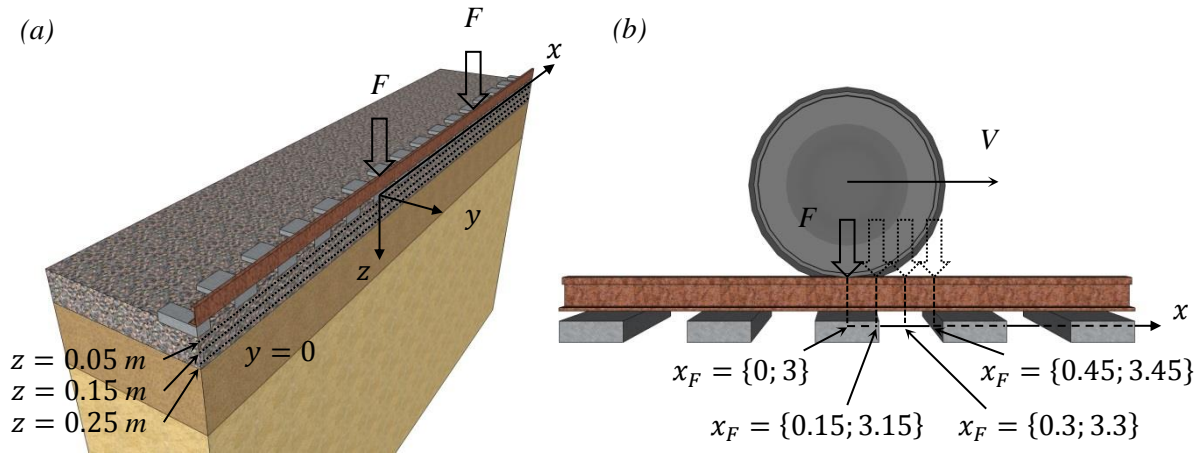


FIGURE III.1 – (a) Profils longitudinaux considérés sous l'axe du rail ($y = 0$) pour l'observation des champs mécaniques à différentes profondeurs de ballast (z). (b) Positions de charges considérées (x_F).

III.2.2 Courbe maîtresse et recomposition du chargement en surface du massif

La décomposition du chargement est effectuée sur la base de 42 ondes réparties sur l'ensemble des vitesses relatives $I_\alpha = [-0.8; 0.8] \cup \{1\}$ (cf. section II.2.4). La courbe maîtresse (gaussienne) obtenue a pour coefficients $A = 110 \text{ kPa}$ et $L = 1.03 \text{ m}$. Celle-ci est représentée sur la FIGURE III.2, qui reproduit également les profils de contrainte σ_{zz} recomposée ($p(x, t)$) par superposition des ondes de chargement (cf. section III.2.6) pour les deux positions de charge (a) $x_F = 0$ et (b) $x_F = 0.3 \text{ m}$.

On peut constater que le chargement ferroviaire induit par le passage de la roue sur le rail est ainsi bien représenté. La distribution σ_{zz} est nulle entre traverses et quasi-constante sur traverse où elle est égale à la valeur de la courbe maîtresse. Ceci valide l'échantillonnage retenu pour le paramètre α . Pour le cas $x_F = 0$, l'allure de la distribution est similaire à celle déterminée, en statique, par Selig and Waters (1994) pour une structure différente de la nôtre. Le nombre de traverses chargées est toutefois plus élevé dans notre étude (≈ 7) que dans celle présentée par ces auteurs ($= 5$). Néanmoins, comme évoqué en section I.2.2, ce nombre peut varier en fonction des caractéristiques de la voie et du type de chargement considéré.

Lorsque l'on calcule la somme R des valeurs (moyennes) de contrainte appliquée sous les blochets, celle-ci s'avère constante, quel que soit l'instant considéré (*i.e.* correspondant à une position d'essieu donnée) égale à:

$$R = \sum_i \sigma_{zz}^i \approx 333 \text{ kPa} \quad (\text{III.1})$$

avec σ_{zz}^i la contrainte verticale appliquée au centre du blochet $i \in \{1; \dots; 7\}$. Soit, multipliée par la surface d'un blochet $S = 0.3 \times 0.8 \text{ m}^2$: $R \times S \approx 80 \text{ kN} = F$.

Concernant la répartition des forces sur blochets, on observe pour le cas de la FIGURE III.2a que la traverse centrale ($x = 0$) reprend 32% de F , ses premières voisines ($x = \pm 0.6$ m) 24% et les suivantes (en $x = \pm 1.2$ m et $x = \pm 1.8$ m) respectivement 9% et 1%. Pour la FIGURE III.2b, les parts de F reprises par les traverses situées de part et d'autre de l'essieu (en $x = 0$ et 0.6 m), leurs premières voisines (en $x = -0.6$ et 1.2 m) et les suivantes (en $x = -1.2$ et 1.8 m) sont respectivement de 30%, 16% et 4%. Ces ordres de grandeur sont en accord avec la littérature (cf. section I.2.2).

Ces résultats apparaissent satisfaisants dans leur ensemble et valident le mode de discrétisation du chargement.

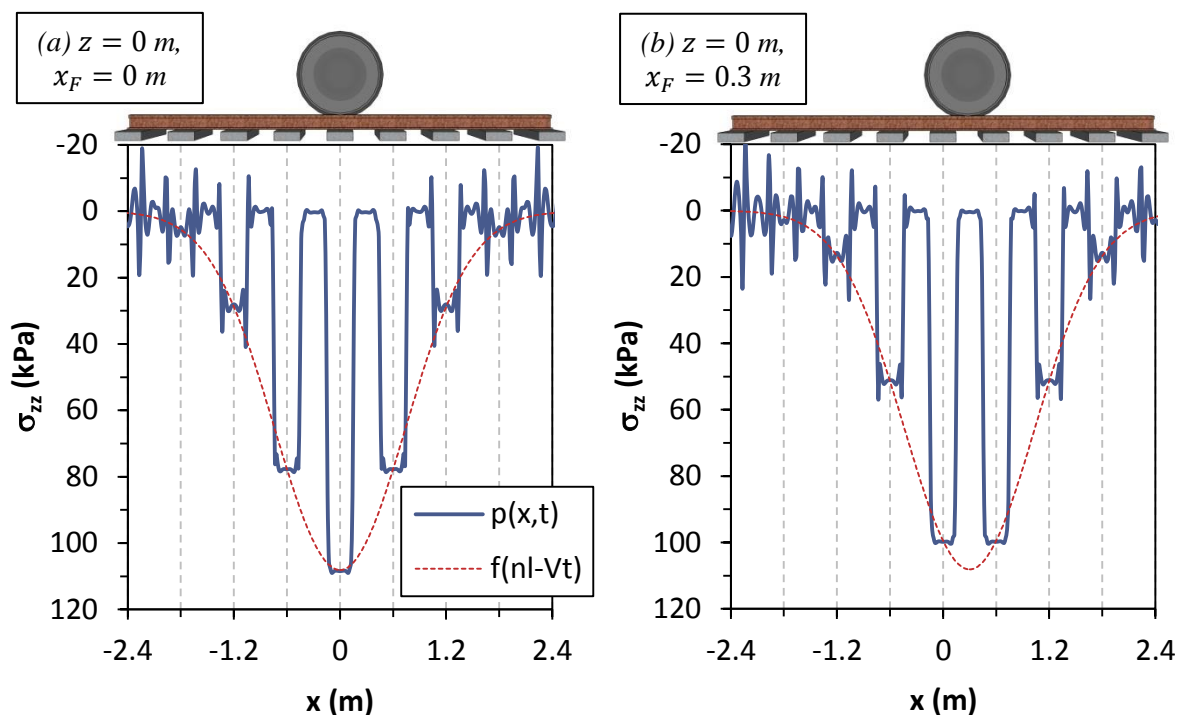


FIGURE III.2 – Courbe maîtresse $f(nl - Vt)$ et recomposition du chargement $p(x, t)$ en surface de structure (pour une seule roue de bogie) quand la roue est : (a) au droit d'une traverse et (b) entre deux traverses.

III.2.3 Analyse de l'accélération verticale

Les graphiques de la FIGURE III.3 permettent de visualiser les profils longitudinaux d'accélération calculés pour la situation de référence.

La FIGURE III.3a illustre le profil de γ_z obtenu en $z = 0.05$ m pour les deux positions de charges $x_F = \{0; 3\}$ m et $x_F = \{0.3; 3.3\}$ m. Les courbes montrent des accélérations verticales dirigées vers le haut (négatives, suivant conventions ViscoRail) au voisinage des essieux et des accélérations vers le bas à l'arrière et en avant du bogie, ainsi qu'entre les deux essieux.

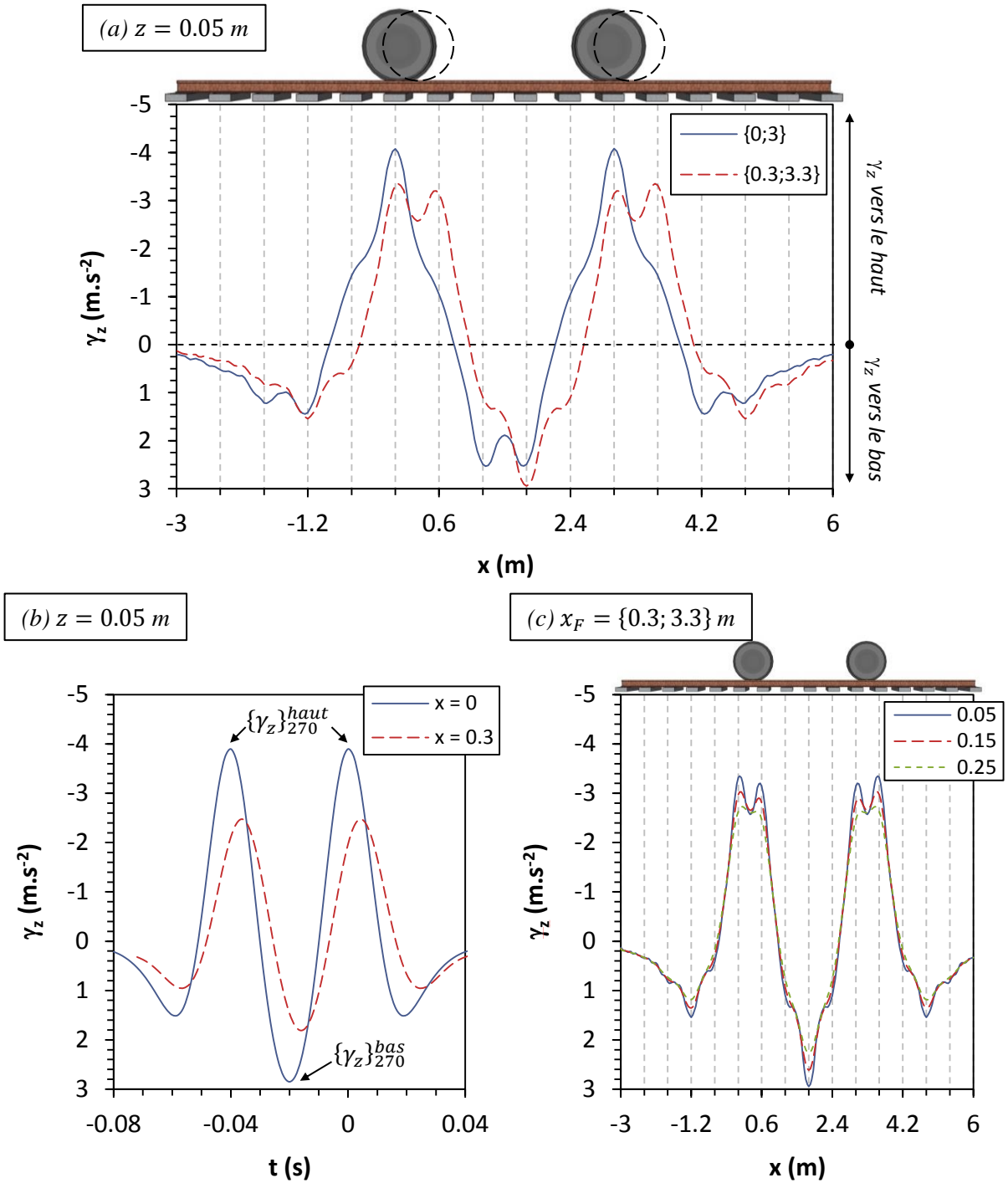


FIGURE III.3 – Accélérations verticales sous rail ($y = 0$). (a) Profils longitudinaux pour les charges situées au droit de traverses ou entre traverses. (b) Profils temporels aux points situés en $x = 0$ et $x = 0.3 \text{ m}$. (c) Profils longitudinaux à différentes cotes dans le ballast pour les charges situées entre traverses.

La FIGURE III.3b expose les profils temporels aux points $\{x = 0; y = 0; z = 0.05\}$ et $\{x = 0.3; y = 0; z = 0.05\}$ reconstitués à partir des différentes positions de charges considérées sur les rails pour notre cas selon le principe du module de post-traitement développé pendant la thèse (section II.3.1). Le décalage en temps entre les deux courbes s'explique par la durée que met le bogie à parcourir la distance entre ces deux points.

De manière générale, on constate que les γ_z dirigées vers le haut sont obtenues aux instants où les essieux sont au droit du point considéré ; alors que les γ_z dirigées vers le bas apparaissent à l'approche du premier essieu ($t \sim -0.06$ s), entre le passage des deux essieux ($t \sim -0.02$ s) et lors de l'éloignement du second ($t \sim 0.02$ s).

A cette profondeur, les pics d'accélération maximale obtenus vers le haut et vers le bas valent respectivement $|\{\gamma_z\}_{270}^{haut}| = 4.08 \text{ m.s}^{-2}$ et $\{\gamma_z\}_{270}^{bas} = 2.95 \text{ m.s}^{-2}$. L'indice 270 se réfère aux grandeurs calculées pour la vitesse $V = 270 \text{ km.h}^{-1}$. Ces deux pics sont obtenus au point situé au droit d'une traverse ($x = 0$). On peut aussi remarquer qu'en tout point le ratio des valeurs maximales d'accélération vers le haut vers le bas est environ égal à 1.4.

La FIGURE III.3c présente les profils longitudinaux calculés quand les charges sont entre traverses et pour les trois profondeurs z considérées dans le ballast. On constate que les évolutions de γ_z sont globalement très proches et donc quasi-homogènes en z . Des écarts plus significatifs sont visibles au niveau des pics. La valeur du pic $\{\gamma_z\}_{270}^{bas}$ en $x = 1.8 \text{ m}$ passe respectivement de 2.95 m.s^{-2} près de la surface du ballast à 2.61 et 2.27 m.s^{-2} en milieu et base de couche.

On récapitule dans le TABLEAU III.2 les valeurs des pics $\{\gamma_z\}_{270}^{bas}$ et $\{\gamma_z\}_{270}^{haut}$ calculées aux différentes profondeurs du ballast, qui nous resserviront plus loin. Dans ce tableau, les évolutions en lien avec $\{\gamma_z\}_{270}^{haut}$ pour $z = 0.15$ et 0.25 m ne sont pas présentées dans le mémoire.

TABLEAU III.2 – Valeurs des maximas d'accélération verticales dirigées vers le haut et vers le bas calculées pour différentes profondeurs dans le ballast.

Profondeur	$\{\gamma_z\}_{270}^{bas} (\text{m.s}^{-2})$	$\{\gamma_z\}_{270}^{haut} (\text{m.s}^{-2})$
$z = 0.05 \text{ m}$	2.95	-4.08
$z = 0.15 \text{ m}$	2.61	-3.63
$z = 0.25 \text{ m}$	2.27	-3.17

III.2.4 Examen du champ de déflexion

La FIGURE III.4 présente les profils longitudinaux du déplacement vertical calculés pour $z = 0.05$ (trait continu bleu) et 0.15 m (pointillés bleus) pour une position de bogie égale à $x_F = \{0; 3\} \text{ m}$ ainsi que pour $z = 0.05 \text{ m}$ quand les essieux sont situés en bord gauche de traverses ($x_F = \{0.45; 3.45\} \text{ m}$, traits pointillés rouges).

Sur les profils $z = 0.05 \text{ m}$, on peut voir que la plus forte déflexion est obtenue au voisinage des essieux du bogie. Dans ces zones, l'application via les blochets du chargement en surface de ballast entraîne des pics maximum de u_z au droit des traverses, approximativement de 0.9 mm pour le blochet situé sous la roue.

La comparaison des profils calculés quand les charges sont localisées au droit de traverses ($x_F = \{0; 3\} \text{ m}$) près de la surface et en milieu de couche de ballast montre que les évolutions sont très proches. L'amplitude maximale des pics de u_z observés sous les traverses les chargées diminuent

légèrement. Ceci tend à montrer que la couche de ballast subit principalement, dans le cas étudié ici, un mouvement d'ensemble dû à la déformation des couches inférieures.

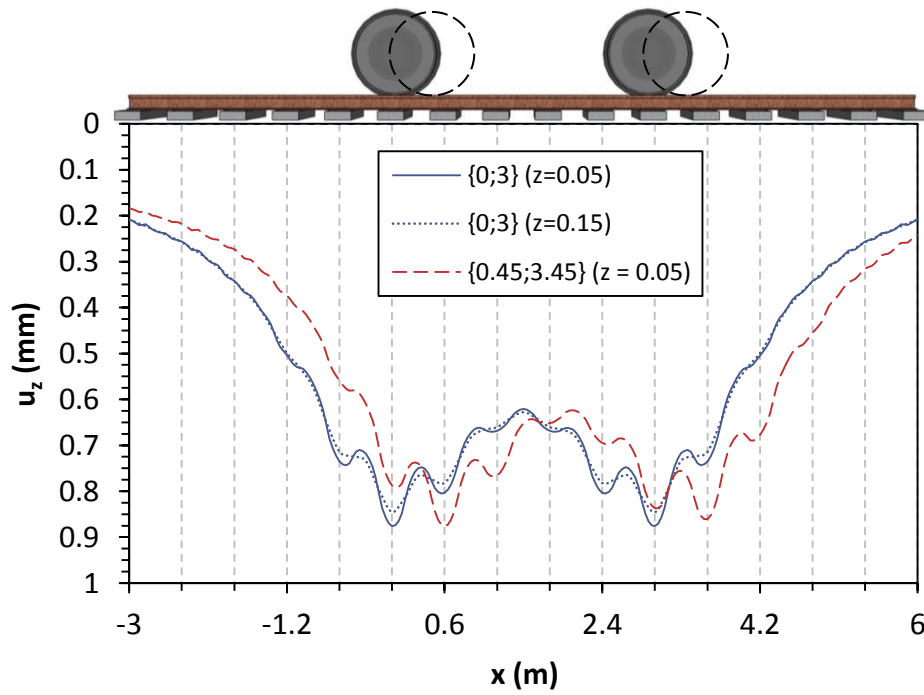


FIGURE III.4 – Déplacements verticaux sous l'axe d'un rail ($y = 0$). Profils longitudinaux pour différentes altitudes z et positions de charges sur les rails (x_F).

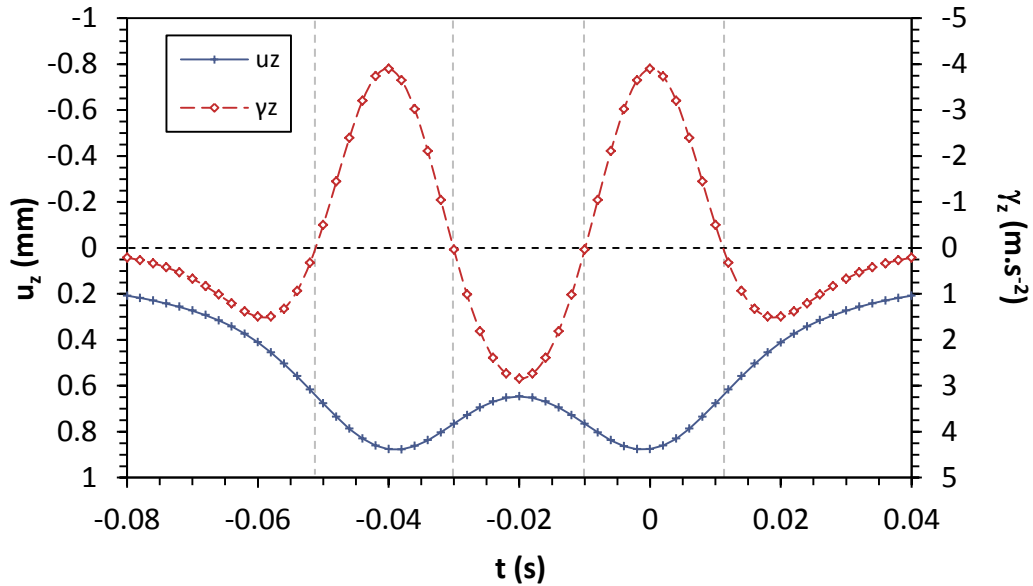


FIGURE III.5 – Profils temporels du déplacement vertical et de l'accélération vertical calculés au droit d'une traverse ($x = 0$) sous l'axe d'un rail ($y = 0$) et près de la surface de ballast ($z = 0.05$ m).

Dans le but de mieux comprendre ce qui se passe en termes d'accélération dans le ballast au passage d'un bogie, nous avons représenté sur un même graphique les profils temporels de u_z et γ_z en différents points de cette couche. Sur la FIGURE III.5 sont ainsi présentés les résultats calculés au point situé sous la traverse ($x = 0$) sous le rail ($y = 0$) et en haut de couche de ballast ($z = 0.05$ m). La discrétisation temporelle du calcul ($\Delta t = 0.002$ s) est représentée par les marqueurs présents sur les courbes. Ceux-ci permettent de faire le « lien » entre u_z et sa dérivée temporelle seconde γ_z . Le graphique est « découpé » en zones selon le signe de γ_z .

A l'approche du premier essieu ($t \in [-0.08; -0.05]$ s), par exemple, γ_z est dirigé vers le bas. Ceci peut s'expliquer par le fait qu'aux mêmes instants l'augmentation de la déflexion verticale s'accélère légèrement comme en témoigne l'espacement progressif des points de discrétisation du profil de u_z jusqu'à un point d'inflexion aux alentours de $t = -0.05$ s, où γ_z change de signe.

III.2.5 Analyse de la contrainte verticale

On s'intéresse ici à l'analyse de la contrainte verticale¹ σ_{zz} , pour les différentes valeurs de x_F et z . On rappelle que dans ViscoRail, les forces de poids volumique ne sont pas prises en compte. A titre d'information celles-ci se traduisent par une contrainte de 5 kPa en base de couche. On présente sur la FIGURE III.6 les profils longitudinaux calculés pour les trois profondeurs quand les charges sont localisées entre traverses ($x_F = \{0.3; 3.3\}$ m). Cette figure permet d'illustrer les remarques générales pouvant être faites pour l'ensemble des résultats calculés, *i.e.* pour les trois autres positions du bogie.

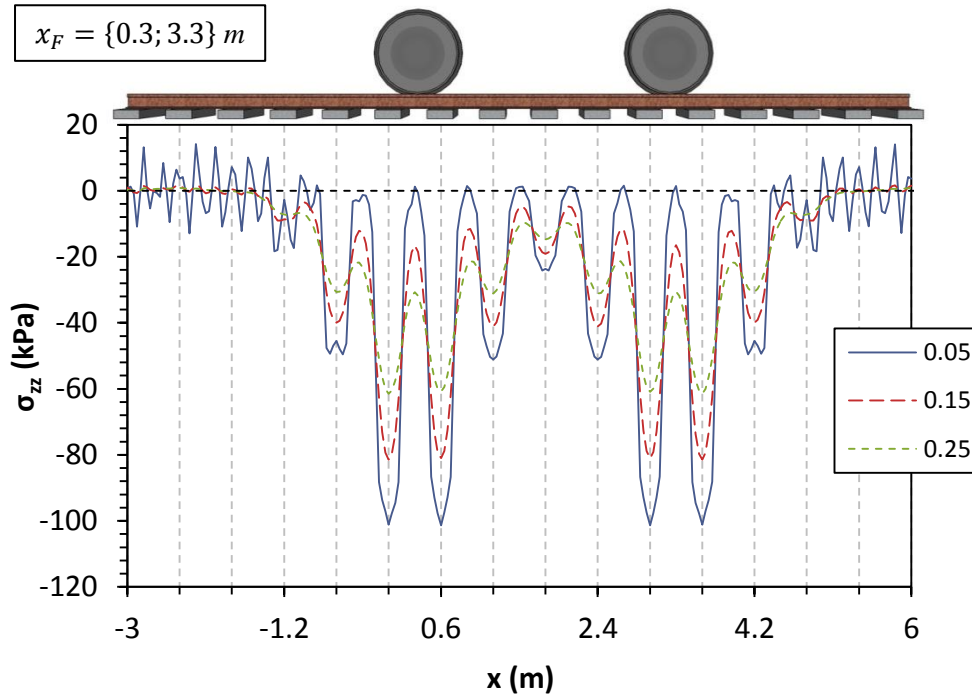


FIGURE III.6 – Contraintes verticales sous l'axe d'un rail ($y = 0$). Profils longitudinaux pour différentes altitudes z quand les charges sont entre traverses ($x_F = \{0.3; 3.3\}$ m).

¹ La convention utilisée est celle de la Mécanique des Milieux Continus pour laquelle les contraintes de traction et de compression sont respectivement prises positives et négatives.

Comme attendu au vu de la distribution de contraintes $p(x, t)$ appliquée en surface de structure (cf. section III.2.2), les contraintes maximales de compression sont localisées sous les traverses proches des essieux du bogie. Les valeurs obtenues sont en accord avec la distribution imposée en surface (cf. FIGURE III.2a)

Entre traverses, les contraintes calculées près de la surface du ballast ($z = 0.05 \text{ m}$) sont proches de zéro. Avec la profondeur, l'amplitude des contraintes calculées (sans poids volumique) sous blochets diminue tandis que celle des σ_{zz} calculées dans les zones entre traverses et sous essieux augmentent du fait de la descente de charges dans le ballast.

Il est surtout important de constater qu'il n'existe aucun point en traction suivant la direction verticale ($\sigma_{zz} < 0, \forall x$) sur les courbes à $z = 0.15$ et 0.25 m . Pour le profil à $z = 0.05 \text{ m}$, un zoom des valeurs entre traverses montre de très faibles valeurs de traction inférieures toutefois à la contrainte de poids propre $\rho g z$ attendue en théorie des Milieux Continus. Ceci montre que nos calculs ne peuvent justifier de mécanismes de déplacements de grains par « envol » *stricto sensu* du ballast. Cette constatation reste valable pour l'ensemble des calculs considérés par la suite.

III.2.6 Examen de la contribution des ondes dans la réponse dynamique

Comme discuté par Chupin et Piau (2011b), l'analyse des ondes de chargement, issue de la décomposition présentée en section III.2.2, montre que l'onde se déplaçant à même vitesse V que le convoi ($\alpha = 1$) possède une amplitude importante en comparaison des autres ondes de chargement. Qui plus est, sa vitesse, supérieure à celle des autres ondes, renforce son « poids » dans le calcul des accélérations. On peut donc supposer que cette onde a une influence toute particulière dans la réponse dynamique de la structure, ce que l'on vérifie ici.

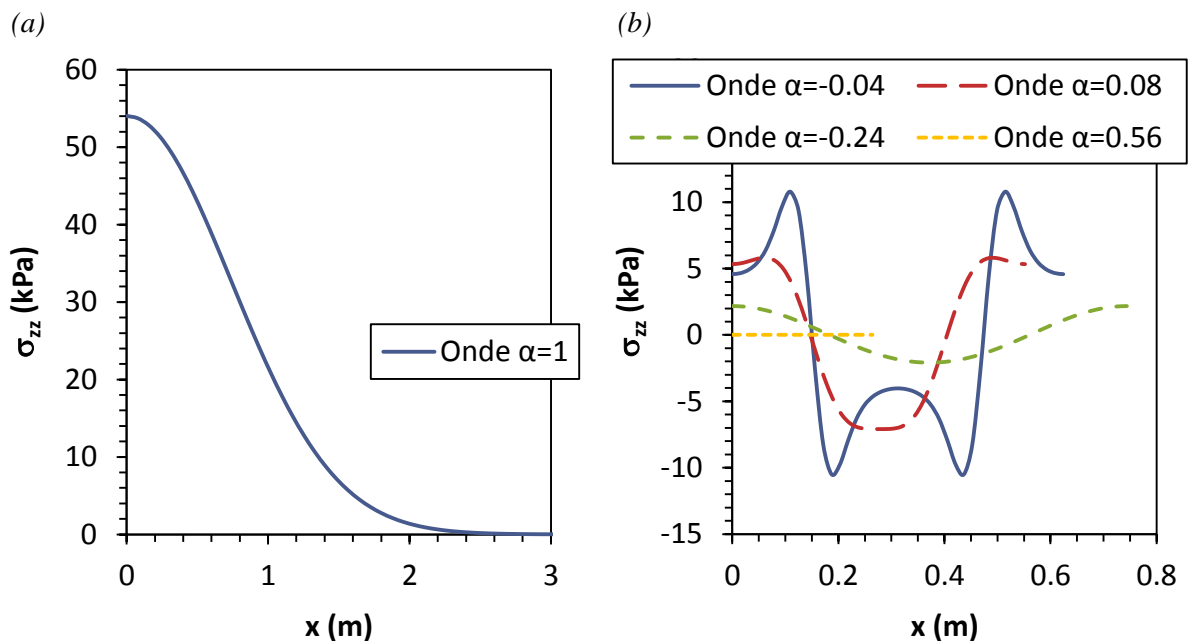


FIGURE III.7 – Exemples d'ondes de chargement : (a) onde particulière caractérisée par $\alpha = 1$ et (b) ondes caractérisées pour $\alpha = \{-0.24; -0.04; 0.08; 0.56\}$.

La FIGURE III.7 présente quelques-unes des ondes de chargement issues de la décomposition associée au calcul de la solution de référence (sur une période de longueur $l(1 - \alpha)$).

On constate que l'amplitude de l'onde (de type gaussienne) caractérisée par $\alpha = 1$ (cf. FIGURE III.7a) est supérieure à celle des autres ondes (cf. FIGURE III.7b). On remarque également que les ondes caractérisées par $\alpha \neq 1$ ont soit une amplitude relativement importante et une vitesse faible ($|\alpha|$ proche de zéro), soit une faible amplitude et une vitesse importante ($|\alpha|$ proche de 1). Cette observation justifie la plage de discrétisation de la variable α utilisée, limitée à $|\alpha| < 0.8$ (hormis l'onde $\alpha = 1$). Mais on peut aussi voir que la contribution de ces ondes dans la recombinaison du chargement reste faible vis-à-vis de l'apport de l'onde $\alpha = 1$.

Ceci provient en partie du fait qu'il s'agit d'ondes à résultante nulle, contrairement à l'onde se déplaçant à même V vitesse que la charge. Cette onde particulière doit donc posséder la même résultante que celle de la distribution de chargement p correspondant à la charge à la roue F appliquée. Dans notre cas, la résultante de p a déjà été calculée (cf. section III.2.2) et vaut : $RS = F = 80 \text{ kN}$. Le calcul de celle de l'onde $\alpha = 1$ présentée sur la FIGURE III.7a donne, comme attendu :

$$R_{\alpha=1} = 2bA_{\alpha=1}L_{\alpha=1}\sqrt{\pi} \approx 80 \text{ kN} = F \quad (\text{III.2})$$

où $\{A_{\alpha=1}; L_{\alpha=1}\}$ sont les paramètres de l'onde $\alpha = 1$ (gaussienne) liés à ceux de la courbe maîtresse f par $A_{\alpha=1} = A \times 2a/l$ et $L_{\alpha=1} = L$, avec $2a = 0.3 \text{ m}$, $2b = 0.8 \text{ m}$, $l = 0.6 \text{ m}$.

Autrement dit cette onde particulière, se déplaçant en surface de ballast à même vitesse V que les charges, ne possède pas la forme (discontinue) de la distribution de contraintes p appliquée via les blochets, mais a la même résultante.

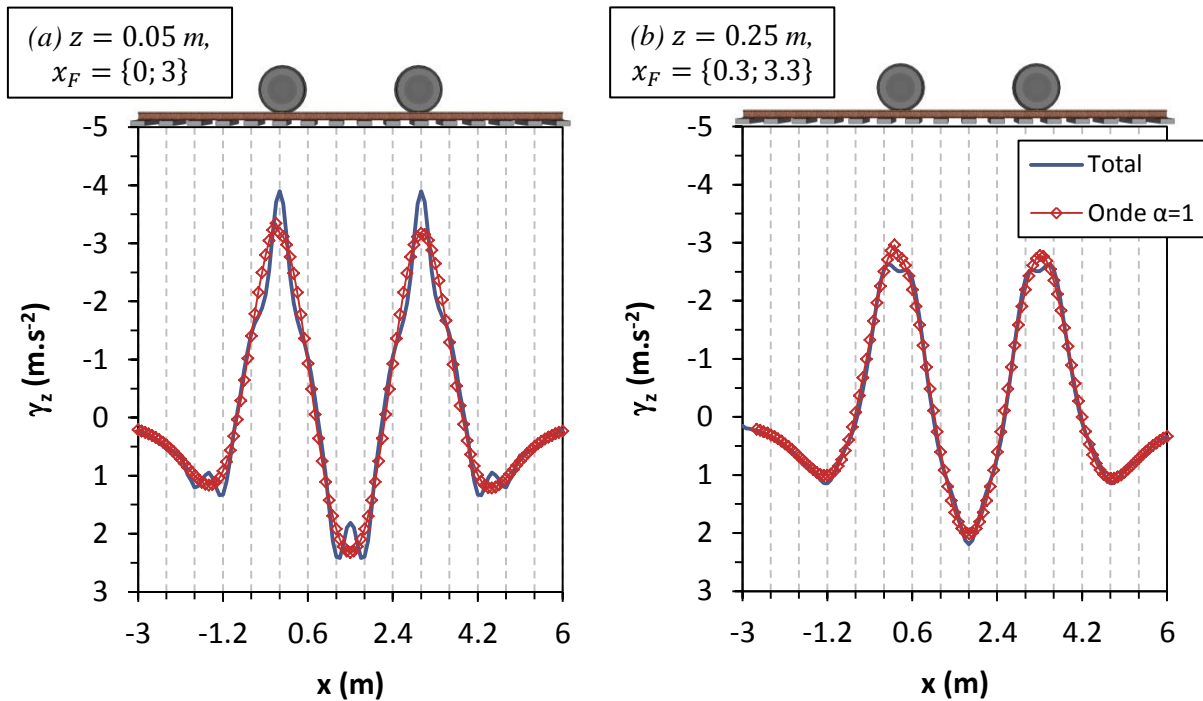


FIGURE III.8 – Accélérations verticales calculées pour le chargement total et pour l'onde $\alpha = 1$: (a) en haut de couche de ballast quand les roues du bogie sont au droit de traverses et (b) en base de couche de ballast quand les roues du bogie sont entre deux traverses.

Nous avons comparé, sur la base de simulations ViscoRail, les γ_z calculées pour le chargement total $p(x, t)$ et celles dues à cette onde particulière uniquement (« onde $\alpha = 1$ ») ; et ceci toujours pour $V = 270 \text{ km.h}^{-1}$ et les différents cas d'observation déjà évoqués. La FIGURE III.8a illustre les profils obtenus sous rail, en haut de couche de ballast et pour les roues situées sur traverses. La FIGURE III.8b présente les γ_z calculées en base de couche de ballast, quand les roues du bogie sont entre traverses.

Ces deux graphiques montrent que l'accélération verticale obtenue pour le chargement total est relativement bien approximée par celle due à l'onde $\alpha = 1$ seule. En surface de ballast par exemple, on observe pour les accélérations au droit des charges un écart relatif inférieur à 20%. Cet écart se réduit pour les accélérations dirigées vers le bas obtenues entre les roues du bogie. On remarque également que cet écart relatif diminue lorsque que l'on descend dans le ballast. Ceci peut s'expliquer par le fait que l'effet dû à la discontinuité du chargement induit par les traverses s'estompe quand on s'éloigne de la surface de la couche de ballast.

Cette étude facilite la compréhension des phénomènes mécaniques en jeu. En effet, l'accélération verticale de la structure « pleine voie » est principalement due au déplacement d'ensemble de l'onde $\alpha = 1$ (identique à celle de la courbe maîtresse) à vitesse V en surface, en faisant abstraction de l'armement de voie. Chupin et Piau (2011b) en déduisent également qu'en deçà d'une certaine vitesse, le champ γ_z peut être approché plus simplement encore à partir d'un calcul statique, par double dérivation en fonction de x du déplacement u_z obtenu pour le seul chargement dû à cette onde particulière ($\alpha = 1$) et multiplié par V^2 . Ces différentes observations confirment les approximations du calcul des accélérations présentées en section II.2.6.

Ce résultat présente un intérêt pratique, en prolongement du logiciel ViscoRail : il permet par exemple d'examiner facilement à partir de calculs statiques, 3D, aux éléments finis l'incidence de la géométrie réelle des voies dans le sens transversal (ex : couches de chaussées d'extension transversale finie) ou encore l'incidence de non linéarités de comportement sur la réponse des différents champs cinématiques, y compris des accélérations.

Dans la suite, les résultats présentés dans cette section III.2 nous servent ainsi à effectuer certaines validations de ViscoRail.

III.3 Validation numérique de ViscoRail

Dans cette section, nous nous intéressons à la validation de l'implémentation numérique du logiciel ViscoRail. Pour cela, nous comparons les résultats obtenus avec ViscoRail avec ceux de simulations EF réalisées avec le logiciel CESAR-LCPC (Humbert, 1989; Humbert et al., 2005). Ces calculs EF sont réalisés en statique, sans prise en compte des effets d'inertie dans la structure d'assise de la voie. Comme on le verra plus loin, pour des vitesses relativement faibles de LGV, de telles modélisations EF donnent des résultats en bon accord avec ceux calculés en dynamique par ViscoRail.

Concernant les calculs ViscoRail, nous nous basons sur ceux présentés dans la section précédente, réalisés pour la situation de référence (LGV type + $V = 270 \text{ km.h}^{-1}$). Nous avons également effectué des simulations pour une vitesse plus faible (LGV type + $V = 180 \text{ km.h}^{-1}$).

Les modélisations EF ont été réalisées (en statique) pour deux modèles différents. Le premier est équivalent à celui de ViscoRail, comprenant la structure d'assise et l'armement, tel que montré sur la FIGURE III.9. Les rails sont modélisés par des éléments volumiques et leur section est prise rectangulaire de sorte que le moment d'inertie soit égal à I_r (cf. section III.2.1). Le contact rail/blochet est assuré par la juxtaposition de quatre éléments spéciaux (éléments SPR à huit nœuds) permettant chacun d'imposer une rigidité k' par couple de sommets en vis-à-vis entre le rail et le blochet (cf. zoom sur la FIGURE III.9). La valeur de k' se déduit facilement de la rigidité $k = 50 \text{ MN.m}^{-1}$ (des ressorts) prise pour les calculs ViscoRail (cf. section III.2.1) et vaut : $k' = k / 16 = 3.125 \text{ MN.m}^{-1}$. Ces éléments SPR sont liés à des plaques rigides, modélisant les blochets, dont les dimensions (de faible épaisseur et de module élevé $E_p \sim 10^4 \text{ GPa}$) correspondent à celles des empreintes de blochets $S = 0.3 \times 0.8 \text{ m}^2$ considérées dans le modèle ViscoRail. Ces plaques permettent de distribuer le chargement en surface d'assise, résultant des forces verticales (d'amplitude F). L'assise de la voie est modélisée par un massif à trois couches élastiques linéaires dont les caractéristiques mécaniques sont identiques à celles présentées dans le TABLEAU III.1. La couche de ballast et la sous-couche ont des épaisseurs également identiques à celles données dans ce tableau. En ce qui concerne le sol, on lui confère dans les modélisations EF une épaisseur de 14 m (suffisamment importante pour ne pas engendrer « d'effets de bord »).

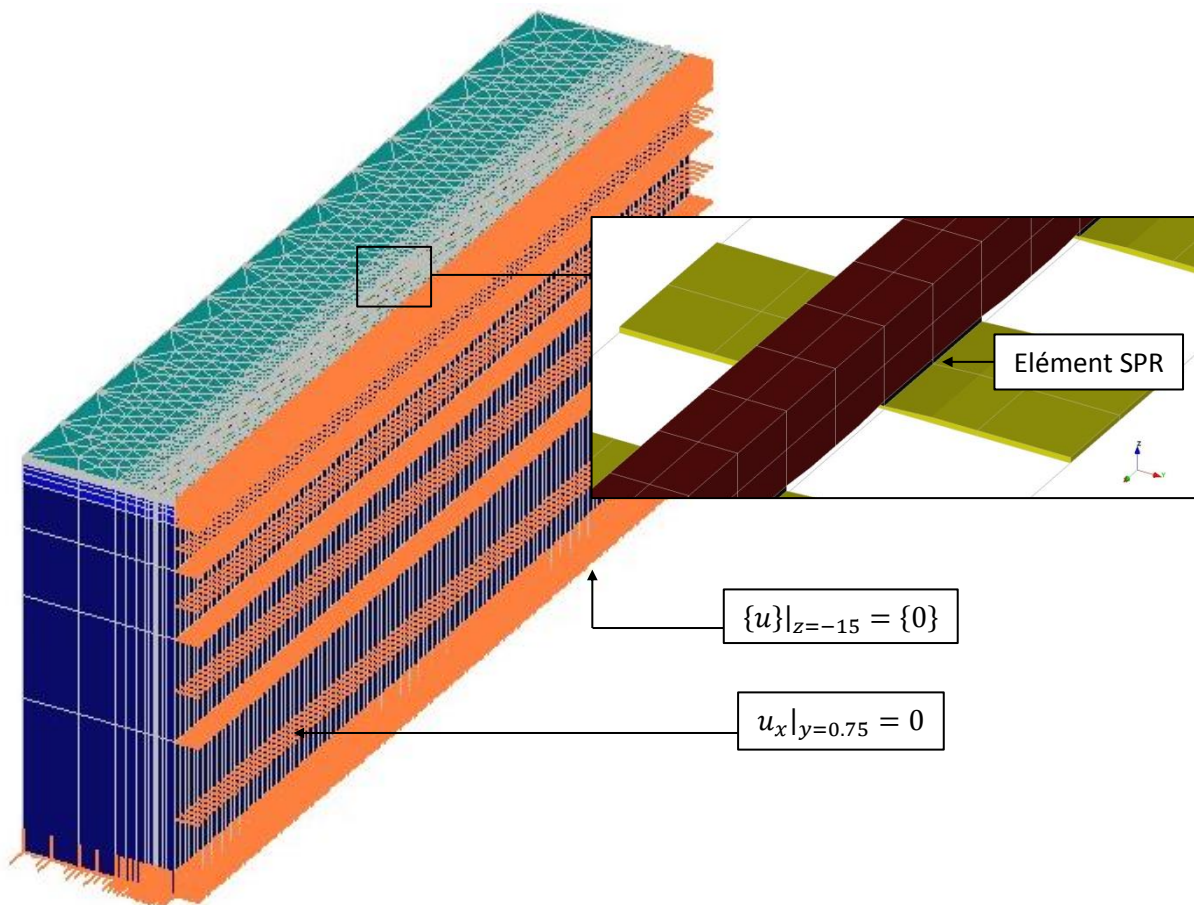


FIGURE III.9 – Modélisation EF (éléments iso-paramétriques, quadratiques) avec plan de symétrie longitudinal réalisée avec CESAR-LCPC. Maillage, conditions aux limites en déplacements appliquées et zoom sur l'armement.

Par ailleurs, pour des raisons de symétrie, on ne considère que la moitié du massif caractérisée par $y < 0.75 \text{ m}$; l'axe $y = 0.75 \text{ m}$ étant l'axe longitudinal parallèle et équidistant des deux rails. Ce massif, de dimensions $33.6 \times 5.75 \times 15 \text{ m}^3$, est constitué de 53870 éléments et de 179766 nœuds à 3 ddl. Concernant les conditions aux limites appliquées, les déplacements transversaux u_y des nœuds du plan xz situé en $y = 0.75 \text{ m}$ sont imposés à la valeur nulle, tout comme les déplacements dans les trois directions des nœuds de la face inférieure du massif, localisée en $z = -15 \text{ m}$. La condition de bord libre est appliquée aux autres faces.

Dans le second modèle EF utilisé, seul le massif est considéré (sans l'armement). Ses dimensions et ses conditions aux limites sont identiques au modèle EF précédent. Concernant le chargement, on applique directement à la surface de ce second modèle la distribution de charges calculée avec ViscoRail, *i.e.* issue de la courbe maîtresse et appliquée sous forme de pression uniforme sous blochets. Ces modèles sont respectivement désignés dans la suite par « EF ac arm. » (massif avec armement) et « EF ss arm. » (massif sans armement).

Lorsque la vitesse du bogie est faible, les effets d'inertie dans l'assise de la voie sont relativement négligeables. Ceci nous a permis de valider la méthode implémentée dans le code de calcul développé (procédure décomposition/recombinaison + calcul courbe maîtresse) par comparaison des calculs ViscoRail effectués pour $V = 180 \text{ km.h}^{-1}$ avec les simulations EF.

Nous avons notamment analysé, sous l'axe d'un rail ($y = 0$) la contrainte verticale σ_{zz} , calculée (pour un seul essieu) sous les traverses en surface de massif ($z = 0$), et le déplacement vertical u_z obtenus en $z = 0.05 \text{ m}$ pour ces deux types de modélisation. Les résultats sont présentés sur la FIGURE III.10.

On peut observer que les valeurs de contraintes obtenues sous blochet suivant les deux méthodes de calcul sont proches. Il en est de même pour les profils de u_z , ainsi que généralement pour l'ensemble des autres champs mécaniques et notamment, comme en témoigne la suite, pour l'accélération verticale.

Nous avons également effectué plusieurs comparaisons entre les accélérations verticales calculées avec ViscoRail et celles obtenues par EF, en ne considérant que le massif et sans prise en compte des effets d'inertie. Les vitesses considérées avec ViscoRail sont $V = 180$ et 270 km.h^{-1} ; les γ_z pour cette seconde vitesse sont celles du cas de référence (cf. section III.2.3). Pour les modélisations EF, les γ_z sont obtenues par dérivation seconde en fonction du temps de la déflexion verticale ; celle-ci étant reconstruite sur la base de plusieurs calculs en lien avec le principe de construction des évolutions temporelles présenté en section II.3.1.

La FIGURE III.11 illustre les comparaisons effectuées entre les profils temporels de γ_z calculés sous l'axe du rail $y = 0$ près de la surface du ballast ($z = 0.05 \text{ m}$) en un point situé sous une traverse ($x = 0$) pour : (a) $V = 270 \text{ km.h}^{-1}$ et (b) $V = 180 \text{ km.h}^{-1}$.

Pour ces deux vitesses, on peut constater là encore que les allures des profils sont similaires. On remarque que, pour $V = 180 \text{ km.h}^{-1}$, la différence entre les γ_z obtenues avec (ViscoRail) ou sans (EF ss arm.) prise en compte des forces d'inertie est négligeable comme l'atteste la bonne adéquation des courbes tracées sur la FIGURE III.11b. En revanche pour $V = 270 \text{ km.h}^{-1}$, la différence est plus marquée comme le montre l'amplification, de l'ordre de 15-20%, des γ_z calculées avec ViscoRail au niveau des extrema. Comme évoqué précédemment, ceci est dû aux effets d'inertie dans la structure qui s'accroissent avec la vitesse. Nous reviendrons sur ces effets d'inertie dans le chapitre suivant.

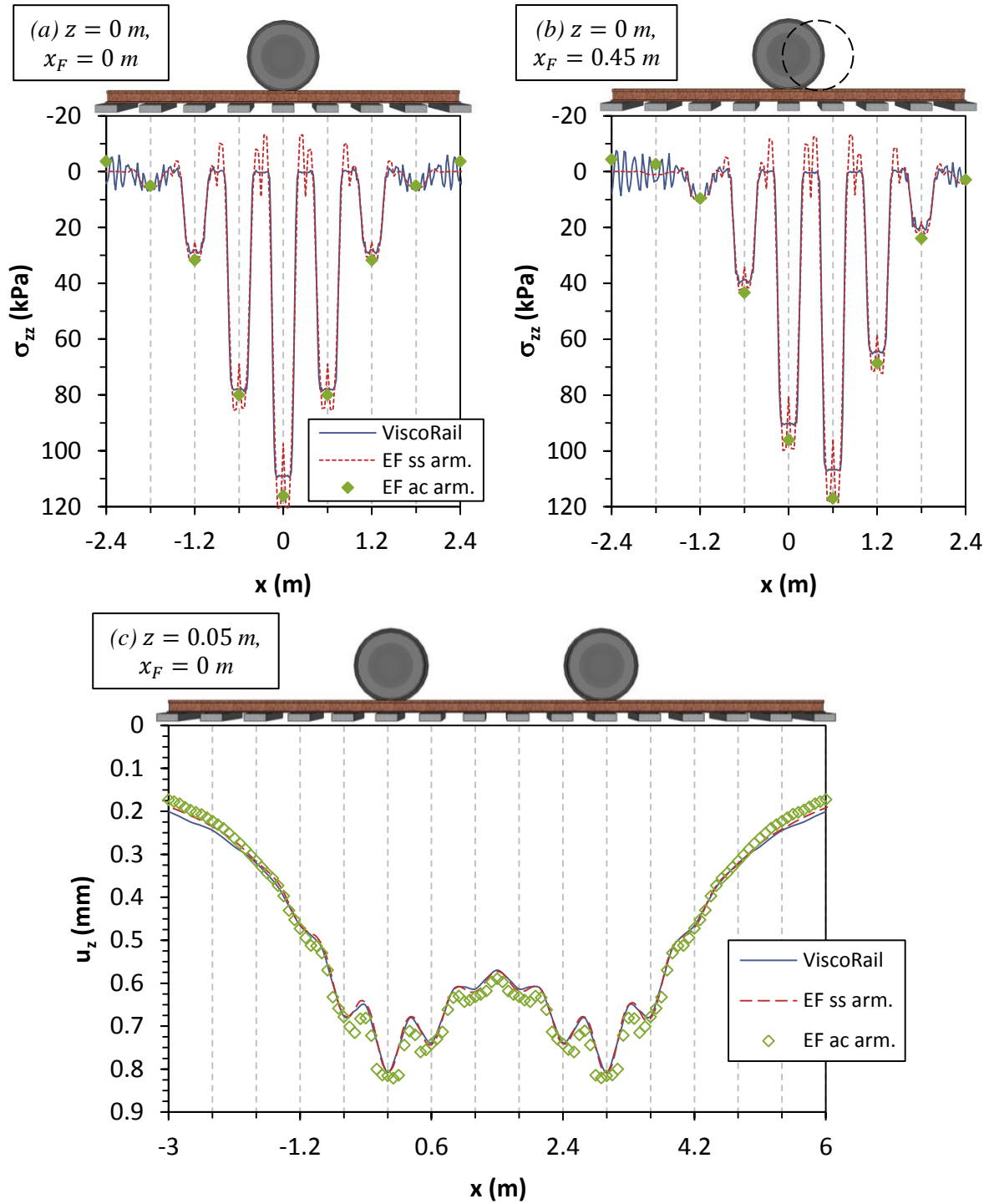


FIGURE III.10 – Comparaison entre le chargement $p(x, t)$ recomposé en surface (ViscoRail) et les contraintes obtenues avec les simulations EF (avec et sans armement) quand la roue est : (a) au droit d'une traverse et (b) en bord gauche de traverse. (c) Comparaison des profils du déplacement vertical en $z = 0.05 \text{ m}$ quand $x_F = 0$.

Les différentes courbes présentées ici nous permettent de conclure que la méthode développée est correctement implémentée dans ViscoRail.

Elle nous a permis au passage de tester d'autres méthodes de calcul basées sur la méthode des éléments finis, sans forces d'inertie et conduisant à des approximations raisonnables de la solution

pour les vitesses d'exploitation usuelles. Celles-ci sont mises à profit ci-après pour étudier l'effet d'une largeur finie de la couche de ballast, ainsi que l'effet d'une non-linéarité de comportement de type Boyce du matériau.

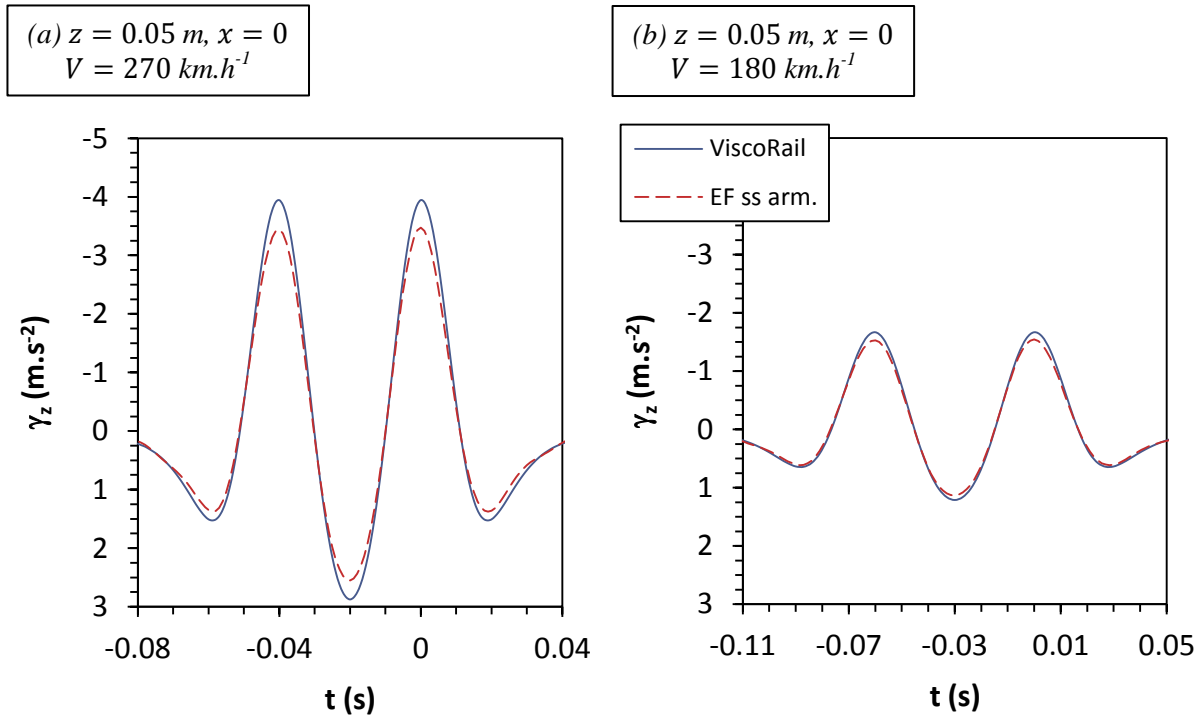


FIGURE III.11 – Comparaison des profils temporels d'accélération verticale calculés en $y = 0$ et $z = 0.05 \text{ m}$ avec ViscoRail et à partir de la dérivation seconde de la déflexion verticale obtenue avec la modélisation EF sans armement : (a) au point $x = 0$ (au droit d'une traverse) et (b) au point $x = 0.3 \text{ m}$ (entre traverse).

III.4 Justification de certaines hypothèses de modélisation

On s'intéresse ici à la validation de certaines hypothèses de ViscoRail.

Nous discutons d'abord (sections III.4.1 et III.4.2) les hypothèses de modélisation du comportement du ballast par l'élasticité linéaire et l'extension latérale infinie de cette couche. Ces deux études sont réalisées à l'aide de modélisations EF réalisées avec le logiciel CESAR-LCPC sur la base de la méthode de calcul simplifié précédente, en considérant respectivement un comportement de ballast élastique non-linéaire (loi de Boyce) et une géométrie plus réaliste de voie, avec talus de ballast.

Nous revenons ensuite (section III.4.3) sur l'hypothèse de la représentation du chargement ferroviaire par des forces d'amplitude constante sur les rails. Les résultats de ViscoRail sont « croisés » pour cette étude avec ceux du code de calcul multi-corps VOCO, focalisé sur la dynamique des véhicules ferroviaires.

III.4.1 Modélisation du ballast : comparaison entre élasticité linéaire et élasticité non-linéaire (loi de Boyce)

En alternative à la modélisation élastique linéaire du ballast, nous avons testé la loi de Boyce, proposée dans la littérature pour la modélisation des matériaux granulaires (Boyce, 1980, 1976) et souvent utilisée en Mécanique des Chaussées pour représenter le comportement des graves non traitées.

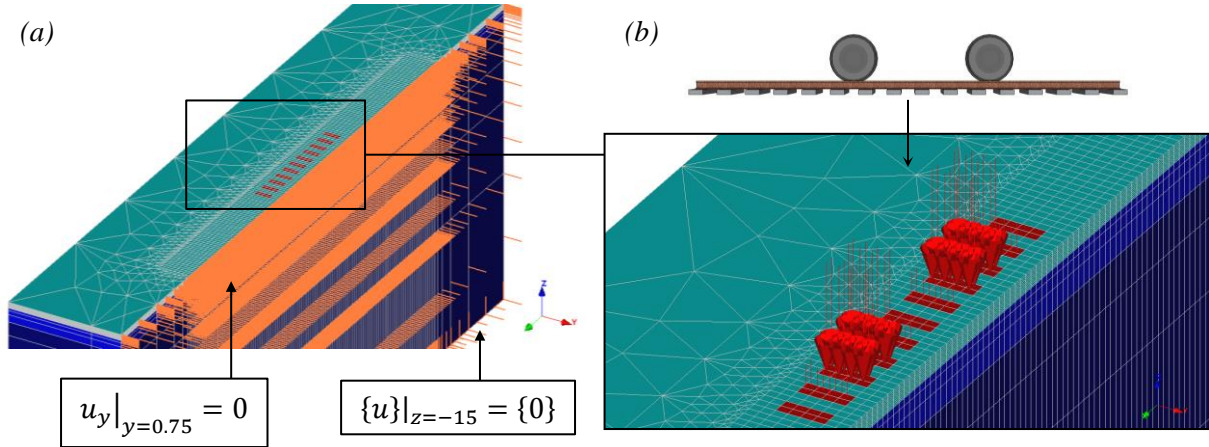


FIGURE III.12 – (a) Modélisation EF de la structure d'assise et des conditions aux limites en déplacements. (b) Configuration du chargement appliqué en surface lorsque les charges sont situées entre traverses.

La loi de comportement de Boyce, reliant le tenseurs des contraintes $\bar{\sigma}$ à celui des déformations $\bar{\varepsilon}$, est donnée par la relation suivante :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\bar{\sigma}}{2G} \left(\frac{1}{6G} - \frac{1}{9K} \right) \text{Tr}(\bar{\sigma}) \bar{I} \quad (\text{III.3})$$

où \bar{I} représente la matrice identité et avec G et K les modules de cisaillement et de compressibilité variant avec les contraintes suivant les relations :

$$G(p) = G_a \left(\frac{p}{p_a} \right)^{1-n}, \quad K(p, q) = K_a \frac{\left(\frac{p}{p_a} \right)^{1-n}}{1 - \beta \left(\frac{q}{p} \right)^2} \quad (\text{III.4})$$

avec $\beta = (1 - n)K_a/6G_a$, n le coefficient de non-linéarité, p_a la pression atmosphérique, G_a et K_a les valeurs de G et K sous cette pression ($p = p_a$) et où :

$$p = -\frac{\text{Tr}(\bar{\sigma})}{3}, \quad q = \sqrt{\frac{3}{2} \text{Tr}(\bar{s}^2)} \quad (\text{III.5})$$

sont respectivement les contraintes moyenne et déviatorique et \bar{s} le tenseur déviateur de $\bar{\sigma}$. Cette loi n'est valable que pour des états de contrainte moyenne en compression ($p < 0$).

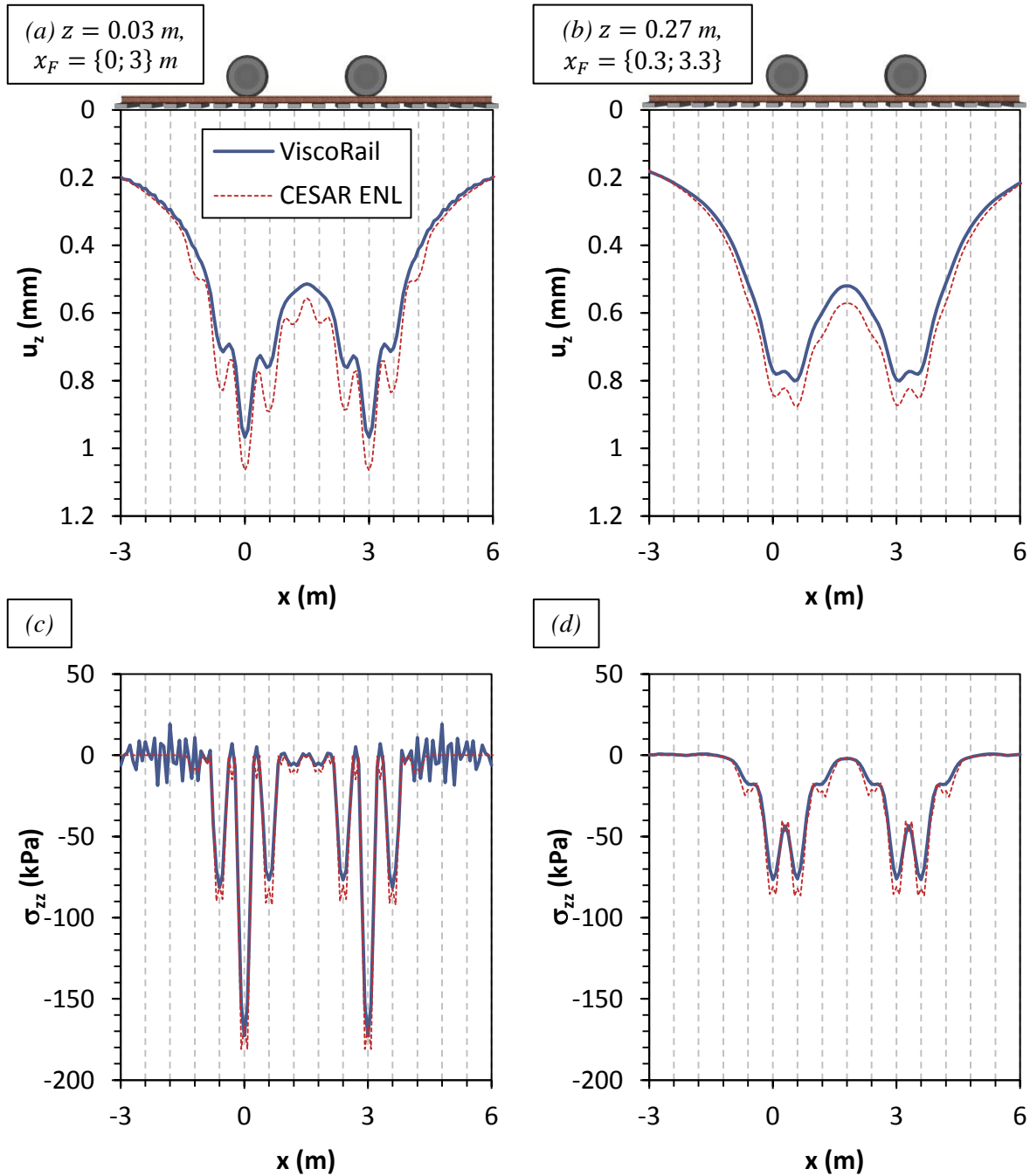


FIGURE III.13 – Profils longitudinaux calculés sous l'axe d'un rail ($y = 0$) par ViscoRail pour $V = 270$ km.h⁻¹ (avec comportement élastique linéaire pour le ballast) et par CESAR-LCPC en statique (avec comportement élastique non-linéaire de Boyce (ENL) pour le ballast) : (a) et (b) des déplacements verticaux et (c) et (d) des contraintes verticales respectivement en haut de couche de ballast quand les charges sont au droit de traverses et en base de couche de ballast quand les charges sont entre traverses.

Le modèle ViscoRail considéré est celui du cas de référence (avec $V = 270 \text{ km.h}^{-1}$), pour des masses volumiques nulles et une valeur du moment d'inertie du rail égale à $I_r = 7.3 \times 10^{-6} \text{ m}^4$.

Les simulations EF sont effectuées sans force d'inertie avec le module CVCR de CESAR-LCPC, dans lequel la loi de Boyce est disponible, et en mettant à profit la méthode simplifiée exposée précédemment. Ces calculs sont réalisés avec le modèle sans armement (EF ss arm, FIGURE III.12a), pour des pressions uniformes sous blochets correspondant à deux positions de charge (ex : FIGURE III.12b pour $x_F = \{0.3; 3.3\}$) et en lien avec courbe maîtresse issue du calcul élastique linéaire ViscoRail (en négligeant l'effet de la non-linéarité sur le chargement). Les paramètres de la loi de Boyce sont pris égaux à $n = 0.35$, $p_a = 0.1 \text{ MPa}$, $K_a = 250 \text{ MPa}$ et $G_a = 54 \text{ MPa}$. Ces valeurs sont calculées sur la base du module d'Young et du coefficient de Poisson et des coefficients K et G correspondant du ballast élastique linéaire des modélisations ViscoRail (TABLEAU III.1), en observant que les contraintes sous les blochets chargés sont de l'ordre de p_a (ratio $p/p_a \approx 1$).

L'ensemble de ces calculs est réalisé sans poids propre. Pour information, le temps de calcul sur PC des simulations EF est d'environ une heure (sans compter la mise en données) contre quelques minutes pour les simulations dynamiques réalisées avec Viscorail.

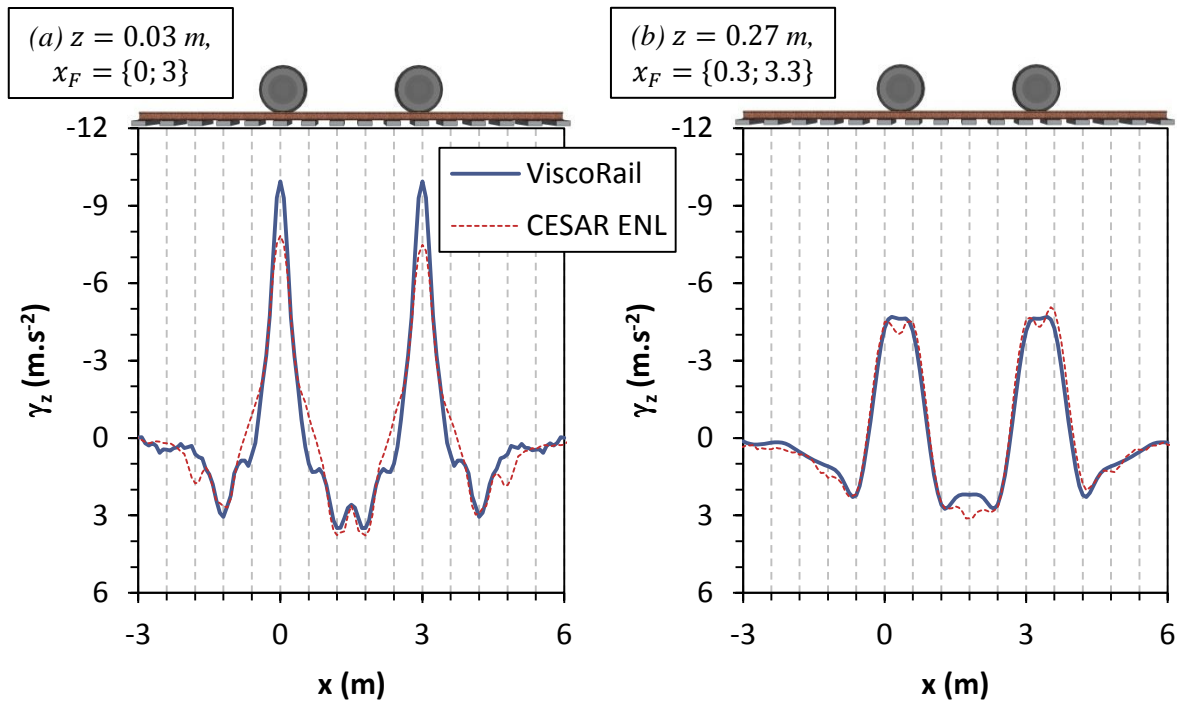


FIGURE III.14 – Profils longitudinaux des accélérations verticales calculés sous le rail ($y = 0$) par ViscoRail pour $V = 270 \text{ km.h}^{-1}$ (avec comportement élastique linéaire pour le ballast) et par CESAR-LCPC en statique (avec comportement élastique non-linéaire de Boyce (ENL) pour le ballast) : (a) en haut de couche de ballast pour des charges au droit de traverses et (b) en base de couche de ballast pour des charges entre traverses.

La Figure III.13 présente les profils longitudinaux de u_z et de σ_{zz} sous le rail $y = 0$ pour : (a) et (c) $z = 0.03 \text{ m}$ quand les charges sont au droit de traverses ($x_F = \{0; 3\} \text{ m}$) et (b) et (d) $z = 0.27 \text{ m}$ quand les charges sont entre traverses ($x_F = \{0.3; 3.3\} \text{ m}$).

La FIGURE III.14 présente les profils longitudinaux d'accélérations pour les deux configurations d'observation précédentes, obtenus, pour les calculs EF, par la procédure décrite en section II.3.1. De

façon simplifiée, on désigne ci-après par EL les courbes ViscoRail calculées en élasticité linéaire et par ENL les courbes CVCR calculées en élasticité non linéaire.

On peut observer de manière générale que les courbes EL et ENL présentent des allures voisines. On peut aussi noter sur ces calculs que bien que les amplitudes de déflexion ENL soient supérieures aux déflexions EL (nous n'avons pas cherché à faire en sorte que les valeurs aux pics se correspondent), les pics d'accélération ENL sont plus petits ou égaux aux pics d'accélération EL.

On en déduit que l'élasticité non linéaire, *a priori* plus représentative du comportement macroscopique réversible du ballast, tend à adoucir les champs d'accélération et que mener les calculs en élasticité linéaire revêt un caractère plutôt conservatif.

III.4.2 Extension latérale de la couche de ballast

Une seconde hypothèse de ViscoRail est étudiée ici et concerne l'extension de la couche de ballast dans la direction latérale (selon l'axe y). Comme auparavant, la pertinence de cette hypothèse est analysée sur la base de la confrontation entre les résultats de calculs EF réalisés en statique avec CESAR-LCPC et les résultats ViscoRail.

Le modèle ViscoRail est identique à celui de la section précédente. Celui utilisé dans les simulations EF est présenté sur la FIGURE III.15a. Il est identique au modèle EF de l'étude précédente, à ceci près que la couche de ballast a désormais un comportement élastique linéaire (EL) et qu'elle est prise d'extension finie dans la direction latérale, avec talus à 45°, pour se rapprocher des géométries réelles. Les caractéristiques mécaniques des couches sont prises égales à celles du modèle ViscoRail.

Comme indiqué sur la FIGURE III.15a, neuf profils longitudinaux sont pris en compte pour mener les différentes comparaisons. On considère ainsi trois cotes $y = \{0; -0.4; -0.75\}$ et trois cotes $z = \{0.03; 0.15; 0.27\}$. La considération de ces profils permet d'avoir une vue générale de l'évolution des déplacements verticaux, des contraintes verticales et des accélérations verticales dans la zone de ballast située entre le blochet et le talus. De la même façon que dans l'étude précédente, plusieurs positions de charges sur les rails sont considérées. Pour chacune d'entre elles, la distribution de charge en surface de ballast (dont la largeur est représentée par les flèches rouges sur la FIGURE III.15a) appliquée dans les simulations EF est issue des calculs ViscoRail.

La Figure III.15 présente les résultats obtenus sous l'axe $y = -0.75 \text{ m}$ (le plus près du talus).

On constate que les profils de déplacements verticaux calculés en surface sont similaires bien que les calculs EF donnent une amplitude plus grande que ViscoRail.

Pour les contraintes verticales, la même remarque peut être faite mais avec des différences d'amplitude pouvant atteindre 50% entre ViscoRail et les simulations EF. Néanmoins, on peut voir que les valeurs de contraintes sont relativement faibles dans cette zone, en comparaison des 170 kPa obtenus au droit des charges sur la FIGURE III.13c.

Les accélérations verticales issues des simulations EF réalisées en statique ont été calculées sur la base de la méthode de calcul présentée en section II.3.1. Comme le montre le graphe (d), l'approximation de ces accélérations par Viscorail est satisfaisante.

L'étude des autres profils non présentés ici montrent que les différences observées s'estompent au fur et à mesure que l'on se rapproche de l'axe de symétrie de la voie.

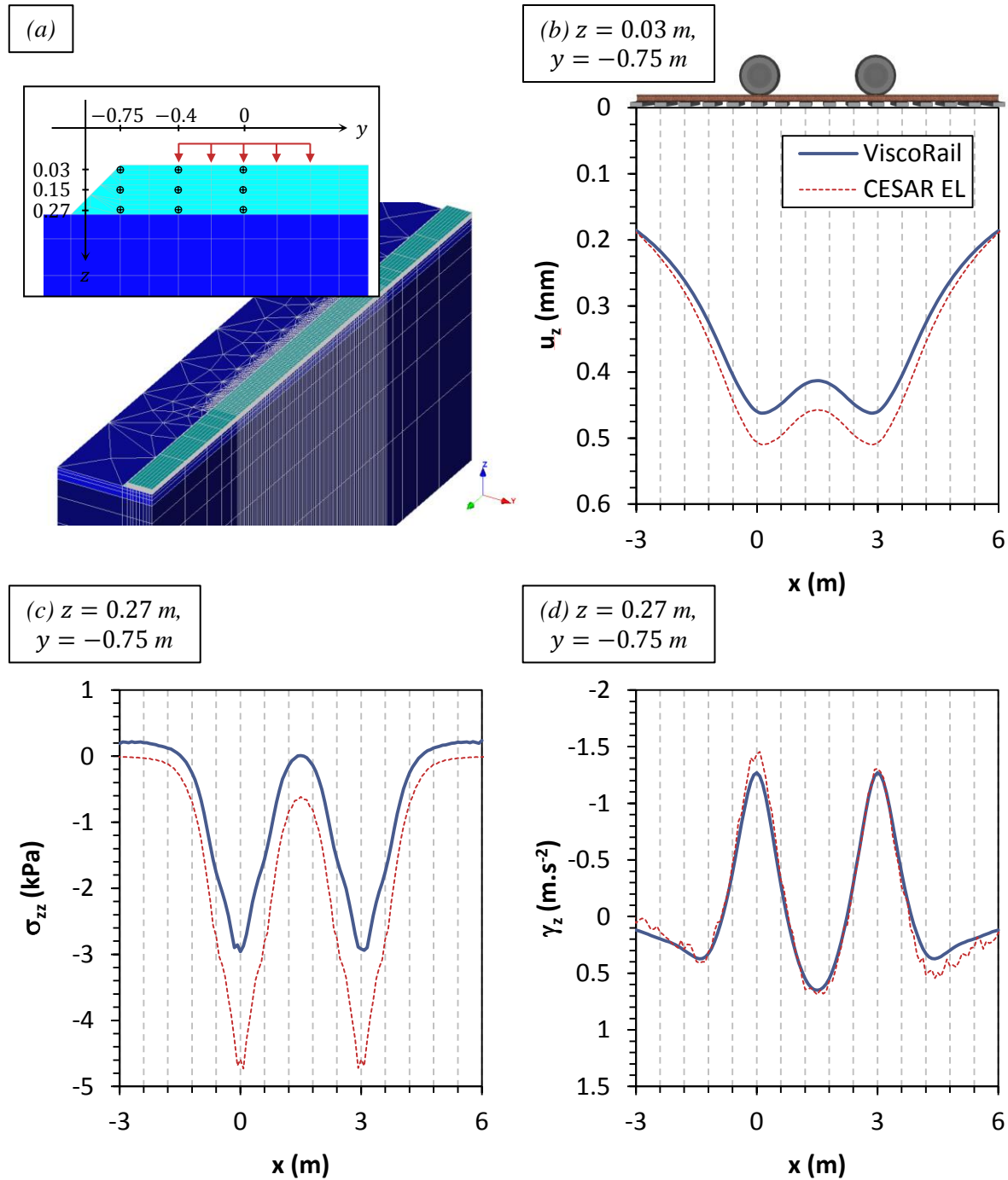


FIGURE III.15 – (a) Vue générale du modèle EF et configuration des profils d'observation. Profils longitudinaux, calculés sous l'axe $y = -0.75$ m par ViscoRail pour $V = 270 \text{ km.h}^{-1}$ et par CESAR-LCPC en statique (avec géométrie de voie réelle) quand les charges sont au droit de traverses : (b) déplacement verticaux en $z = 0.03$ m, (c) et (d) contraintes verticales et accélérations verticales en $z = 0.27$ m.

III.4.3 Examen de l'hypothèse de force d'intensité constante

La dernière hypothèse de ViscoRail ayant fait l'objet d'une analyse est celle de la modélisation du chargement ferroviaire. Pour rappel, celui-ci est représenté par l'application de forces verticales ponctuelles d'intensité constante se déplaçant à vitesse constante sur les rails. L'analyse de cette

approximation est réalisée à l'aide du logiciel VOCO, qui est un outil de calcul multi-corps de dynamique ferroviaire développé à l'Ifsttar (Chollet et al., 2013). Cet outil prend en compte la dynamique du véhicule dans le contact roue/rail, en tenant compte de l'inertie du véhicule, de ses dispositifs d'amortisseurs et d'un modèle de voie simplifié.

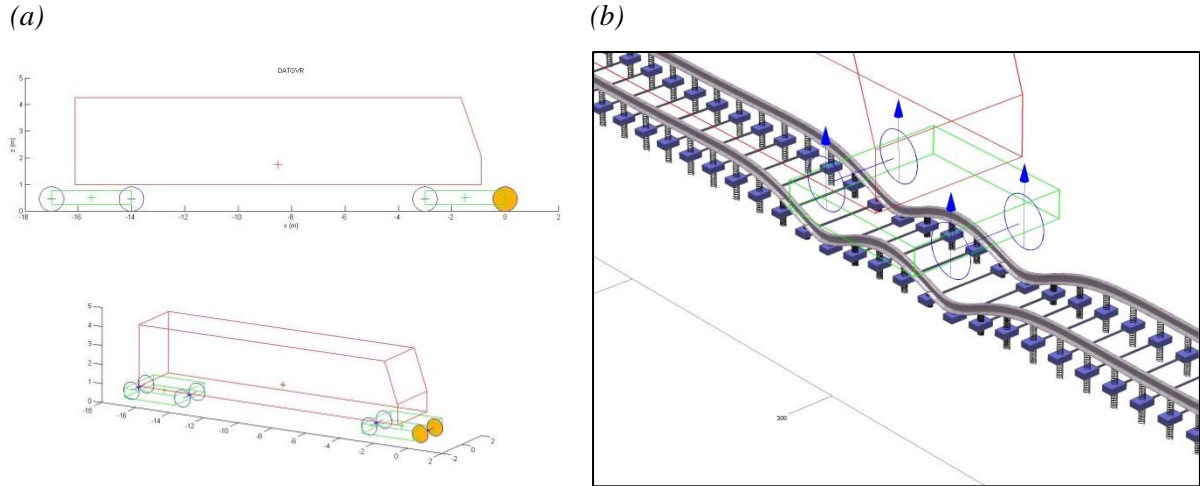


FIGURE III.16 – (a) Motrice considérée et (b) déformée de la voie à un instant t .

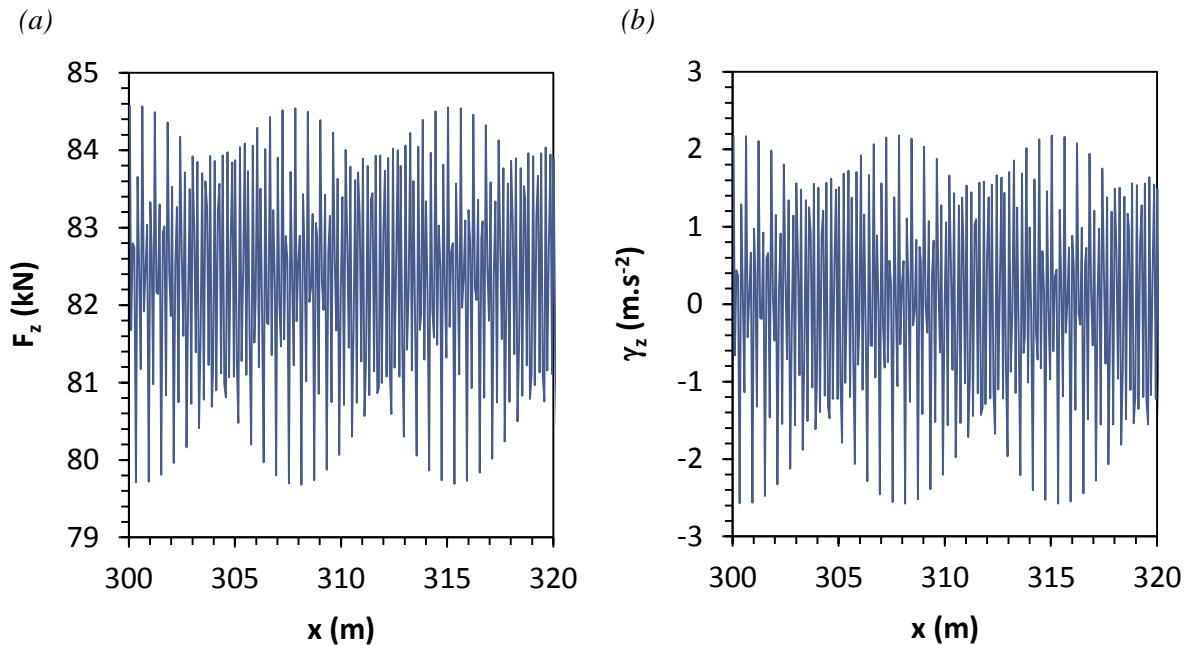


FIGURE III.17 – (a) Force de contact roue/rail et (b) accélération de la roue en fonction de x .

Pour notre étude, on considère une motrice de TGV classique (cf. FIGURE III.16a), composée d'une caisse (de masse $m_c = 54244 \text{ kg}$) et de deux bogies ($m_b = 2382 \text{ kg}$), chacun constitué de deux essieux ($m_e = 2048 \text{ kg}$). La charge à l'essieu pour ce modèle de motrice est standard et telle que :

$Q = (m_c/4 + m_b/2 + m_e)g \approx 165 \text{ kN}$. A l'image du modèle de voie considéré dans ViscoRail, cette motrice circule sur une section courante de voie sans défaut à une vitesse de 270 km.h^{-1} , telle que représentée sur la FIGURE III.16b. Le rail considéré pour cette simulation est un rail UIC60. Ce rail repose sur des ressorts verticaux permettant de modéliser le contact avec les blochets (masse 100 kg) des traverses bi-blocs. Pour correspondre au mieux aux simulations ViscoRail effectuées en section III.2.6, la valeur de la rigidité de ces ressorts est fixée à $k = 50 \text{ MN.m}^{-1}$. Sur la FIGURE III.16b, on peut également voir que, dans un calcul VOCO, la structure d'assise est modélisée par la présence de ressorts verticaux sous les blochets de chaque traverse ; l'extrémité basse de ces ressorts étant reliée à un plan fixe et rigide.

La valeur de la rigidité de ces ressorts est déterminée par calcul inverse, sur la base des simulations dynamiques ViscoRail effectuées précédemment. Dans ces calculs, la déflexion maximale du rail calculée au droit de la charge est d'environ 1.5 mm pour une charge à la roue de $F = 80 \text{ kN}$, conduisant à une rigidité de l'ordre de 53 MN.m^{-1} . On prend donc ici une valeur de 50 MN.m^{-1} , égale par conséquent à la valeur k de la raideur rail/blochet.

On fait alors « circuler » la motrice pendant 5 s sur la voie. L'analyse des résultats se concentre néanmoins sur le régime établi entre les instants $t = 4 \text{ s}$ et $t = 4.5 \text{ s}$; *i.e.* à partir du point kilométrique $x = 300 \text{ m}$.

On présente sur la FIGURE III.17, les évolutions, en fonction de la position de la roue, de la force de contact roue/rail et de l'accélération verticale au niveau de la roue avant gauche du premier bogie de la motrice (essieu marqué en jaune sur la FIGURE III.16a). On peut constater que ces évolutions oscillent rapidement. Néanmoins, les variations de la force de contact autour de sa valeur moyenne de 82.5 kN restent relativement faibles, de l'ordre de $\pm 3\%$ ($\approx \pm 2.5/82.5$), grâce aux dispositifs d'amortisseurs présents sur les véhicules. (Ces valeurs sont heureusement sans rapport avec celles que l'on obtiendrait en considérant une masse de 8 tonnes qui suivrait la déflexion du rail)

Ceci conforte l'hypothèse de forces d'intensité constante faite dans ViscoRail en section pleine voie sans défaut.

III.5 Confrontation entre ViscoRail et mesures in situ

Les travaux de validation de ViscoRail se sont poursuivis par la comparaison entre résultats de calculs et un certain nombre de données expérimentales réalisées en voie. A travers les différents cas de terrain examinés, elles permettent d'évaluer la capacité de ViscoRail à reproduire la réponse dynamique des voies à différentes vitesses.

III.5.1 Site d'Ath, LGV Bruxelles-Paris, Belgique

La première étude menée s'appuie sur la campagne de mesures effectuée sur le site d'Ath (Belgique) lors des tests d'homologation de la LGV reliant Bruxelles à Paris (Degrande, 2000;

Degrande and Schillemans, 2001)¹. Ces essais ont consisté à enregistrer les accélérations verticales en différents points de la surface de la structure (sur traverse, sur rail et en champ libre) lors de neuf passages de TGV THALYS circulant à des vitesses comprises entre 223 et 314 $km.h^{-1}$.

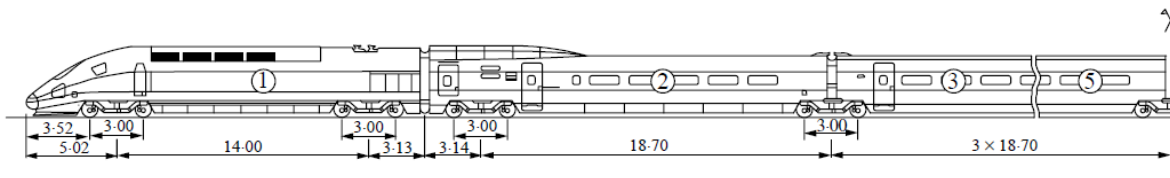


FIGURE III.18 – Configuration du TGV THALYS circulant lors des essais d'homologation de la LGV Bruxelles-Paris (extrait de Degrande and Schillemans (2001)).

TABLEAU III.3 – Caractéristiques géométriques et mécaniques de la voie sur le site d'Ath.

	e (m)	ρ ($kg.m^{-3}$)	E (MPa)	ν
Ballast	0.30	1800*	200*	0.1*
Sous-ballast	0.20	2200*	300*	0.2*
Couche de forme	0.50	2200*	400*	0.2*
Couche de sol 1	1.40	1850*	33*	0.3*
Couche de sol 2	1.90	1850*	85*	0.3*
Couche de sol 3	∞	1850*	246*	0.3*

* Valeurs adoptées de Gomes Correia et al. (2007)

Dans les confrontations menées ci-dessous, on ne considère que le dernier bogie des trains dont la configuration est montrée sur la FIGURE III.18. Ces bogies sont composés de deux essieux espacés de 3 m pour lesquels la charge est l'une des plus élevées en comparaison de celles des essieux des bogies intermédiaires, soit $Q = 170$ kN. En outre, la ligne Bruxelles-Paris est une voie double, *i.e.* constituée de deux voies de circulation espacées de 3 m (distance entre les deux files de rails intérieurs) ; on note ces deux voies T1 et T2 dans la suite. Les caractéristiques de la structure d'assise de la voie sur le site d'Ath sont résumées dans le TABLEAU III.3. Les informations concernant ces caractéristiques étant incomplètes dans les références précédentes, les différentes valeurs adoptées ici sont également basées sur celles considérées dans les simulations de Gomes Correia et al. (2007) ; ces dernières sont marquées par un astérisque dans le TABLEAU III.3. Concernant l'armement, chaque voie, T1 et T2, est composée de deux files de rails UIC60 espacées de $D_{rail} = 1.5$ m (de moment d'inertie de $I_r = 3 \times 10^{-5} m^4$ et de module d'Young $E_r = 210 \times 10^3$ MPa), fixés sur des traverses monobloc de dimensions $2.5 \times 0.285 m^2$. Cette fixation est réalisée par le biais d'attaches Pandroll E2039, après installation de pads rail/traverse d'une épaisseur de 0.01 m et de rigidité statique $k = 100$ MN.m⁻¹. A noter ici que, dans les simulations ViscoRail où seules des traverses bi-blocs peuvent être considérées, on utilise des blochets de dimensions $2a \times 2b = 1 \times 0.285 m^2$.

¹ Par souhait des auteurs, les données de ces mesures sont rendues gratuitement disponibles en ligne à cette adresse : <http://www.bwk.kuleuven.ac.be/bwm/> ; cette démarche de mise à disposition est grandement appréciée.

Afin de pouvoir comparer les données de mesures issues de cette campagne, on effectue des simulations ViscoRail pour quatre vitesses de circulations différentes : $V = 223, 272, 300$ et 314 km.h^{-1} . Pour chacune de ces vitesses, on compare les profils temporels des accélérations verticales de traverses obtenues par la mesure et les accélérations verticales calculées en surface de ballast sous l'axe d'un rail au droit d'un blochet. On peut donc s'attendre à avoir de légères différences puisque la comparaison ne s'effectue par exactement au même point d'observation.

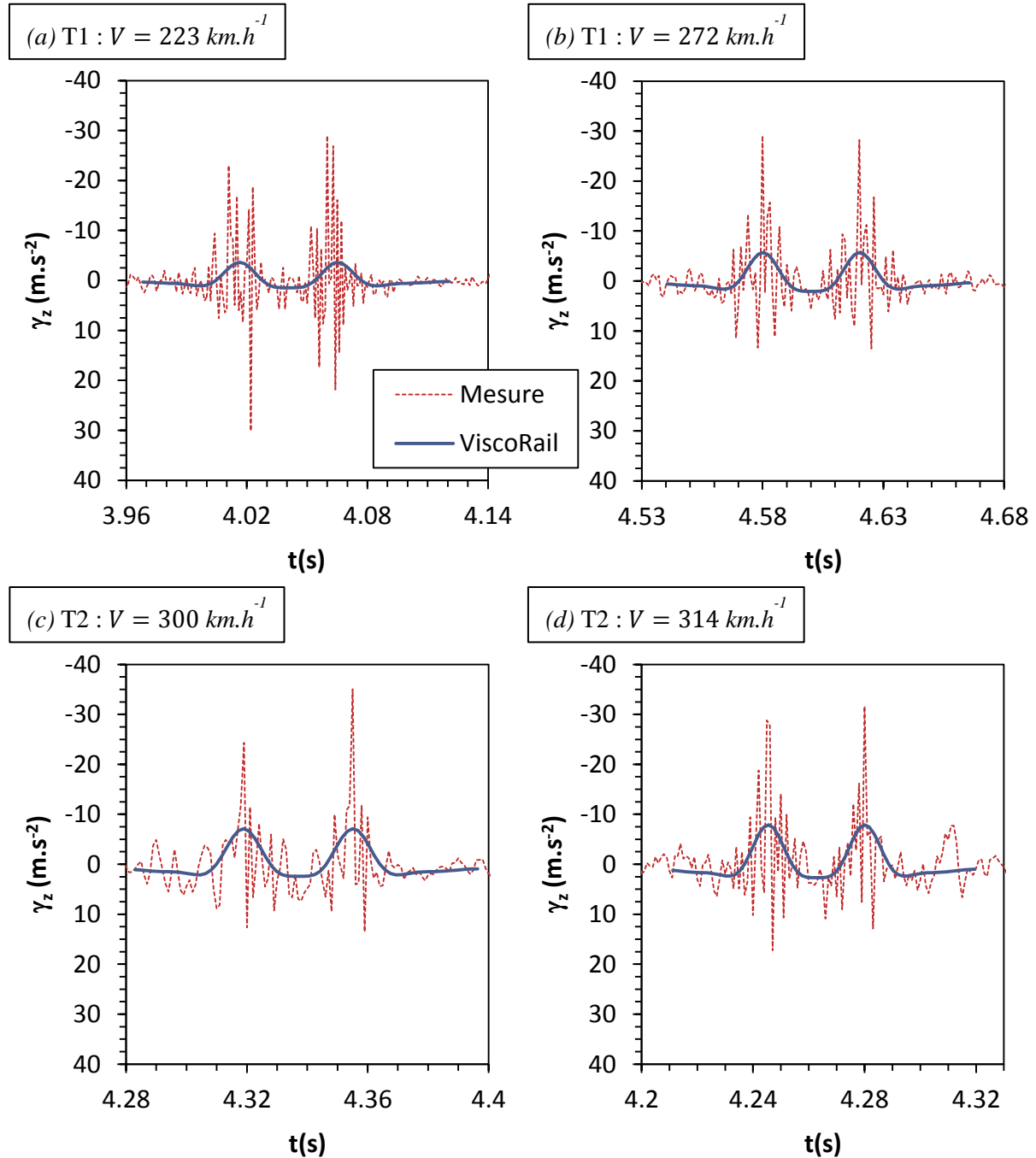


FIGURE III.19 – Confrontation des profils temporels d'accélération verticale de traverse calculés avec ViscoRail et mesurés par Degrande and Schillemans (2001) : (a) sur la voie T1 à $V = 223 \text{ km.h}^{-1}$, (b) sur la voie T1 à $V = 272 \text{ km.h}^{-1}$, (c) sur la voie T2 à $V = 300 \text{ km.h}^{-1}$ et (d) sur la voie T2 à $V = 314 \text{ km.h}^{-1}$.

La FIGURE III.19 présente quelques-uns des profils ainsi obtenus : sur les graphes (a) et (b), la confrontation est réalisée pour les mesures effectuées sur la traverse instrumentée de la voie T1 pour $V = 223$ et 272 km.h^{-1} respectivement et sur les graphes (c) et (d) pour celles effectuées sur la traverse instrumentée de la voie T2 pour $V = 300$ et 314 km.h^{-1} respectivement.

On constate dans un premier temps que les mesures d'accélération (en pointillés rouges), n'ayant fait l'objet d'aucun traitement du signal, sont très perturbées quelle que soit la vitesse de circulation ; les oscillations observées peuvent en effet atteindre $\pm 3g$ (g étant l'accélération de la pesanteur). Il est donc difficile ici d'évaluer le rôle de V sur ces accélérations. Ces fortes oscillations peuvent être dues au bruit des mesures, aux effets d'inertie engendrés par les vibrations du véhicule sur la traverse, mais aussi aux irrégularités de la voie qui peuvent entraîner d'éventuelles surcharges dynamiques. Ces différents effets n'étant pas pris en compte dans les simulations ViscoRail, les profils calculés avec cet outil sont beaucoup plus lisses (lignes continues bleues). La confrontation des résultats de calculs et des mesures montre donc de grandes disparités dans l'amplitude des accélérations verticales lors du passage des deux essieux. Ceci peut également s'expliquer par le fait que le point d'observation n'est pas le même entre la mesure et le calcul comme expliqué précédemment.

Néanmoins, on remarque que le passage des essieux est bien identifié avec ViscoRail puisque les accélérations, calculées et mesurées, les plus grandes (en valeur absolue) apparaissent aux mêmes instants ; *idem* pour les plus faibles.

A partir de leurs mesures, Degrande and Schillemans (2001) calculent les vitesses verticales par intégration des accélérations, après suppression du bruit par l'intermédiaire d'un filtre digital (se référer à l'article pour plus de précisions). On peut donc aussi comparer les vitesses verticales ainsi obtenues avec celles calculées par ViscoRail. Les profils temporels des vitesses verticales de traverses correspondant aux points d'observation précédents sont présentés sur la FIGURE III.20.

On constate que, de par l'intégration et l'utilisation du filtre digital, les courbes de vitesses issues des mesures sont beaucoup moins perturbées ; ce qui facilite l'analyse en comparaison de celle faite pour les accélérations. Les graphes montrent des allures similaires entre eux :

- A l'arrivée du premier essieu (pour t le plus faible), la vitesse verticale augmente vers le bas, puis atteint un maximum et diminue ensuite pour redescendre à zéro. Ceci correspond à un déplacement progressif de la traverse vers le bas jusqu'à ce que le premier essieu arrive au droit de la traverse en question.
- A ce stade, la vitesse verticale devient négative (axe des z dirigé vers le bas dans ViscoRail) et atteint un maxima intermédiaire vers le haut, puis elle baisse jusqu'à la valeur nulle ; ce qui traduit une remontée partielle de la traverse vers le haut.
- Ensuite, la vitesse change à nouveau de signe et atteint un maxima intermédiaire vers le bas avant de diminuer pour retourner à zéro. Suite à sa remontée partielle, la traverse s'enfonce de nouveau sous l'effet du second essieu qui approche.
- La vitesse verticale augmente alors vers le haut, atteint un maximum négatif et diminue ensuite jusqu'à zéro. La traverse voit maintenant s'éloigner le second bogie (pour t le plus élevé) et remonte donc progressivement à sa position d'origine.

Par ailleurs, l'influence de la vitesse de circulation sur la vitesse verticale de la traverse est visible sur la FIGURE III.20. On peut en effet remarquer que les valeurs des maximums, positif et négatif, évoqués précédemment ont tendance à augmenter (en valeur absolue) avec V . Ces observations sont bien reproduites dans leur ensemble dans les calculs ViscoRail pour les différentes vitesses de circulation considérées.

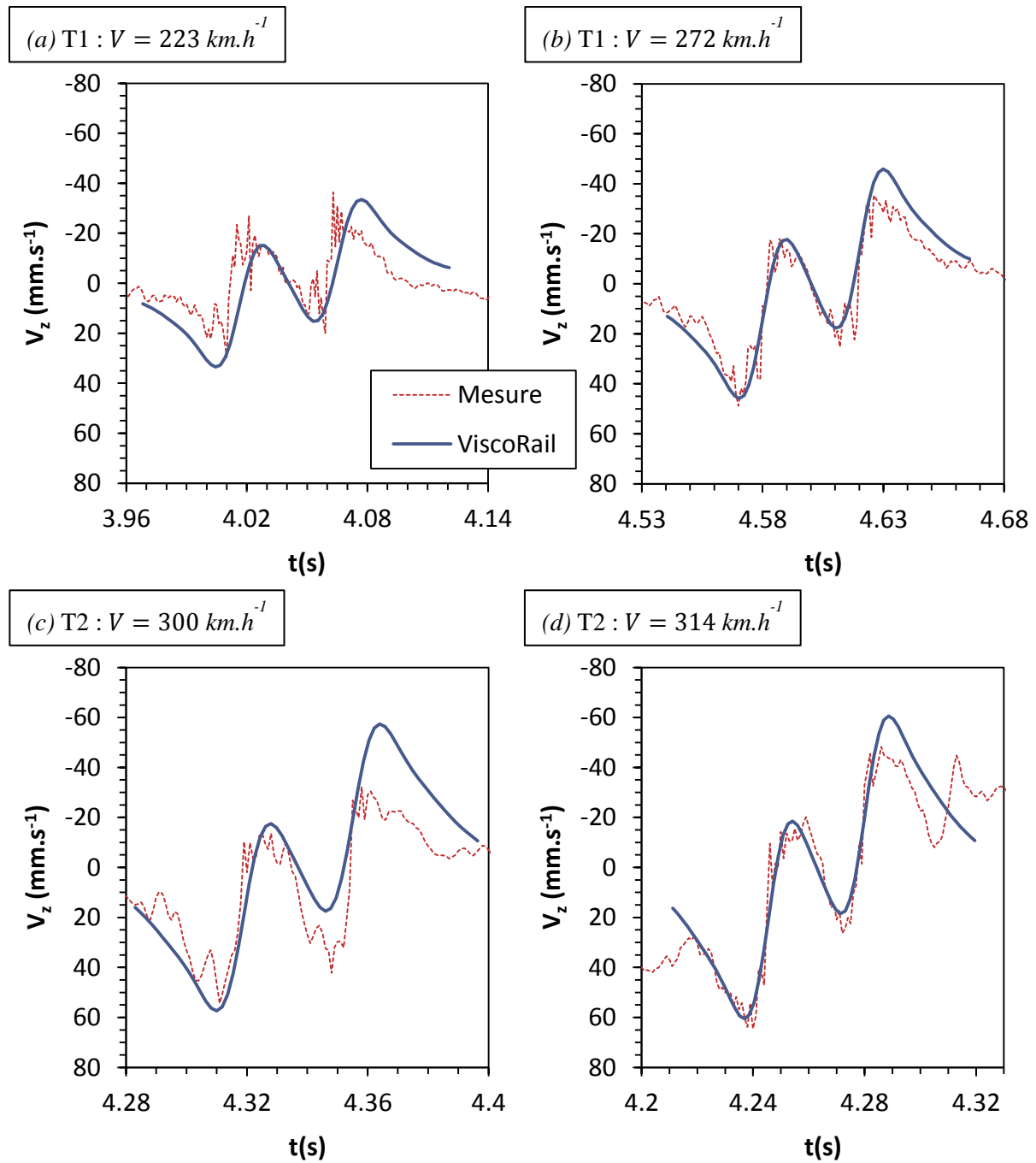


FIGURE III.20 – Confrontation des profils temporels de vitesse verticale de traverse calculés avec ViscoRail et issus des mesures effectuées par Degrande and Schillemans (2001) : (a) sur la voie T1 à $V = 223 \text{ km.h}^{-1}$, (b) sur la voie T1 à $V = 272 \text{ km.h}^{-1}$, (c) sur la voie T2 à $V = 300 \text{ km.h}^{-1}$ et (d) sur la voie T2 à $V = 314 \text{ km.h}^{-1}$.

III.5.2 Site de Cavaillon, LGV Lyon-Marseille, France (données SNCF)

Cette partie présente la dernière des confrontations réalisées entre mesures expérimentales et résultats de calculs ViscoRail. Elle est basée sur les données de mesures issues de la campagne nommée V360, effectuée par la SNCF en 2006 sur le site de Cavaillon (LGV Lyon-Marseille). Ces

données sont consignées dans les rapports de Ainciart (2007a, 2007b), mis à notre disposition contractuellement par la SNCF.

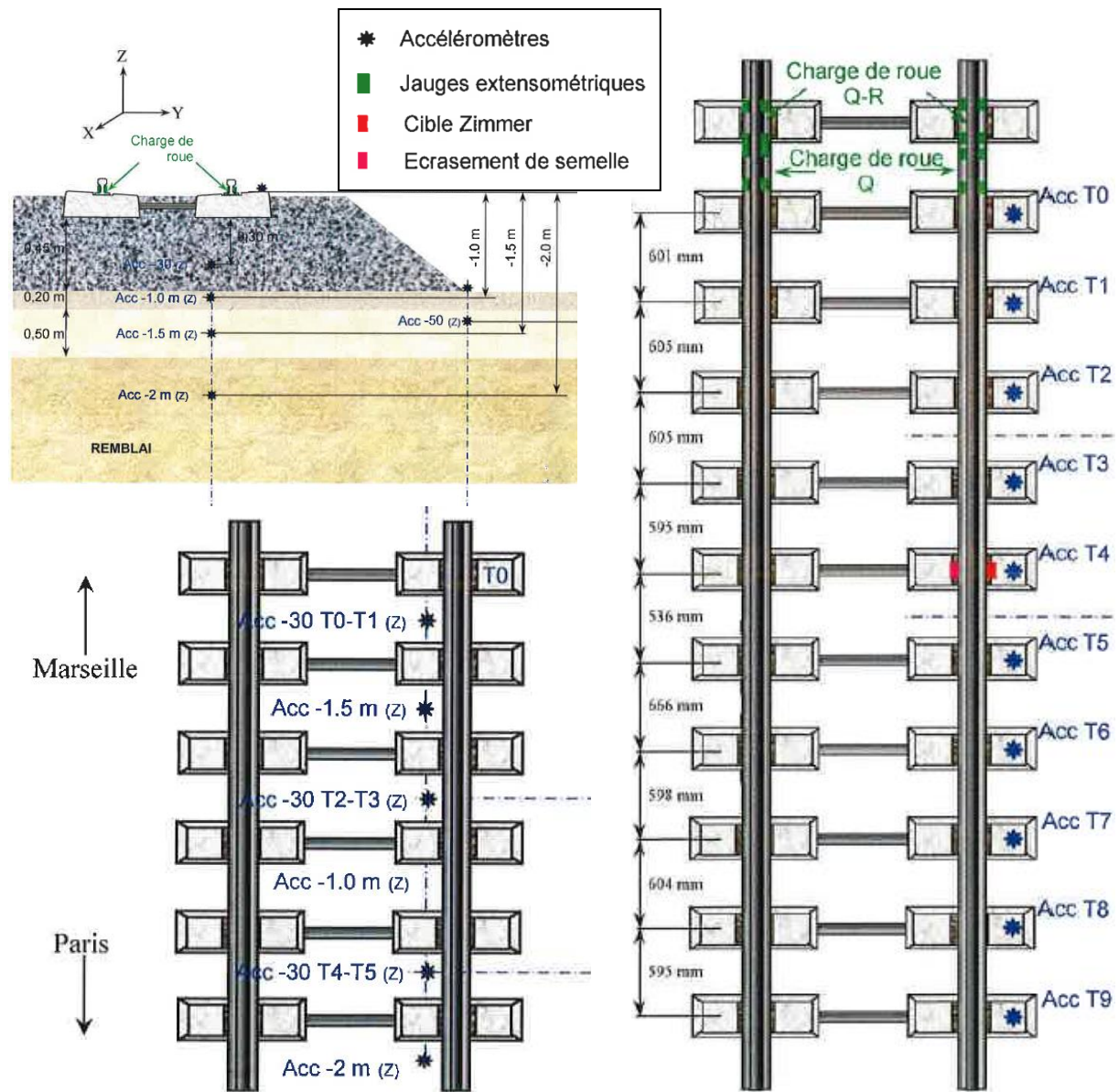


FIGURE III.21 – Profil en coupe du tronçon de voie instrumentée et configuration de l'instrumentation sur le site de Cavaillon (extraits de (Ainciart, 2007a, 2007b)).

Lors de cette campagne, des mesures d'écrasement de semelles sous rails, d'enfoncement de traverses et de charges roue/rail ont été réalisées au passage de plusieurs TGV (PSE, Duplex, Réseau ou Thalys), circulant entre 163 km.h^{-1} et 362 km.h^{-1} (d'où le nom V360). Ces différentes mesures sont respectivement obtenues à partir de l'installation de systèmes de capteurs laser, de caméras Zimmer et de jauges extensométriques, comme montré sur la FIGURE III.21. Des accéléromètres, au nombre de 16, sont également placés à différents niveaux de la structure, et permettent des mesures d'accélérations verticales sous les mêmes conditions de chargement :

- sur dix traverses consécutives : capteurs notés « Acc T_i » (i allant de 0 à 9).
- en trois points de la couche de ballast, à 0.3 m de profondeur entre deux traverses et sous l'axe du rail extérieur : capteurs « Acc -30 $T_{2p}-T_{2p+1}$ » (p allant de 0 à 2).
- dans la structure d'assise de la voie, entre deux traverses et sous l'axe du rail extérieur : dans la sous-couche à 1 m de profondeur « Acc -1 m », dans la couche de forme à 1.5 m de profondeur « Acc -1.5 m » et dans le sol à 2 m de profondeur « Acc -2 m ».

Le profil en coupe du tronçon de voie ainsi instrumenté, situé en section « courante en alignement », est représenté sur la FIGURE III.21. On peut voir que sa structure d'assise est composée de bas en haut :

- d'une couche de forme de 0.5 m d'épaisseur reposant sur une plate-forme en remblai,
- d'une couche sous-ballast de 0.2 m d'épaisseur,
- et d'un ballast de 0.45 m d'épaisseur.

L'armement est constitué de rails UIC60, de traverses bi-blocs U41 (blochet de dimensions $2a \times 2b = 0.84 \times 0.29 \text{ m}^2$), d'attaches Nabla et de semelles sous rails cannelées de 0.009 m d'épaisseur.

Concernant le traitement des mesures accélérométriques réalisé par la SNCF, les rapports mentionnent l'utilisation d'un filtrage passe-bas de 160 Hz^1 . Ces mesures, comme celles d'écrasement de semelles, d'enfoncement de traverses et de charges roue/rail, sont ensuite traitées par la méthode dite de « cumul des bogies porteurs ». Un exemple d'application de cette méthode est donné plus loin. Sur la base des enregistrements réalisés pour un capteur donné aux passages de TGV circulant à des vitesses voisines, la démarche consiste à retracer, à partir d'une même origine de temps, les signaux issus des passages de bogies porteurs de wagon (en omettant les bogies moteurs des locomotives) par séquençage et translation temporelle du signal complet. Les mesures expérimentales peuvent alors être analysées de façon statistique, à capteur donné, à partir du calcul de la courbe moyenne et des courbes situées à plus ou moins un écart-type. Il est à souligner que la SNCF utilise cette démarche de post-traitement de manière systématique malgré les différents TGV en considération puisque, en France, l'empattement des bogies de TGV est fixe ($= 3 \text{ m}$) et la masse d'une rame varie entre 383 et 390 T seulement.

En plus des deux rapports, huit fichiers ASCII de mesures accélérométriques brutes nous ont été fournis par la SNCF. Chacun de ces fichiers recense les enregistrements réalisés par les 16 accéléromètres au passage d'un TGV. Les vitesses de circulations considérées pour ces huit passages sont de $V = 163, 170, 297, 300, 316, 320, 347$ et 362 km.h^{-1} . On peut noter l'absence de mesures réalisées à des vitesses comprises entre 170 et 297 km.h^{-1} , qui pourraient enrichir l'analyse. A la demande de la SNCF, les valeurs d'accélérations présentées dans cette section sont ramenées à une valeur Γ dont la valeur n'est pas communiquée.

Traitement des données brutes appliqué dans cette étude

En s'inspirant de la méthode employée par la SNCF, nous avons appliqué un traitement similaire aux données brutes de mesures d'accélérations en notre possession (contenues dans les fichiers ASCII). Pour chacune des 8 circulations enregistrées, les mesures de chaque capteur sont d'abord

¹ Le choix de cette fréquence n'est pas expliqué dans les rapports V360, mais correspond à une période de 0.00625 s, soit le temps nécessaire à un essieu de bogie pour parcourir la distance entre deux traverses consécutives à 360 km.h^{-1} .

filtrées à l'aide de la toolbox Signal Processing (sptool) du logiciel Matlab¹. Pour chaque signal de capteur ainsi filtré, la méthode de cumul des bogies porteurs est alors appliquée aux sept bogies porteurs constituant la rame de TGV (puisque nous ne disposons que d'un passage par vitesse de circulation).

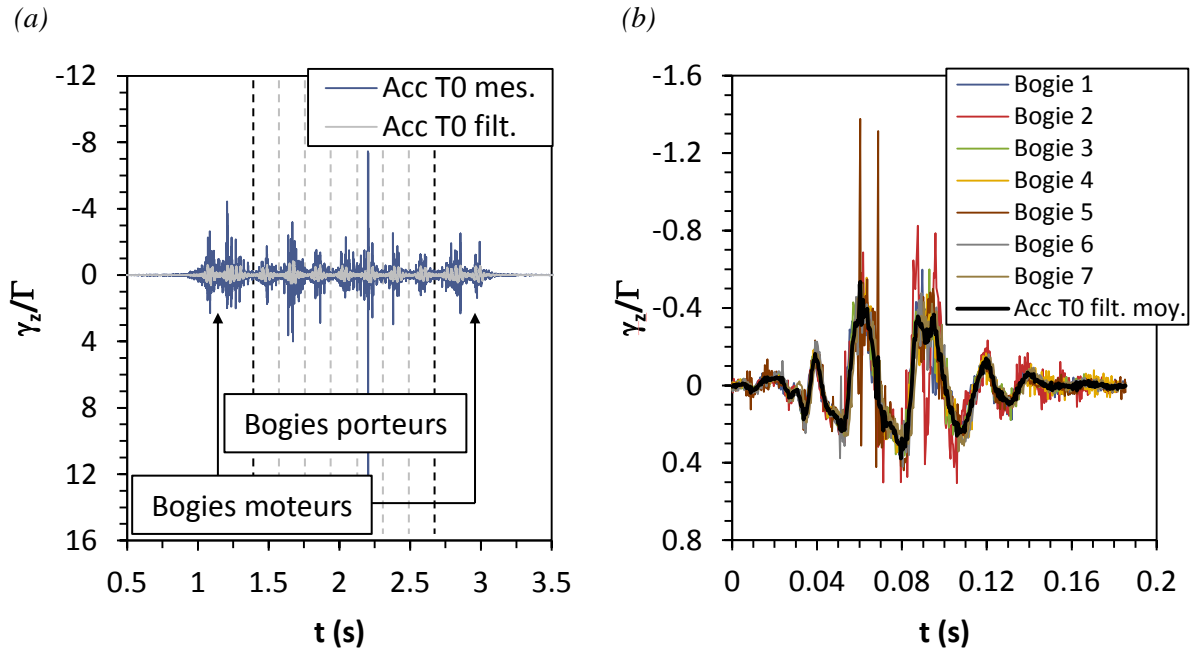


FIGURE III.22 – (a) Filtrage et séquençage du signal mesuré par le capteur « Acc T0 » lors du passage d'une rame de TGV à 362 km.h^{-1} . (b) Illustration de la méthode dite de cumul des bogies porteurs pour le passage du TGV précédent (sept bogies porteurs) et calcul du signal filtré moyen « Acc T0 filt. moy. ».

Un exemple de la démarche considérée est présenté sur la FIGURE III.22, pour l'enregistrement réalisé par le capteur « Acc T0 » lors du passage du train circulant à 362 km.h^{-1} .

Sur la FIGURE III.22a, on peut voir le signal brut considéré (en bleu) ainsi que celui issu du filtrage réalisé par Matlab (en gris). Le signal filtré est alors tronçonné pour isoler les séquences en lien avec le passage des sept bogies porteurs. Ces signaux sont ensuite retracés sur la FIGURE III.22b à partir d'une même origine de temps, en recherchant le maximum de vraisemblance entre séquences de mesures. La « réponse moyenne » du capteur (« Acc T0 filt. moy. ») ainsi que l'écart-type correspondant sont alors calculés point par point (pour toute valeur du temps t).

Comme illustré sur la FIGURE III.22b, on peut noter ici que le signal obtenu, pour un capteur donné, conserve en grande partie la forme des signaux de bogie filtrés. Cette première méthode de traitement, que l'on nomme « traitement à capteur donné », sert dans la suite à analyser l'influence de la vitesse de circulation sur les accélérations verticales, situé sur traverse ou dans le ballast (pas d'analyse pour les capteurs en profondeur). Pour cette analyse, ces signaux sont tracés en fonction

¹ Nous avons choisi un filtre passe-bas à Réponse Impulsionnelle Finie dont les caractéristiques sont les suivantes : type « equiripple », ordre 20, fréquence d'échantillonnage F_s de 2400 Hz (correspondant à la fréquence d'acquisition des mesures), fréquence de passage F_{pass} de 160 Hz , fréquence de coupure F_{stop} de 170 Hz , poids de 1 pour la bande $[0 ; F_{pass}] \text{ Hz}$ et 5 pour $[F_{stop} ; F_s/2] \text{ Hz}$.

d'une abscisse issue du produit entre la vitesse et le temps (Vt), qui représente à une constante près la distance entre la roue et le capteur considéré. Ce changement de variable permet « d'étirer » les profils temporels considérés pour une meilleure visualisation du passage des essieux de bogie circulant à différentes vitesses.

Une étape supplémentaire dans le traitement de ces données permet de comparer *in fine* les résultats de calculs ViscoRail avec ces mesures. Pour chacune des 8 circulations, nous avons calculé la moyenne de l'ensemble des signaux des capteurs situés en positions similaires (*i.e.* capteurs sur traverses ou capteurs dans le ballast). Cette méthode de traitement est nommée plus loin « traitement moyen pour capteurs en positions similaires ».

Analyse de l'influence de la vitesse sur les accélérations verticales « traitées à capteur donné »

Sans entrer dans le détail de l'analyse des signaux de mesures V360, nous pouvons faire ici quelques observations générales sur l'influence de la vitesse sur ces accélérations.

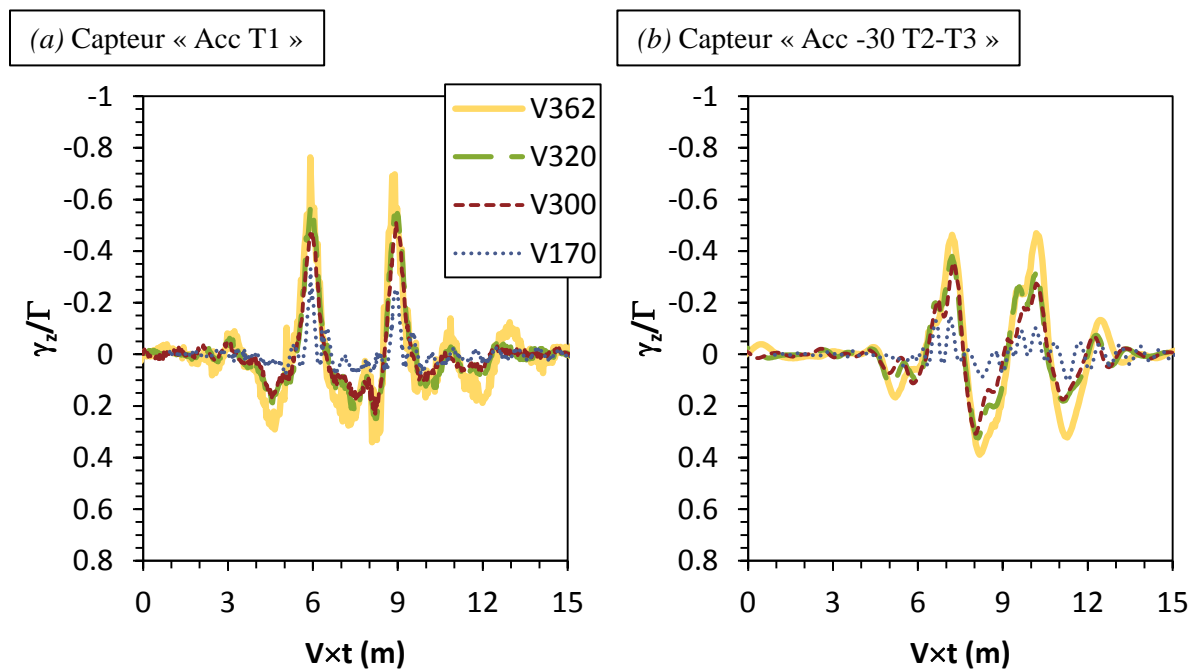


FIGURE III.23 – Influence de la vitesse de circulation sur les accélérations verticales issues du « traitement à capteur donné » : (a) pour le capteur situé sur traverse « Acc T1 » et (b) pour le capteur situé dans le ballast « Acc -30 T2-T3 ».

Considérons pour cela les deux capteurs situés sur la traverse T1 (« Acc T1 ») et à 0.3 m dans le ballast entre les traverses T2 et T3 (« Acc -30 T2-T3 »). Pour ces deux capteurs, on présente sur la FIGURE III.23 les accélérations verticales obtenues par « traitement à capteur donné » pour les quatre vitesses de circulation : $V = 170, 300, 320$ et 362 km.h^{-1} , en fonction de l'abscisse Vt .

Ces deux graphes montrent que le passage des deux essieux du bogie à l'aplomb du capteur est caractérisé avant tout par des pics d'accélérations dirigés vers le haut (valeurs négatives). En avant et en arrière de chaque essieu, on remarque que les accélérations sont dirigées vers le bas, avec

notamment un pic maximum entre les deux essieux. Ces observations confirment déjà, qualitativement, les allures des évolutions calculées avec ViscoRail et présentées en section III.2.3.

Pour les vitesses élevées ($\geq 300 \text{ km.h}^{-1}$), les valeurs maximales des accélérations dirigées vers le bas peuvent atteindre la moitié (en valeur absolue) de celles dirigées vers le haut sur traverse ; ces valeurs sont du même ordre de grandeur dans la couche de ballast.

On constate clairement l'influence de la vitesse sur ces accélérations verticales sur traverses et dans le ballast. Par exemple, la valeur du pic dirigé vers le haut obtenu sur la traverse T1 est multipliée par environ 1.5 entre $V = 170$ et 300 km.h^{-1} , de même qu'entre $V = 300$ et 362 km.h^{-1} . En ce qui concerne les accélérations dirigées vers le bas, les mêmes observations peuvent globalement être faites, hormis pour les mesures réalisées à $V = 170 \text{ km.h}^{-1}$ pour lesquelles ces accélérations dirigées vers le bas sont relativement faibles.

Comparaison des résultats de calculs ViscoRail avec les signaux obtenus par « traitement moyen pour capteurs en positions similaires »

Calibrage du modèle ViscoRail :

Les données manquantes pour la modélisation de la voie ont été complétées comme suit. En l'absence d'informations précises sur les TGV dont les enregistrements bruts des passages nous ont été fournis, nous avons modélisé le chargement sous forme de deux essieux espacés de 3 m . Par référence aux valeurs moyennes de charges roue/rail indiquées dans les rapports (pour toutes les circulations réalisées lors de la campagne V360), nous avons considéré une charge à la roue de $F = 75 \text{ kN}$.

Les caractéristiques mécaniques des différents éléments de la structure ferroviaire ont été recherchées avec Viscorail sur la base des mesures d'écrasement de semelles et d'enfoncement de traverses effectuées à 362 km.h^{-1} . Pour l'assise, nous avons ainsi abouti aux valeurs listées dans le TABLEAU III.4. Pour l'armement, nous avons obtenu une rigidité de semelles k de 180 kN.m^{-1} , en considérant les caractéristiques d'un rail UIC60 (moment d'inertie $I_r = 3 \times 10^{-5} \text{ m}^4$, module d'élasticité de l'acier $E_r = 210 \times 10^3 \text{ MPa}$).

TABLEAU III.4 – Caractéristiques géométriques et mécaniques du modèle ViscoRail pour le tronçon de voie du site de Cavaillon.

	$e \text{ (m)}$	$\rho \text{ (kg.m}^{-3}\text{)}$	$E \text{ (MPa)}$	ν
Ballast	0.45	1800	140	0.4
Sous-ballast	0.20	1800	120	0.4
Couche de forme	0.50	1800	200	0.4
Sol	∞	1800	240	0.4

Dans la suite, on ne présente que quelques-unes des 40 confrontations réalisées, correspondant aux 8 vitesses considérées \times 5 points d'observation (sur traverse, à 0.3 m dans le ballast et en profondeur à 1 m , à 1.5 m et à 2 m). Celles-ci permettent néanmoins d'illustrer l'ensemble des observations pouvant être faites.

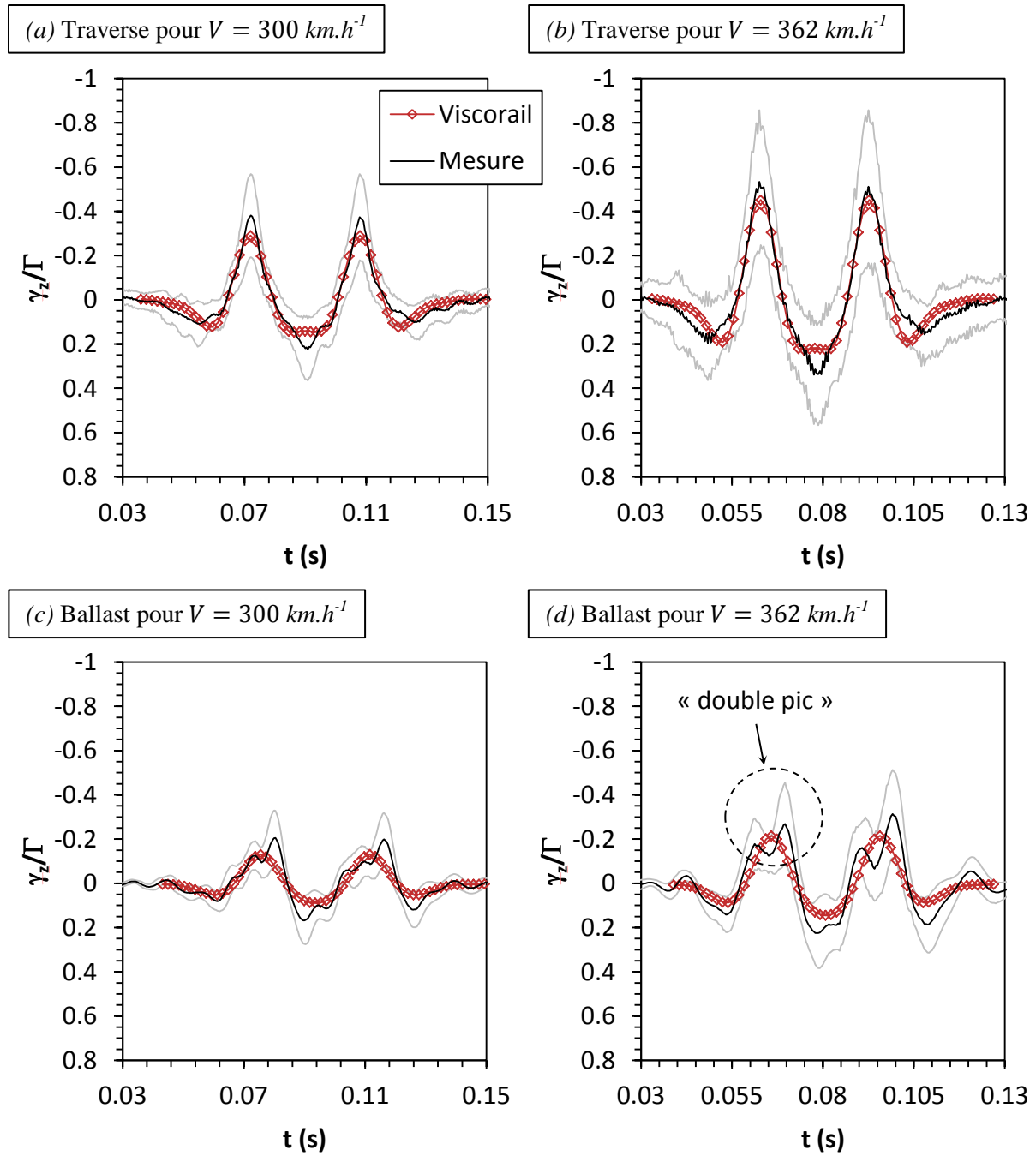


FIGURE III.24 – Comparaison des profils temporels d'accélération verticale issus du « traitement pour capteurs en positions similaires » (ligne continue noire) et calculés avec ViscoRail (ligne rouge avec marqueurs) respectivement pour : (a) et (b) la traverse et (c) et (d) dans le ballast pour $V = 300 \text{ km.h}^{-1}$ et $V = 362 \text{ km.h}^{-1}$.

Accélérations verticales sur traverses et dans le ballast :

Afin de prendre en compte l'ensemble des informations fournies par les différents capteurs situés sur traverses ou dans le ballast, les profils temporels des accélérations verticales issues du « traitement moyen pour capteurs en positions similaires » ont été calculés. Ces courbes « moyennes » sont présentées en ligne continue noire sur la FIGURE III.24 pour $V = 300$ et 362 km.h^{-1} tandis que les bornes supérieure et inférieure de l'écart-type correspondant sont tracées en lignes continues grises.

Les accélérations verticales calculées avec Viscorail sont représentées par les lignes rouges avec marqueurs.

Concernant les accélérations sur traverses (cf. FIGURE III.24a et b), on constate que, pour les deux vitesses de circulation considérées, les données de mesures sont relativement bien approchées, en forme et en amplitude, par les résultats de calculs ViscoRail. Cette observation est également valable pour les autres vitesses de circulation (non présentées ici), exceptées pour les vitesses les plus faibles $V = 163$ et 170 km.h^{-1} (cf. plus loin). On peut remarquer en particulier que le modèle rend bien compte de l'augmentation des accélérations verticales, dirigées vers le haut ou vers le bas, avec la vitesse de circulation. Entre $V = 300$ et 362 km.h^{-1} par exemple, on observe une augmentation des pics d'accélérations dirigés vers le bas d'environ 35% aussi bien pour le signal moyen que pour celui calculé avec Viscorail. Pour les pics d'accélérations dirigés vers le haut, ces ratios sont respectivement de 32% et de 35%.

Concernant les accélérations dans la couche de ballast, leur approximation par ViscoRail reste également satisfaisante bien que les allures des courbes soient moins proches que dans le cas des traverses, comme l'illustrent les FIGURE III.24c et FIGURE III.24d. Comme attendu, les courbes ViscoRail (issues d'hypothèses « idéales ») apparaissent plus lisses que les courbes expérimentales. Mais il est à savoir aussi que l'analyse des données brutes relatives aux mesures montre une dispersion des résultats entre les trois capteurs situés dans le ballast. Notamment, l'effet de « double pic », observable sur les courbes de mesures (noires et grises) au passage d'un essieu (cf. FIGURE III.24d par exemple), n'est existant que pour deux des trois capteurs situés dans le ballast. Pour illustrer cela, on peut comparer le signal « moyen » présenté sur la FIGURE III.24d, obtenu pour le passage à $V = 362 \text{ km.h}^{-1}$, avec celui issu du traitement des mesures du capteur sans double pic (et ayant contribué au calcul du signal moyen) déjà présenté sur la FIGURE III.23b (courbe jaune).

Pour les vitesses de circulation allant de $V = 297$ à 362 km.h^{-1} , ces deux analyses montrent donc que les accélérations verticales moyennes issues des mesures sur traverses et dans le ballast sont relativement bien estimées par ViscoRail.

Accélérations verticales en profondeur

Les FIGURE III.25a et FIGURE III.25b présentent les accélérations verticales calculées et mesurées à 1 m de profondeur (sous-couche granulaire) pour les deux vitesses $V = 300$ et 362 km.h^{-1} . Bien que les allures des courbes calculées et mesurées diffèrent parfois, les ordres de grandeurs des pics d'accélérations sont similaires, aussi bien vers le bas que vers le haut. Comme illustré sur les FIGURE III.25c (cote à 2 m, située dans le sol, $V = 170 \text{ km.h}^{-1}$) et FIGURE III.25d (cote 1.5 m, située dans la couche de forme, $V = 320 \text{ km.h}^{-1}$), les signaux « moyens » sont de plus en plus perturbés avec la profondeur. Pour ces cotes, l'identification précise du passage de chaque essieu du bogie devient même difficile.

Accélérations verticales à faible vitesse

Enfin, tel qu'évoqué plus haut, les profils mesurés à faibles vitesses ($V = 163$ et 170 km.h^{-1}), aux différents niveaux considérés (sur traverse, dans le ballast et en profondeur), présentent des oscillations que l'on ne retrouve pas sur les mesures réalisées aux vitesses plus élevées ($V \geq 300 \text{ km.h}^{-1}$), ni avec ViscoRail. Un exemple est donné sur la FIGURE III.25c. On peut voir que la période de

ces oscillations correspondent à la distance entre deux traverses consécutives. Il est possible que ces oscillations résultent d'une interaction entre la périodicité des traverses et les caractéristiques de suspension du matériel roulant (oscillations des masses suspendues), dont l'effet serait décroissant en fonction de la vitesse des TGV et qui est ignoré dans les modélisations ViscoRail (hypothèse de force constante).

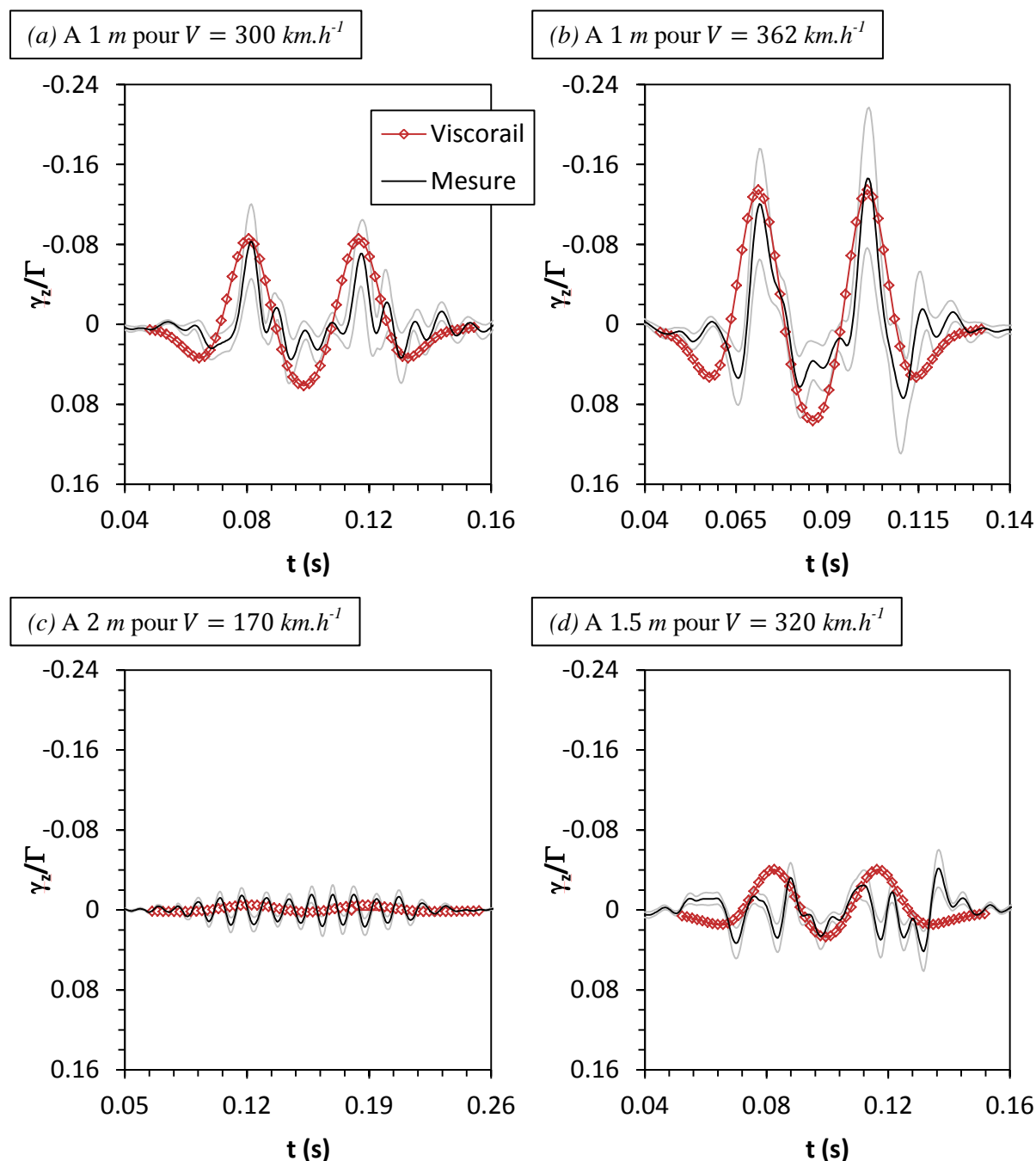


FIGURE III.25 – Comparaison des profils temporels d'accélération verticale issus du « traitement pour capteurs en positions similaires » (ligne continue noire) et calculés avec ViscoRail (ligne rouge avec marqueurs) : (a) et (b) à 1 m de profondeur pour $V = 300 \text{ km.h}^{-1}$ et $V = 362 \text{ km.h}^{-1}$ respectivement, (c) à 2 m pour $V = 170 \text{ km.h}^{-1}$ et (d) à 1.5 m pour $V = 320 \text{ km.h}^{-1}$.

Pour conclure, le TABLEAU III.5 récapitule l'ensemble des observations tirées de cette confrontation entre résultats de calculs ViscoRail et données de mesures V360. Dans ce tableau, la lettre « F » signifie que les formes des évolutions temporelles, issues des mesures et des calculs, sont en bon accord. La lettre « A » indique que les amplitudes des accélérations verticales sont voisines. La combinaison de ces deux lettres regroupe ces deux qualités. La lettre « X » signifie une moins bonne approximation des données de mesures par les simulations.

On constate ainsi que ViscoRail est capable d'estimer de manière satisfaisante les accélérations verticales en surface de structure pour des vitesses de circulation élevées (cf. encadré en pointillés), ce qui correspond de fait au cadre d'étude de la thèse. La note « X » n'affecte en effet que les comparaisons réalisées à faible vitesse ($V \leq 170 \text{ km.h}^{-1}$) pour lesquelles les accélérations verticales sont de faibles amplitudes et sans doute sans grande conséquence sur les désordres géométriques observés dans le ballast.

Nous pouvons donc considérer que ViscoRail peut être utilisé de façon pertinente dans la suite pour l'examen des accélérations dans la couche de ballast au passage de bogie circulant à des vitesses supérieures à 270 km.h^{-1} .

TABLEAU III.5 – Récapitulatif des comparaisons en forme et en amplitude des accélérations verticales in situ et calculées avec ViscoRail.

Vitesse (km.h^{-1})	163	170	297	300	316	320	347	362
Traverse	X	X	F + A	F + A	F + A	F + A	F + A	F + A
Ballast (à 0.3 m)	X	X	F + A	F + A	F + A	F + A	F + A	F + A
Sous-couche (à 1 m)	X	X	A	A	A	A	F + A	F + A
Couche de forme (à 1.5 m)	X	X	A	A	A	A	A	A
Sol (à 2 m)	X	X	A	A	A	A	A	A

Correspondance : (F) en forme et/ou (A) en amplitude ; (X) correspondance moins bonne mais avec petites amplitudes.

III.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté différentes études ayant permis de « valider » plusieurs aspects du code de calcul ViscoRail, à savoir : son implémentation numérique, certaines hypothèses du modèle de voie considéré ainsi que sa capacité à approximer, de manière satisfaisante, le comportement mécanique des structures d'assise de voies ferrées.

On a aussi validé au cours de ce chapitre les diverses approximations du calcul d'accélération vues au chapitre II.

Ce travail permet donc de justifier l'utilisation de ViscoRail dans la suite pour le calcul de la réponse dynamique réversible des structures ferroviaires. Nous nous baserons notamment sur la situation de référence (LGV type + $V = 270 \text{ km.h}^{-1}$) décrite en début de Chapitre III.

Chapitre IV Application de ViscoRail à l'étude des désordres géométriques des couches de ballast – Recherche de dispositions constructives

IV.1 Introduction

Nous avons présenté dans le chapitre précédent la réponse dynamique réversible « type », d'une structure ferroviaire tri-couche parcourue par un bogie à une vitesse $V = 270 \text{ km.h}^{-1}$ (= situation de référence). La partie validation montre que nos simulations approximent assez bien avec leur jeu de paramètres la réponse « pleine voie » d'une LGV classique.

Nous allons utiliser à présent cette « situation de référence » comme base de travail pour mener une étude de sensibilité sur l'intensité du champ d'accélération verticale dans le ballast, en fonction des paramètres de conception de la voie. Ces résultats sont utilisés dans un second temps pour la recherche de dispositions constructives permettant de diminuer γ_z à vitesse d'exploitation du trafic donnée (toutefois celles-ci peuvent avoir également pour effet de modifier la répartition des efforts sur blochets, dont les répercussions resteraient à évaluer).

Comme déjà mentionné, notre motivation pour cette analyse part du principe que les accélérations verticales dirigées vers le bas et de forte intensité, engendrées au passage des trains, constituent un facteur possible d'apparition de désordres par effet de réduction du poids apparent des grains de ballast et diminution des forces de frottement inter-granulaires (Chupin and Piau, 2011a). Une plus ample discussion sur l'impact potentiel d'un champ hétérogène de forces d'inertie sur la stabilité des couches de ballast est fournie au chapitre VI, à partir de l'application des concepts du Calcul à la Rupture.

Dans un premier temps, nous mettons en évidence la variation d'intensité du champ γ_z en fonction de la vitesse des trains (section IV.2). L'étude de sensibilité de γ_z aux paramètres de voie est présentée en section IV.3 (Martin et al., 2013a, 2013b) et la recherche de solutions constructives en section IV.4. En exploitant les potentialités de ViscoRail, une solution particulière avec sous-couche bitumineuse est analysée en section IV.5.

IV.2 Influence de la vitesse de circulation sur γ_z

Pour étudier le rôle de la vitesse de circulation, nous avons effectué des calculs complémentaires à ceux de la section III.2, obtenus à 270 km.h^{-1} , pour deux vitesses plus élevées : $V = 342$ et 414 km.h^{-1} . On présente sur la FIGURE IV.1 les profils de γ_z calculés sous l'axe d'un rail ($y = 0$) : (a) en haut de couche de ballast ($z = 0.05 \text{ m}$) quand les charges sont centrées entre traverses ($x_F = \{0.3; 3.3\} \text{ m}$) et (b) en base de ballast ($z = 0.25 \text{ m}$) quand les charges sont centrées sur traverses ($x_F = \{0; 3\} \text{ m}$). Les profils de référence ($V = 270 \text{ km.h}^{-1}$) sont, comme précédemment, tracés en traits continus bleus. Les profils correspondants des contraintes verticales sont également tracés à titre d'illustration (mais ne sont pas commentés).

On constate que la vitesse ne modifie pas qualitativement l'allure des profils longitudinaux. Les remarques faites sur la forme des courbes obtenues pour $V = 270 \text{ km.h}^{-1}$ au chapitre précédent peuvent donc être étendues à celles calculées pour les deux vitesses plus élevées. En revanche, on peut voir que l'intensité des accélérations est fortement dépendante de la vitesse de circulation et que les maxima sont de l'ordre de $\pm g$ pour $V = 414 \text{ km.h}^{-1}$.

Les valeurs des pics d'accélérations vers le haut et vers le bas sont récapitulées dans le TABLEAU IV.1. Ces valeurs ramenées à la vitesse de référence de 270 km.h^{-1} ($\{\gamma_z\}_V / \{\gamma_z\}_{270}$) peuvent être comparées au carré des ratios de vitesses, attendus théoriquement en calcul élastique, en l'absence de forces d'inertie (en négligeant la masse volumique des matériaux : $\rho = 0$). On observe que les écarts relatifs :

$$\frac{\{\gamma_z\}_V / \{\gamma_z\}_{270}}{V^2 / (270)^2} - 1 \quad (\text{IV.1})$$

restent assez petits, tout en étant positifs et croissants avec la vitesse. En $z = 0.05 \text{ m}$ par exemple, ils sont environ de 9% à 342 km.h^{-1} et de 26% à 414 km.h^{-1} .

TABLEAU IV.1 – Valeurs maximales d'accélérations verticales, dirigées vers le bas et vers le haut, calculées avec ViscoRail pour $V = 342$ et 414 km.h^{-1} et ratios entre ces valeurs maximales et celles obtenues pour 270 km.h^{-1} . Comparaison avec le ratio du carré des vitesses.

Profondeur		$\{\gamma_z\}_{342}^{bas}$	$\{\gamma_z\}_{342}^{haut}$	$\{\gamma_z\}_{414}^{bas}$	$\{\gamma_z\}_{414}^{haut}$
$z = 0.05 \text{ m}$	Valeur (m.s^{-2})	5.15	-7.14	8.72	-12.14
	$\{\gamma_z\}_V / \{\gamma_z\}_{270}$	1.75	1.75	2.96	2.98
$z = 0.15 \text{ m}$	Valeur (m.s^{-2})	4.65	-6.43	8.02	-11.16
	$\{\gamma_z\}_V / \{\gamma_z\}_{270}$	1.78	1.77	3.07	3.07
$z = 0.25 \text{ m}$	Valeur (m.s^{-2})	4.09	-5.70	7.24	-10.09
	$\{\gamma_z\}_V / \{\gamma_z\}_{270}$	1.80	1.80	3.19	3.18
$(V/270)^2$		1.60		2.35	

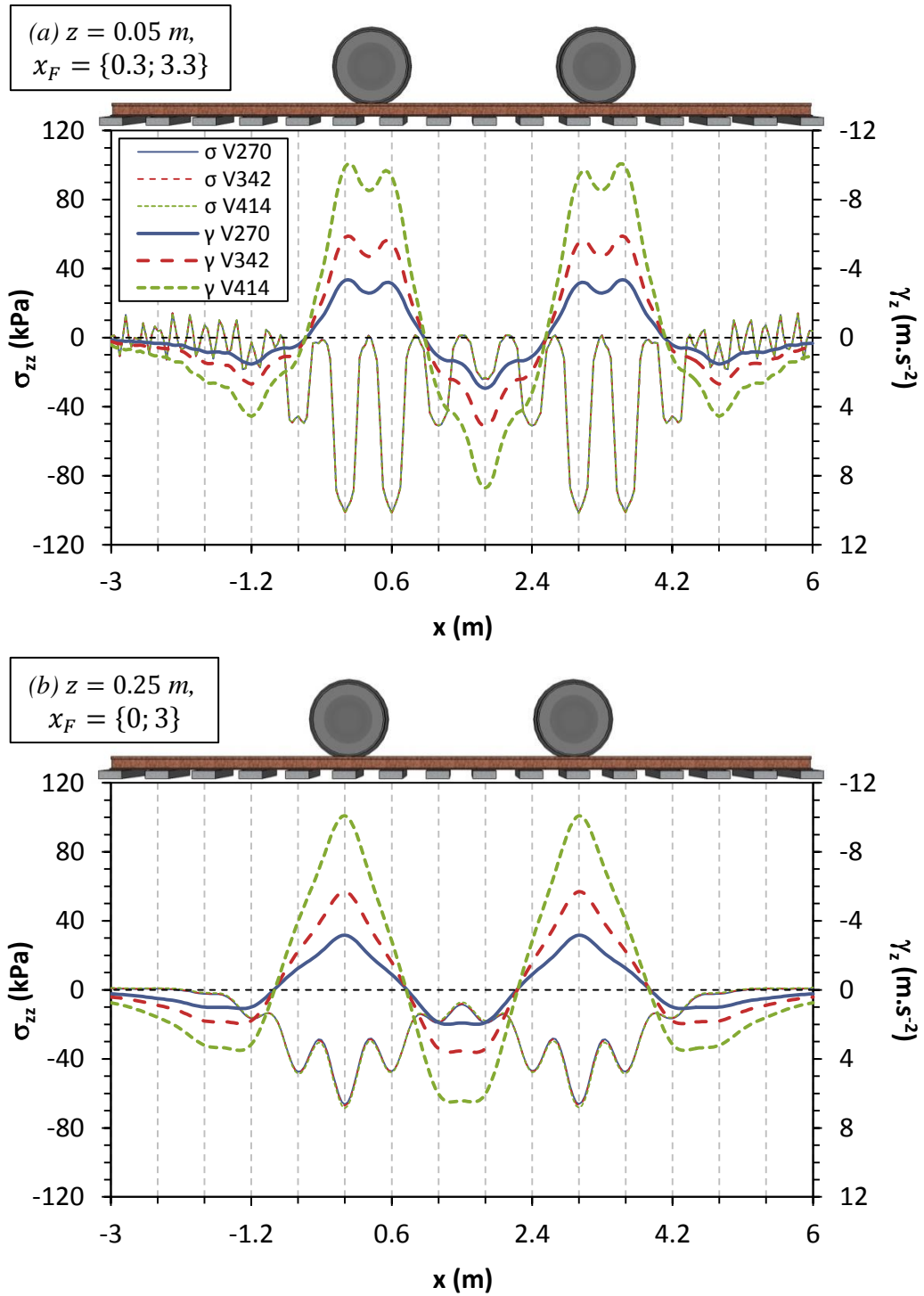


FIGURE IV.1 – Profils longitudinaux d'accélération verticale (et de contrainte verticale) calculés avec ViscoRail, pour $V = 270, 342$ et 414 km.h^{-1} sous l'axe d'un rail ($y = 0$) : (a) haut de couche de ballast ($z = 0.05 \text{ m}$) et charges centrées entre traverses (b) base de ballast ($z = 0.25 \text{ m}$) et charges centrées sur traverses.

La FIGURE IV.2 complète la comparaison sur la base de calculs ViscoRail effectués pour des vitesses allant de 0 à 450 km.h^{-1} . La courbe pointillée représente les accélérations, notées $\{\gamma_z\}_V^{\rho=0}$, calculées avec ViscoRail en négligeant la masse volumique des matériaux.

On note ainsi que les forces d'inertie induites dans la structure ferroviaire n'interviennent qu'assez peu dans le calcul des accélérations. Celles-ci découlent avant tout pour la plage de vitesse considérée, de la déformée élastique de la structure sous le poids des charges roulantes (ou plus précisément de la dérivée seconde de la déflexion en fonction du temps, lorsque la charge se déplace à vitesse V).

Par contre cela n'empêche pas que les forces d'inertie (que l'on peut éventuellement déduire *a posteriori* d'un tel calcul du champ d'accélération par $\rho\{\gamma_z\}_V^{\rho=0}$) puissent jouer un rôle important sur la tenue de la couche de ballast en venant s'ajouter (algébriquement) aux forces de gravité.

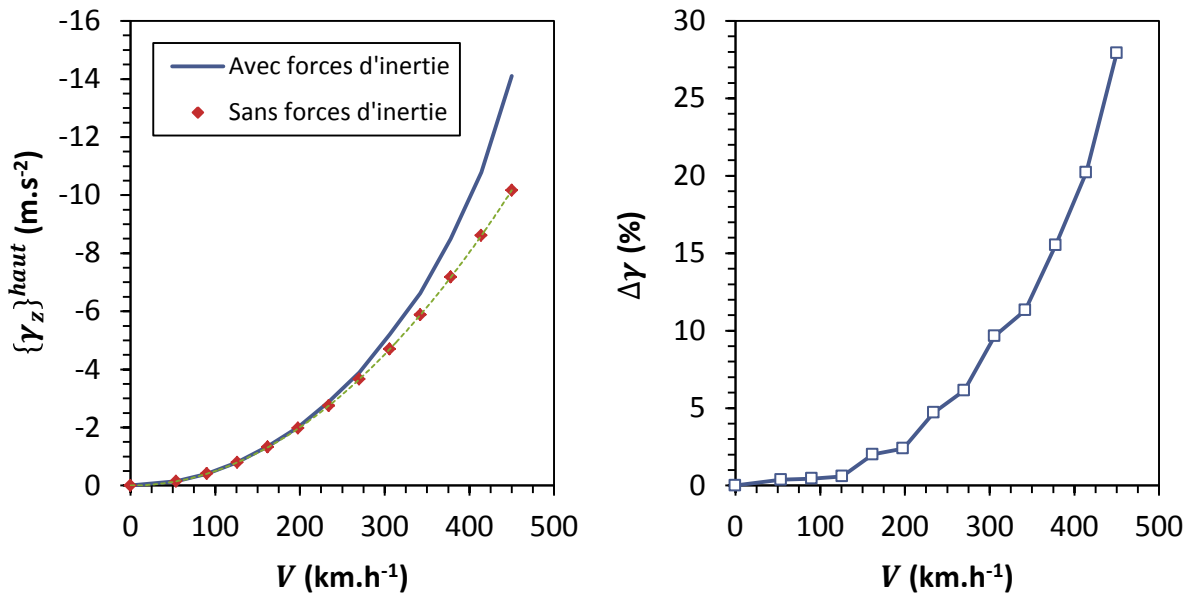


FIGURE IV.2 – Valeurs maximales des accélérations verticales dirigées vers le haut, en fonction de la vitesse et calculées avec ou sans prise en compte de la masse volumique des matériaux.

IV.3 Analyse de sensibilité de γ_z aux paramètres de voie – Proposition de dispositions constructives

Cette section a pour objectif la recherche de solutions constructives permettant de réduire les accélérations dans la couche de ballast à vitesse d'exploitation fixée. Cette analyse s'appuie dans un premier temps sur une étude de sensibilité de γ_z en fonction des principaux paramètres de conception des voies LGV.

IV.3.1 Identification des paramètres de conception des LGV les plus influents sur γ_z

Notre analyse est effectuée au voisinage de la solution de référence du Chapitre III ($V = 270 \text{ km.h}^{-1}$). Nous avons fait varier, un à la fois, les paramètres listés dans le TABLEAU IV.2 en gardant la

valeur des autres paramètres égale à leur valeur de référence (marquée en gras). Les valeurs considérées, trouvées dans la littérature, correspondent approximativement aux valeurs minimales et maximales applicables. Elles sont également données dans ce tableau pour chacun des paramètres. Il est à noter que les valeurs de module d'Young, E_{SC} , considérées pour la sous-couche permettent d'éviter l'apparition de contraintes de traction dans les couches granulaires et que la valeur maximale de E_{SC} est supposée représentative d'une couche de matériau traité (au liant hydraulique ou hydrocarboné).

Pour chacun des cas d'étude, au nombre de 14, les profils longitudinaux des γ_z ont été calculés avec ViscoRail sous l'axe d'un rail à mi-hauteur de ballast (en $z = 0.15 \text{ m}$) pour des charges situées au droit de traverses ou entre traverses. Certains paramètres pouvant modifier l'allure des contraintes verticales, celles-ci sont également représentées à titre d'information. Les profils correspondant à la situation de référence sont tracés en traits continus bleus.

TABLEAU IV.2 – Paramètres et valeurs considérées dans l'étude de sensibilité.

Paramètre	Notation	Valeurs considérées
Caractéristiques des blochets	$2a$ (longueur)	0.6, 0.8 et 1 <i>m</i>
	$2b$ (largeur)	0.2, 0.3 et 0.4 <i>m</i>
	l (entraxe)	0.45, 0.6 et 0.75 <i>m</i>
Entraxe des essieux du bogie	D_{essieu}	2.4, 3 et 3.6 <i>m</i>
Raideur du contact rail/ballast	k	10, 50 et 100 <i>MN.m⁻¹</i>
Moment d'inertie du rail	I_r	1×10^{-5} , 3×10^{-5} et $5 \times 10^{-5} \text{ m}^4$
Module d'élasticité de la sous-couche	E_{SC}	120 , 500 et 5000 <i>MPa</i>

Influence des caractéristiques des blochets ($2b$, $2a$ et l)

On s'intéresse d'abord à l'influence de la largeur $2b$ des blochets. Les résultats obtenus pour les charges situées entre traverses, situation jugée la plus défavorable, sont présentés sur la FIGURE IV.3.

On constate que la largeur des blochets a une faible influence sur les accélérations verticales calculées dans le ballast (graphe (a)), que ce soit en forme ou en amplitude.

En revanche, elle influe fortement sur les contraintes verticales calculées dans le ballast (graphe (b)). Sous les blochets, une largeur plus petite que la valeur de référence ($2b = 0.3 \text{ m}$) entraîne des valeurs de contraintes plus importantes tandis qu'une largeur plus grande les fait diminuer. Comme attendu, la largeur des blochets joue sur l'amplitude de la distribution de contraintes appliquée en surface qui conserve une résultante d'efforts constante. Entre traverses, cette tendance s'inverse. En $x = 1.5 \text{ m}$ par exemple, on peut voir que la contrainte est doublée quand la largeur de la traverse passe de $2b = 0.2 \text{ m}$ à 0.4 m . Les blochets plus larges réduisent en effet l'espace libre entre deux traverses consécutives entraînant une descente de charges plus étalée.

Les mêmes remarques sur l'accélération et les contraintes s'appliquent à la longueur $2a$.

Comme montré sur la FIGURE IV.3c l'entraxe l a également peu d'influence sur les accélérations.

Concernant les contraintes verticales, le fait de diminuer l , *i.e.* de rapprocher les traverses, a tendance à répartir les sollicitations sur un plus grand nombre de traverses, ce qui réduit les contraintes

maximales observées sous les blochets. Ceux-ci étant également plus près les uns des autres dans ce cas, la descente de charge entraîne de plus fortes contraintes entre traverses par rapport au cas de référence. Le fait d'augmenter l'entraxe produit l'effet inverse. Rapprocher les traverses pourrait donc permettre de limiter d'une part l'impact des accélérations verticales dirigées vers le bas dans les régions faiblement chargées et d'autre part les phénomènes d'attrition de ballast dans les zones fortement sollicitées.

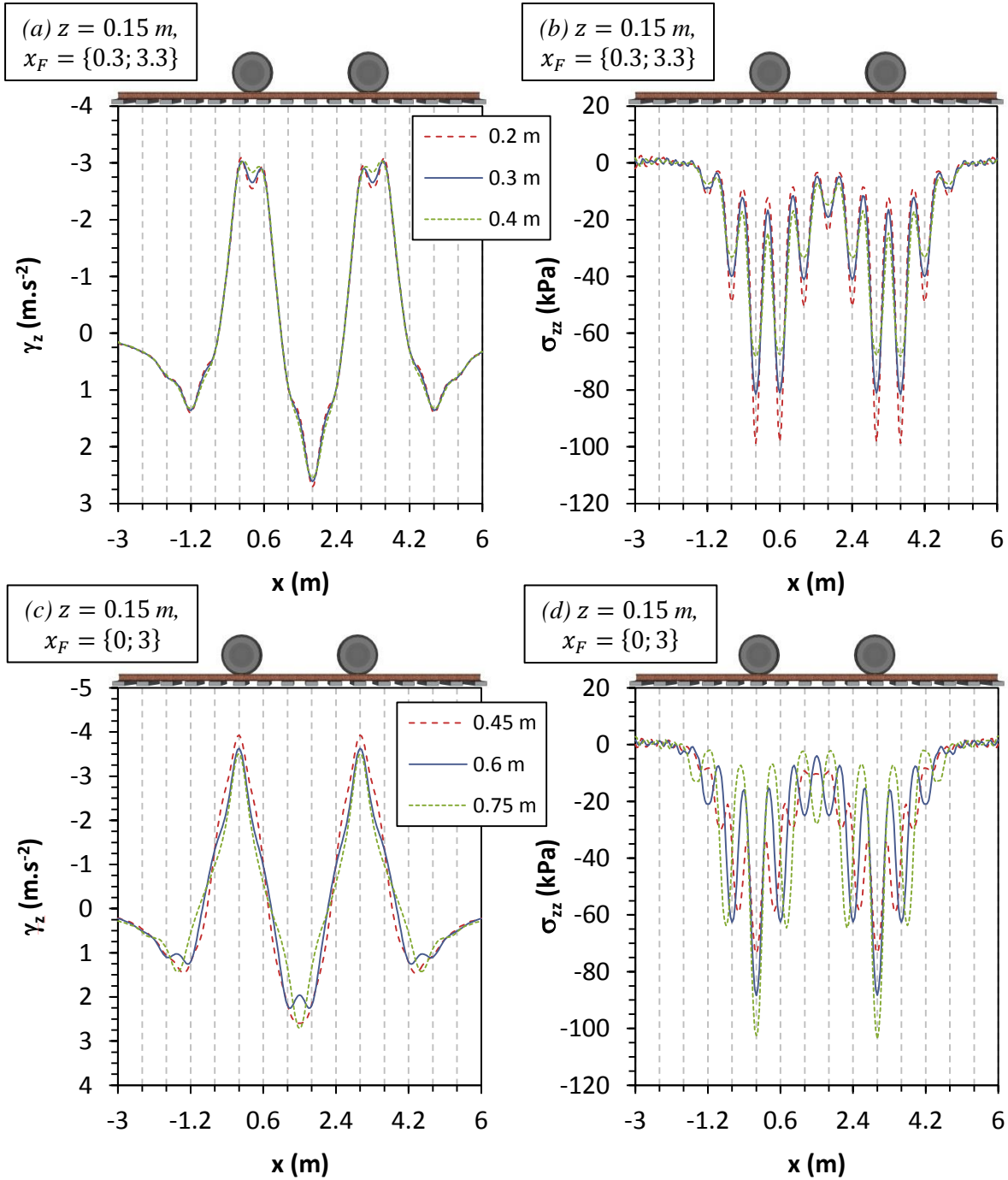


FIGURE IV.3 – Influence de la géométrie des blochets et de leur espacement sur les accélérations et contraintes verticales calculées avec ViscoRail pour $V = 270 \text{ km.h}^{-1}$ sous l'axe d'un rail ($y = 0$) à mi-hauteur de ballast ($z = 0.15 \text{ m}$). (a) et (b) influence de la largeur, $2b$, des blochets et (c) et (d) influence de l'entraxe, l .

Compte tenu de leur faible impact trouvé sur γ_z , les paramètres géométriques considérés ici n'ont pas été retenus dans la suite pour l'analyse présentée en section IV.3.2

Influence de l'empattement du bogie (D_{essieu})

L'influence de l'empattement D_{essieu} du bogie a également été analysée pour les deux positions de charges considérées.

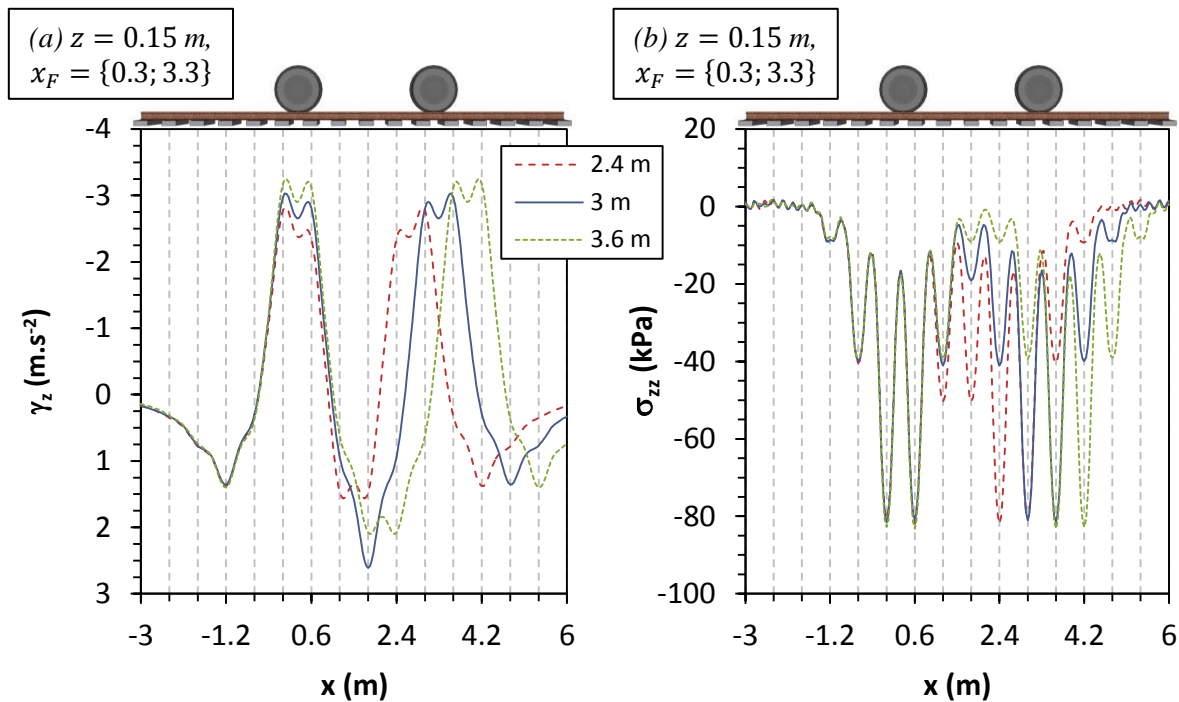


FIGURE IV.4 – Influence de la distance entre les essieux du bogie, D_{essieu} . (a) Accélérations verticales et (b) contraintes verticales.

A l'instant où les charges sont localisées au droit de blochets (non présenté ici), les accélérations verticales dirigées vers le bas calculées pour les valeurs $D_{essieu} = 2.4$ et 3.6 m sont similaires à celles obtenues pour le cas de référence ($D_{essieu} = 3 \text{ m}$). Un effet plus notable est observé à l'instant où les essieux sont entre traverses (cf. FIGURE IV.4a). On remarque que les accélérations calculées vers le bas pour les deux valeurs supplémentaires de D_{essieu} sont inférieures au pic d'accélération de référence.

Mais au final, la situation la plus défavorable restant inchangée, ce paramètre n'est pas retenu dans la suite.

En observant la FIGURE IV.4b qui présente l'évolution des contraintes verticales, on constate que modifier l'écartement entre les deux essieux ne modifie pas l'amplitude des contraintes maximales observées sous traverses situées au droit des essieux, contrairement aux contraintes calculées sous les traverses moins chargées situées entre les deux essieux. En effet, le fait de rapprocher les essieux entraîne une augmentation des contraintes dans cette zone puisque les contributions de chaque essieu se superposent alors que le fait de les éloigner les diminue.

Influence de la raideur des ressorts modélisant le contact rail/ballast (k)

Le rôle de la raideur k des ressorts modélisant le contact entre la surface du ballast et les rails est illustré par la FIGURE IV.5 qui présente les résultats obtenus quand les charges sont entre traverses.

On remarque qu'en termes d'accélération (graphe (a)), jouer sur la rigidité du contact rail/ballast ne modifie pas l'allure qualitative des profils longitudinaux, mais influe sur les amplitudes. Réduire la valeur de k entraîne une diminution des accélérations verticales, à la fois vers le haut et vers le bas ; à l'inverse augmenter sa valeur engendre de plus fortes accélérations. Par exemple, en $x = 1.8\text{ m}$, le pic d'accélération vers le bas est divisé par 3 quand la raideur des ressorts est divisée par 5, passant de $k = 50\text{ MN.m}^{-1}$ (valeur de référence) à $k = 10\text{ MN.m}^{-1}$.

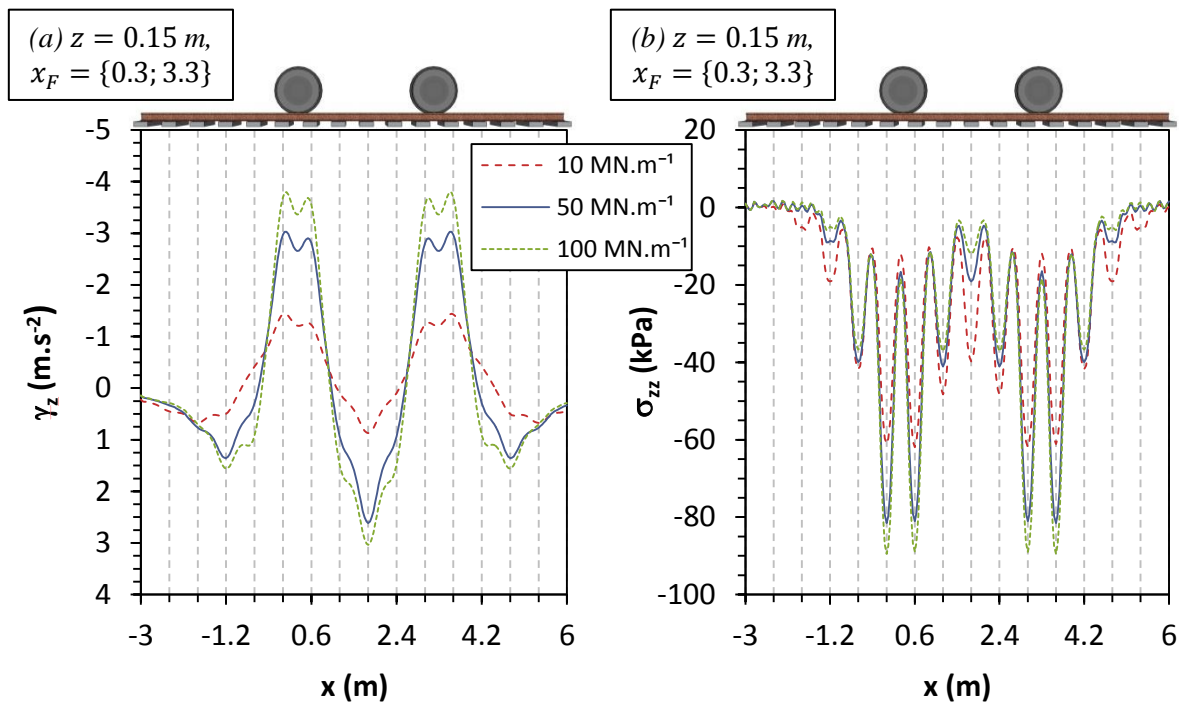


FIGURE IV.5 – Influence de la rigidité du contact rail/ballast, k . (a) Accélérations verticales et (b) contraintes verticales.

Concernant les contraintes (graphe (b)), plus k est petit, plus les contraintes observées sous les essieux sont faibles et plus celles calculées de part et d'autre de la position des essieux augmentent. Pour la traverse située entre les deux essieux du bogie en $x = 1.8\text{ m}$, la valeur de contrainte calculée pour $k = 10\text{ MN.m}^{-1}$ est doublée par rapport au cas de référence. Augmenter la valeur de k produit l'effet inverse.

Diminuer la rigidité du contact entre les rails et le ballast permet en fait de répartir le chargement sur un plus grand nombre de traverses. Ceci entraîne une diminution de la déflexion maximale du ballast et donc des accélérations verticales (plus d'explications en section IV.3.2).

La rigidité du contact rail/ballast apparaît donc comme un paramètre intéressant pour la réduction des accélérations verticales dans le ballast. Ce paramètre a donc été retenu dans la suite.

Influence du moment d'inertie des rails (I_r)

On s'intéresse ici à l'influence du moment d'inertie du rail I_r dont les résultats de calculs ViscoRail pour les valeurs considérées sont présentés sur la FIGURE IV.6 quand les charges sont situées entre traverses.

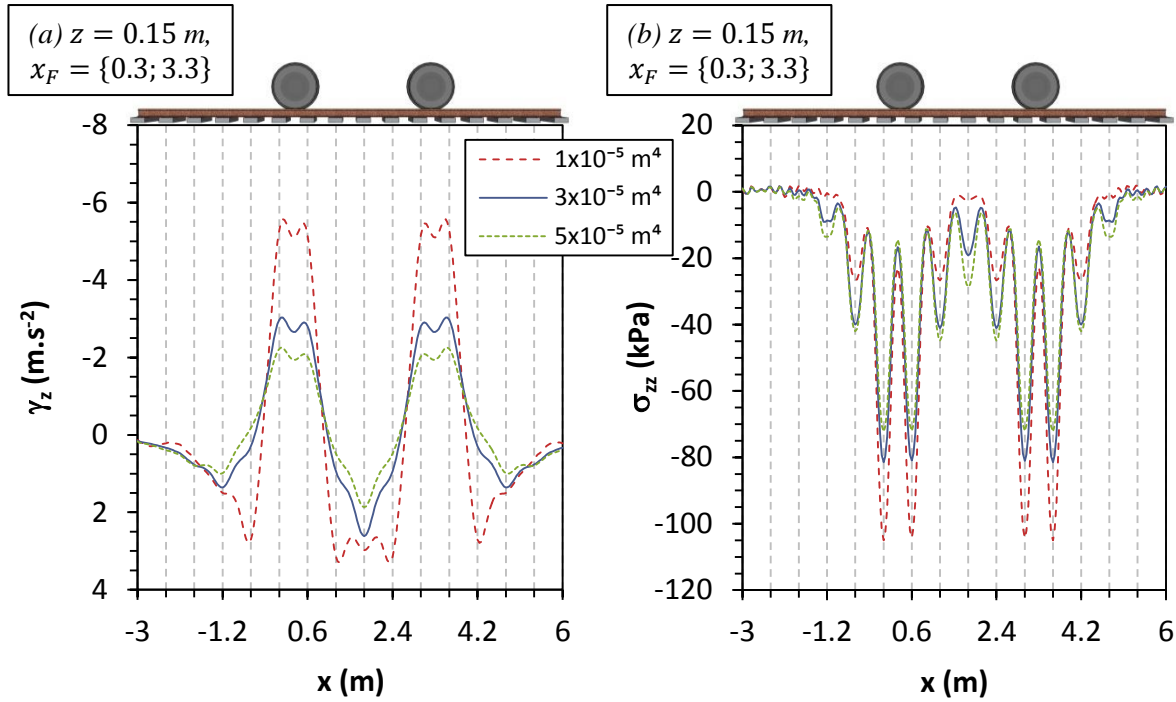


FIGURE IV.6 – Influence du moment d'inertie du rail, I_r . (a) Accélérations verticales et (b) contraintes verticales.

On peut voir, sur le graphe (a), que plus la valeur du moment d'inertie est forte, plus les accélérations verticales, dirigées vers le haut et vers le bas, sont faibles. L'augmentation de $I_r = 3 \times 10^{-5} m^4$ (valeur de référence) à $I_r = 5 \times 10^{-5} m^4$ permet de diminuer le pic d'accélération dirigé vers le bas d'environ 25%. A l'inverse un faible moment d'inertie augmente les valeurs maximales d'accélérations verticales dans les deux sens. Compte tenu de son incidence significative, ce paramètre est retenu dans la suite de l'étude.

Sur le graphe (b), on observe que le fait d'augmenter le moment d'inertie du rail permet de réduire les contraintes maximales obtenues sous les traverses situées au droit des charges et d'augmenter celles calculées en marge des essieux. L'effet inverse est obtenu en réduisant la valeur de I_r . Pour la traverse située en $x = 1.8$ m qui subit le pic d'accélération verticale maximal vers le bas, l'amplitude de la contrainte verticale calculée pour $I_r = 1, 3$ et $5 \times 10^{-5} m^4$ est respectivement d'environ 3, 19 et 29 kPa.

De la même manière que la diminution de la rigidité du contact rail/ballast, l'augmentation de I_r permet de répartir les charges sur un plus grand nombre de traverses, faisant diminuer l'amplitude des déplacements verticaux et des accélérations verticales dans la couche de ballast.

Influence du module d'élasticité de la sous-couche (E_{SC})

Le dernier paramètre ayant fait l'objet d'une analyse est le module d'élasticité E_{SC} de la sous-couche. La FIGURE IV.7 présente les profils longitudinaux (a) d'accélération verticales et (b) de contraintes verticales calculés pour les valeurs considérées de ce paramètre quand les charges sont situées entre traverses.

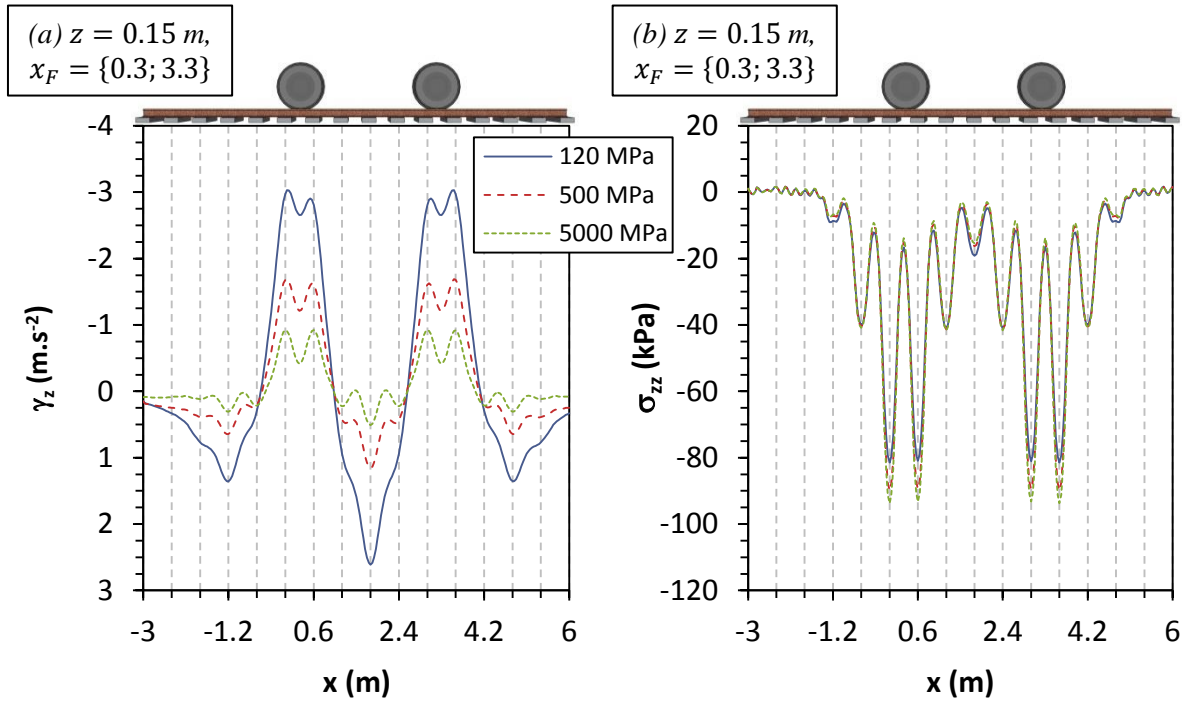


FIGURE IV.7 – Influence du module d'élasticité de la sous-couche, E_{SC} . (a) Accélérations verticales et (b) contraintes verticales.

On peut voir que ce paramètre est très influent sur les accélérations verticales calculées dans le ballast. Plus sa valeur est grande, plus les accélérations, dirigées dans les deux sens, sont faibles. Pour $E_{SC} = 5000$ MPa, le pic d'accélération calculé vers le bas est approximativement de 0.5 $m.s^{-2}$ contre 1.15 $m.s^{-2}$ pour $E_{SC} = 500$ MPa et 2.61 $m.s^{-2}$ pour le cas de référence ($E_{SC} = 120$ MPa).

En ce qui concerne les contraintes, augmenter le module d'élasticité de la sous-couche a tendance à élever les valeurs des contraintes maximales situées sous les traverses au droit des essieux et à réduire légèrement celles des traverses les moins sollicitées.

Augmenter le module d'élasticité de la sous-couche se traduit directement par une rigidification d'ensemble de la voie ferroviaire et donc aussi par de moindres déflexions et accélérations verticales.

Pour ces raisons, le module d'élasticité de la sous-couche a également été retenu dans la recherche de solutions constructives.

Récapitulatif des résultats de l'analyse de sensibilité

Afin de mieux distinguer l'influence relative des paramètres les uns par rapport aux autres, nous avons récapitulé sur la FIGURE IV.8 les valeurs des pics d'accélération vers le bas ($\{\gamma_z\}^{bas}$) dans le ballast (en $y = 0$ et $z = 0.15$ m), rapportées au niveau d'accélération de référence ($\{\gamma_z\}_{270}^{bas} = 2.61 \text{ m.s}^{-2}$, cf. TABLEAU III.2).

La valeur du paramètre testé est indiquée à côté du marqueur ; la valeur des autres paramètres étant égale à leur valeur de référence (valeur en gras encadrée). Sur cette figure, le pic d'accélération de référence $\{\gamma_z\}_{270}^{bas}$ vaut donc 1. Les ratios d'accélération supérieurs à 1, correspondant aux configurations pour lesquelles $\{\gamma_z\}^{bas} > \{\gamma_z\}_{270}^{bas}$ (zone supérieure rouge), sont symbolisés par des triangles ; à l'inverse, les configurations conduisant à des $\{\gamma_z\}^{bas}$ inférieures (zone inférieure verte) sont représentées par des losanges.

On revoit clairement que les paramètres liés à la rigidité de la voie, *i.e.* le moment d'inertie des rails (I_r), la raideur des ressorts modélisant le contact rail/ballast (k) et le module d'élasticité de la sous-couche (E_{SC}), sont plus influents sur les accélérations, dans la gamme des valeurs testées, que les paramètres liés à la géométrie des traverses et bogies.

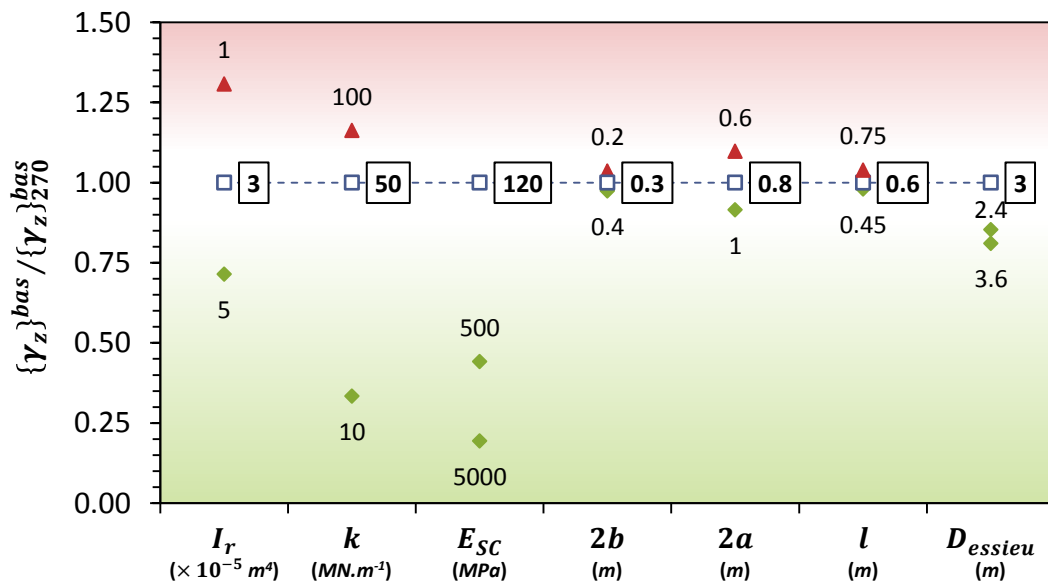


FIGURE IV.8 – Récapitulatif des accélérations maximales calculées vers le bas (en $y = 0$ et $z = 0.15$ m) avec ViscoRail ($V = 270 \text{ km.h}^{-1}$) pour chacun des cas considérés dans l'analyse de sensibilité et rapportées au pic d'accélération de référence ($\{\gamma_z\}_{270}^{bas} = 2.61 \text{ m.s}^{-2}$).

IV.3.2 Recherche de dispositions constructives visant à limiter γ_z

Sur la base des retours de terrain, nous partons ici du principe que la vitesse d'exploitation à 270 km.h^{-1} reste « acceptable » en termes de désordres engendrés dans la couche de ballast (amplitude, rapidité d'apparition). Nous allons considérer alors que les niveaux d'accélération atteints à cette vitesse sont également acceptables et utiliser ceux-ci comme « valeurs à ne pas dépasser ».

Nous nous posons alors la question de comment ramener à ces valeurs limites les accélérations obtenues pour des vitesses d'exploitation plus élevées. Nous proposons d'utiliser les travaux numériques précédents autour de la « situation de référence » pour répondre à cette question.

Nous nous plaçons dans le cas d'une vitesse d'exploitation de 342 km.h^{-1} pour laquelle le pic d'accélération vers le bas de la solution de référence en $z = 0.05 \text{ m}$ est de 5.15 m.s^{-2} (cf. TABLEAU IV.1). Nous cherchons alors à ramener cette valeur pic à celle obtenue à 270 km.h^{-1} (2.61 m.s^{-2}) sur la base de calculs ViscoRail en jouant sur les 3 paramètres les plus influents (k, I_r, E_{SC}).

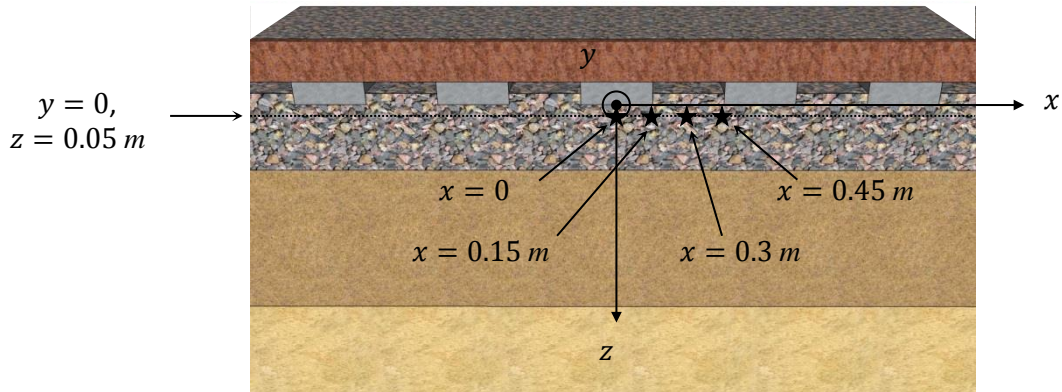


FIGURE IV.9 – Points d'observation considérés sous l'axe du rail ($y = 0$) en haut de couche de ballast ($z = 0.05 \text{ m}$) pour l'observation des profils temporels d'accélérations calculés pour $V = 342 \text{ km.h}^{-1}$.

Effet de chaque paramètre pris individuellement

La FIGURE IV.10 présente les profils temporels d'accélérations et de déplacements verticaux obtenus à $V = 342 \text{ km.h}^{-1}$ en faisant varier individuellement k , I_r et E_{SC} du côté « favorable ». Les calculs ont été effectués pour les points de la FIGURE IV.9. Nous ne présentons ici les résultats que pour le point au droit du blochet ($x = 0$), pour lequel les accélérations sont les plus fortes.

On constate ainsi que :

- diminuer k de 50 à 20 MN.m^{-1} ,
- doubler I_r par rapport à sa valeur de référence de $3 \times 10^{-5} \text{ m}^4$ ou
- augmenter le module de la sous-couche E_{SC} de 120 à 500 MPa

permet de ramener les accélérations calculées pour $V = 342 \text{ km.h}^{-1}$ à la limite de 2.61 m.s^{-2} que nous nous sommes définis.

Les courbes de déflexion montrent que ces variations d'amplitude d'accélération sont principalement liées à un effet de courbure (temporelle) des signaux, correspondant à un élargissement du bassin de déflexion, plutôt qu'à des modifications de ses valeurs maximales.

En pratique, la diminution de la rigidité du contact entre le ballast et les rails (paramètre k) pourrait être réalisée par la mise en place de semelles sous rails plus souples que d'usage et par l'ajout de semelles sous blochets (« Under Sleeper Pad »).

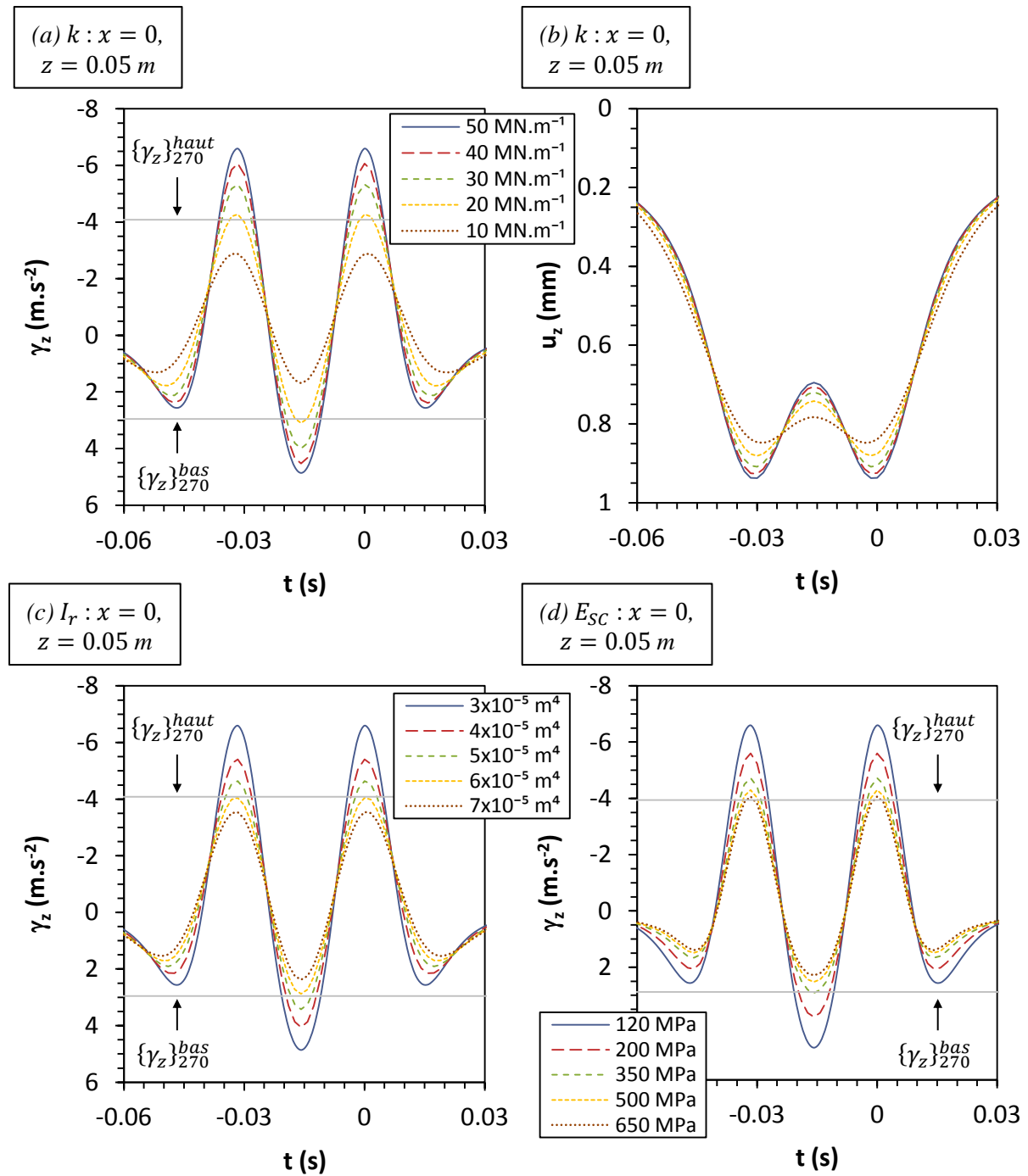
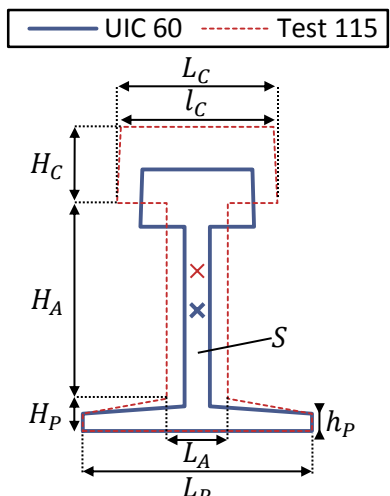


FIGURE IV.10 – Profils temporels, calculés pour $V = 342 \text{ km.h}^{-1}$ en un point situé sous un blochet sous l'axe d'un rail et en haut de couche de ballast ($\{x; y; z\} = \{0; 0; 0.05\}$) : (a) et (b) des accélérations verticales et des déplacements verticaux, respectivement, pour différentes valeurs de k , et (c) et (d) des accélérations verticales pour différentes valeurs de I_r et de E_{SC} , respectivement.

L'augmentation de l'inertie de flexion du rail pourrait être obtenue par la modification de certaines caractéristiques géométriques de la section du rail. Le tableau IV.3 montre un exemple de géométrie simplifiée permettant d'atteindre la valeur I_r suggérée dans cette étude. Il est à noter que de telles modifications entraînent une aire de section double par rapport à l'UIC 60, ce qui augmente son poids linéique de 60 à environ 115 kg.m^{-1} .

TABLEAU IV.3 – Caractéristiques éventuelles de section de rail pour un moment d'inertie double de l'UIC60 (exemple de nouvelle géométrie « Test 115 » de poids linéique de 115 kg.m^{-1}).

Caractéristiques de la section du rail		UIC 60	Test 115
	$L_C \text{ (mm)}$	74.3	105
	$l_C \text{ (mm)}$	72	100
	$H_C \text{ (mm)}$	37.5	50
	$L_A \text{ (mm)}$	16.5	40
	$H_A \text{ (mm)}$	117.6	125
	$L_P \text{ (mm)}$	150	150
	$H_P \text{ (mm)}$	16.9	25
	$h_P \text{ (mm)}$	11.5	11.5
	$S \text{ (mm}^2\text{)}$	6818	12935
	$I_r \text{ (} \times 10^{-5} \text{ m}^4\text{)}$	2.84	5.96

Une augmentation de E_{SC} peut être envisagée par le traitement des sols ou par des techniques plus en rupture avec la pratique classique, comme l'incorporation de couches bitumineuses en place de sous-couches totalement granulaire pour le ballast. Cette disposition est particulièrement étudiée en section IV.4.

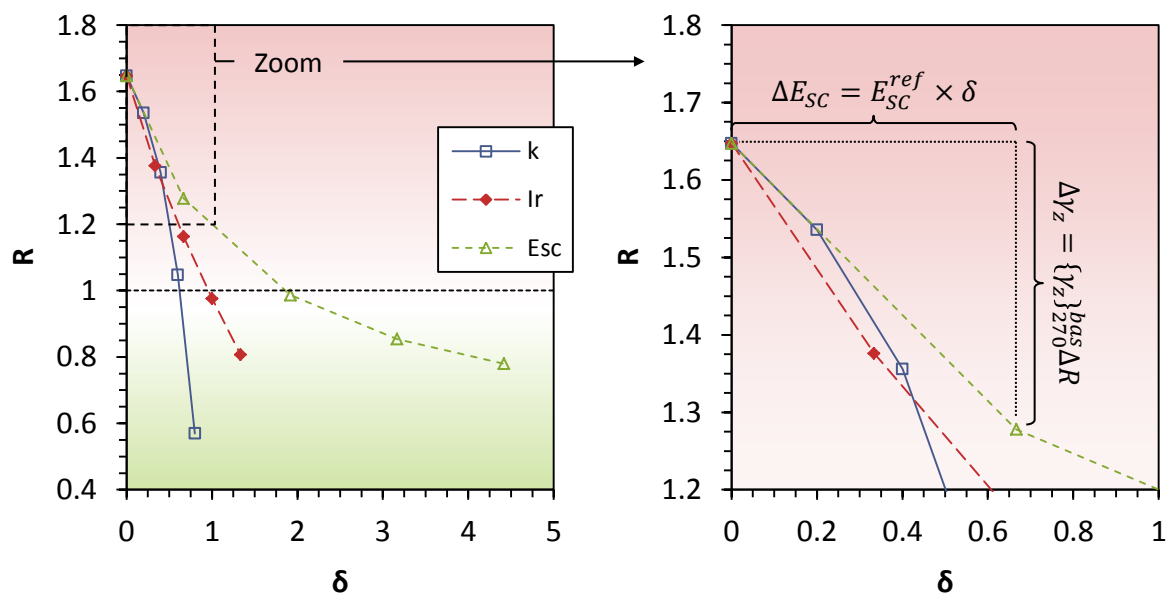


FIGURE IV.11 – Accélérations maximales vers le bas, rapportées au pic de référence en fonction de δ ($V = 342 \text{ km.h}^{-1}$; $\{x; y; z\} = \{0; 0; 0.05\}$; $\{\gamma_z\}_{270}^{bas} = 2.95 \text{ m.s}^{-2}$).

Les courbes de la FIGURE IV.11 regroupent les effets des trois paramètres. On a noté δ le ratio $|\Delta P|/P_{ref}$ où P représente chacun des trois paramètres et R le ratio entre les pics d'accélération vers le bas à $V = 342$ et 270 km.h^{-1} . La droite $R = 1$ représente la cible visée.

Effets combinés des paramètres

Il peut être intéressant également de rechercher des dispositions constructives combinant les gains de chacun des paramètres (k, I_r, E_{SC}) et pouvant réduire les modifications à apporter sur chacun d'entre eux.

Au voisinage de 342 km.h^{-1} , le gain théorique sur $\{\gamma_z\}^{bas}$ attendu, en combinant les modifications de paramètres peut être estimé par la différentielle :

$$\Delta\gamma_z = \frac{\partial\gamma_z}{\partial k} \Delta k + \frac{\partial\gamma_z}{\partial I_r} \Delta I_r + \frac{\partial\gamma_z}{\partial E_{SC}} \Delta E_{SC} \quad (IV.2)$$

où les dérivées partielles peuvent être visualisées sur le zoom à droite de la FIGURE IV.11. Cette formule peut être utilisée pour rechercher en première approximation des triplets $(\Delta k, \Delta I_r, \Delta E_{SC})$ conduisant à un même abattement des accélérations. Des calculs ViscoRail effectués pour les différentes combinaisons sélectionnées permettent dans un second temps d'affiner les réductions ainsi estimées.

Le TABLEAU IV.4 récapitule un certain nombre de cas envisagés. Les premières se réfèrent à des variations homothétiques des trois paramètres pour des ratios δ allant de 10 à 50%. Les cas C1,C2,C3 et C4 représentent des combinaisons non homothétiques.

On peut observer que dans tous ces cas l'équation IV.3 fournit une bonne approximation des valeurs ViscoRail et fournit donc un moyen efficace de sélection des solutions.

Les ratios $R < 1$ satisfaisant à notre objectif sont surlignés en vert et peuvent être atteints dans le cas homothétique pour δ à partir de 0.3.

TABLEAU IV.4 – Exemples de combinaisons $(\Delta k, \Delta I_r, \Delta E_{SC})$ et effet sur les accélérations.
Comparaison entre valeurs $\{\gamma_z^{th}\}^{bas}$ estimées avec la relation (IV.2) et valeurs ViscoRail $\{\gamma_z\}^{bas}$.

Combinaisons	Référence	Homothétiques					Non homothétiques*			
δ (-)	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	C1	C2	C3	C4
k ($MN.m^{-1}$)	50	45	40	35	30	25	40	35	30	25
I_r ($\times 10^{-5} m^4$)	3	3.3	3.6	3.9	4.2	4.5	3	3.3	3.6	3.6
E_{SC} (MPa)	120	132	144	156	168	180	168	168	180	240
$\{\gamma_z\}^{bas}$ ($m.s^{-2}$)	5.15	4.24	3.64	3.06	2.47	1.95	3.78	3.50	2.90	2.23
R (-)	1.75	1.44	1.23	1.04	0.84	0.66	1.28	1.19	0.98	0.76
$\{\gamma_z^{th}\}^{bas}$ ($m.s^{-2}$)	5.15	4.29	3.72	3.15	2.59	2.02	3.88	3.47	2.90	1.92
R^{th} (-)	1.75	1.45	1.26	1.07	0.88	0.68	1.32	1.18	0.98	0.65
$ R - R^{th} /R^{th}$ (%)	0	1.17	2.15	2.86	4.63	3.47	2.58	0.86	0	16.15

* Ratios $(\delta_k, \delta_{I_r}, \delta_{E_{SC}})$ égal à : {0.2; 0; 0.4} pour C1, {0.1; 0.3; 0.4} pour C2, {0.4; 0.2; 0.5} pour C3 et {0.4; 0.2; 1} pour C4.

IV.4 Exemple de solution : insertion d'une couche sous ballast en grave-bitume

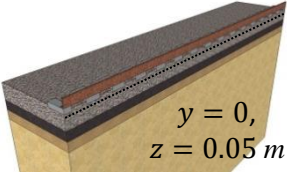
Comme vu précédemment, une solution possible pour faire diminuer les accélérations verticales dans le ballast est de fournir un support relativement rigide à cette couche. Cette recommandation peut notamment être réalisée par l'insertion d'une sous-couche en grave-bitume en place d'une sous-couche totalement granulaire.

Cette disposition est largement considérée à travers le monde (Rose et al., 2011, 2010), mais son utilisation en France est encore récente (Robinet, 2011). A notre connaissance, l'étude de telles structures a été peu réalisée en termes de réponse dynamique réversible dans la littérature.

En exploitant les potentialités de ViscoRail permettant la prise en compte de loi de comportement thermo-viscoélastique de type Huet-Sayegh (cf. section II.2), nous avons étudié une telle structure, en termes d'accélérations verticales dans le ballast ; en particulier en fonction de la température et de l'épaisseur de la couche bitumineuse.

La voie ferroviaire modélisée dans cette étude se compose comme suit. Le système d'armement ainsi que le chargement sont identiques à ceux du cas de référence utilisé jusqu'ici ; la vitesse de circulation du bogie étant prise égale à $V = 342 \text{ km.h}^{-1}$. La structure d'assise est désormais constituée de quatre couches, comme montré dans le TABLEAU IV.5, à savoir de haut en bas : le ballast, la couche en grave-bitume, une sous-couche granulaire de faible épaisseur et le sol. Les paramètres du modèle de Huet-Sayegh pour la couche viscoélastique sont également donnés dans le TABLEAU IV.5. Ils sont censés représenter les propriétés d'un enrobé bitumineux classiquement utilisé dans le domaine routier.

TABLEAU IV.5 – Propriétés mécaniques et géométriques de la structure d'assise considérée avec sous-couche en grave-bitume.

Vue en coupe de la structure bitumineuse		$\rho \text{ (kg.m}^{-3}\text{)}$	$E \text{ (MPa)}$	ν	$e \text{ (m)}$
	Ballast	1800	150	0.4	0.3
	Grave-bitume	2400	N/A (cf. ci-dessous)	0.35	varié
	Sous-couche granulaire	1800	120	0.4	0.2
	Sol	1800	100	0.4	∞

Paramètres de Huet-Sayegh pour la couche en grave-bitume							
$E_\infty \text{ (MPa)}$	$E_0 \text{ (MPa)}$	k	h	δ	$\tau_0 \text{ (s)}$	$A_1 \text{ (}^\circ\text{C}^{-1}\text{)}$	$A_2 \text{ (}^\circ\text{C}^{-2}\text{)}$
32665	11	0.193	0.592	2.244	18.973	-0.397	0.00195

La FIGURE IV.12a présente les profils temporels de γ_z calculés au point sous blochet ($x = 0, y = 0, z = 0.05 \text{ m}$) pour différentes épaisseurs de couche de grave-bitume $e_{GB} = 0.05, 0.10, 0.15$ et 0.20 m et pour une température de couche de $\theta_{GB} = 15 \text{ }^\circ\text{C}$. Sur cette figure sont également tracés (en traits gris) les pics d'accélérations ($\{\gamma_z\}_{270}^{bas}$ et $\{\gamma_z\}_{270}^{haut}$) obtenus pour la situation de référence avec sous-couche granulaire ($V = 270 \text{ km.h}^{-1}$) ; bien que ces structures soient différentes.

On constate qu'à température donnée, $\theta_{GB} = 15^\circ\text{C}$, l'augmentation de e_{GB} permet de faire diminuer les accélérations verticales calculées, dans les deux sens, dans le ballast. Ceci est en accord avec les remarques faites précédemment sur l'augmentation du module de la sous-couche.

On peut aussi voir qu'à cette température une épaisseur d'enrobé de 0.15 m suffit à diminuer les γ_z calculées à 342 km.h^{-1} à ceux de la situation de référence ($V = 270\text{ km.h}^{-1}$).

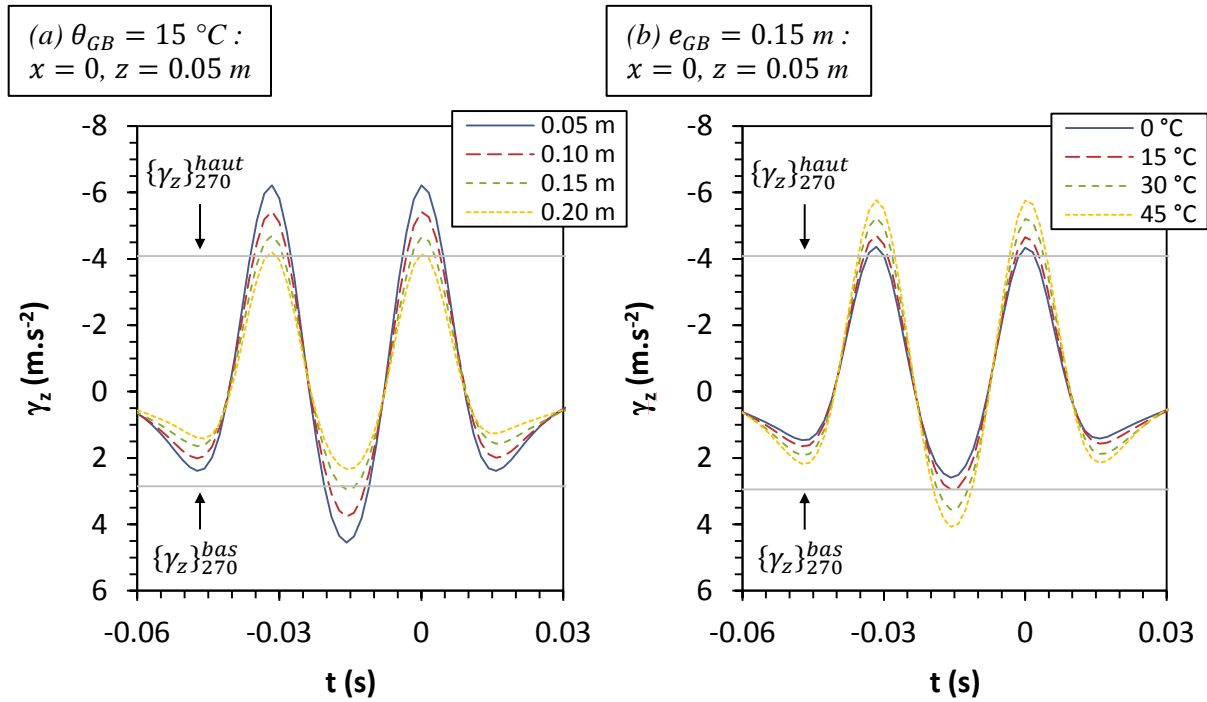


FIGURE IV.12 – Profils temporels des accélérations verticales calculés pour $V = 342\text{ km.h}^{-1}$ en un point situé sous un blochet ($\{x; y; z\} = \{0; 0; 0.05\}$) : (a) pour $\theta_{GB} = 15^\circ\text{C}$ et différentes épaisseurs e_{GB} de la couche de grave-bitume et (b) pour $e_{GB} = 0.15\text{ m}$ et différentes températures θ_{GB} .

Afin de rendre la comparaison possible entre la structure bitumineuse et la structure de référence, nous avons estimé le module élastique équivalent E_{eq} de la couche viscoélastique pour les conditions de vitesse et de température considérée ici ($\theta_{GB} = 15^\circ\text{C}$, $V = 342\text{ km.h}^{-1}$).

La relation entre les données d'entrée du modèle ViscoRail (θ_{GB} , V) et ceux utilisés pour la caractérisation des matériaux bitumineux (θ_{GB} , f ou ω) n'étant pas directe, E_{eq} ne peut être estimé simplement en calculant la norme du module complexe de Huet-Sayegh, $E^*(f_{eq}, \theta_{GB})$ ou $E^*(\omega_{eq}, \theta_{GB})$, du matériau viscoélastique puisqu'à ce stade f_{eq} et ω_{eq} sont inconnus. La démarche a donc consisté à retrouver E_{eq} par calcul inverse sur la base de simulations ViscoRail.

Pour cela, nous avons essayé de faire correspondre les accélérations verticales calculées dans le ballast pour une structure avec sous-couche élastique, de module E_{eq} , à celles obtenues pour le cas viscoélastique. Le chargement considéré pour cette analyse inverse a été simplifié en lien avec les observations faites dans le chapitre précédent pour le calcul rapide des champs mécaniques dans la structure. Nous avons ainsi utilisé l'onde de chargement se déplaçant à la même vitesse que le bogie, caractérisée par le paramètre $\alpha = 1$. L'avantage de cette simplification est qu'elle ne requiert que l'utilisation de ViscoRoute© 2.0, facilitant ainsi le calcul inverse.

Dans les conditions considérées ici ($e_{GB} = 0.15 \text{ m}$, $\theta_{GB} = 15 \text{ }^\circ\text{C}$ et $V = 342 \text{ km.h}^{-1}$), l'analyse inverse conduit à un module élastique équivalent E_{eq} d'environ 12000 MPa pour une fréquence de $f_{eq} = 15 \text{ Hz}$. A titre de remarque, le module équivalent utilisé de manière usuelle pour la modélisation des matériaux bitumineux dans la méthode française de dimensionnement des chaussées routières est obtenu pour $\theta_{GB} = 15 \text{ }^\circ\text{C}$ et $f_{eq} = 10 \text{ Hz}$.

Puisque les matériaux bitumineux sont thermosensibles, il peut être intéressant de regarder l'influence de la température de la couche sur les accélérations dans le ballast. La FIGURE IV.12b présente les profils temporels de γ_z calculés au point sous blochet ($x = 0, y = 0, z = 0.05 \text{ m}$) pour différentes températures $\theta_{GB} = 0, 15, 30$ et $45 \text{ }^\circ\text{C}$ et une épaisseur de $e_{GB} = 0.15 \text{ m}$.

On constate que la diminution des accélérations verticales va de pair avec celle de la température. En particulier, on peut voir que les γ_z obtenues vers le bas pour $\theta_{GB} < 15 \text{ }^\circ\text{C}$ sont inférieures ou égales aux pics de référence $\{\gamma_z\}_{270}^{bas}$; ce qui n'est plus le cas quand $\theta_{GB} > 15 \text{ }^\circ\text{C}$.

Comme attendu, à mesure que la température diminue, le matériau bitumineux gagne en rigidité ; entraînant une réduction des accélérations.

Correctement dimensionnées, notamment par rapport aux effets de température, l'insertion de sous-couches en grave-bitume dans la structure d'assise des voies ferroviaires semble donc être une solution efficace pour réduire les accélérations verticales dans le ballast.

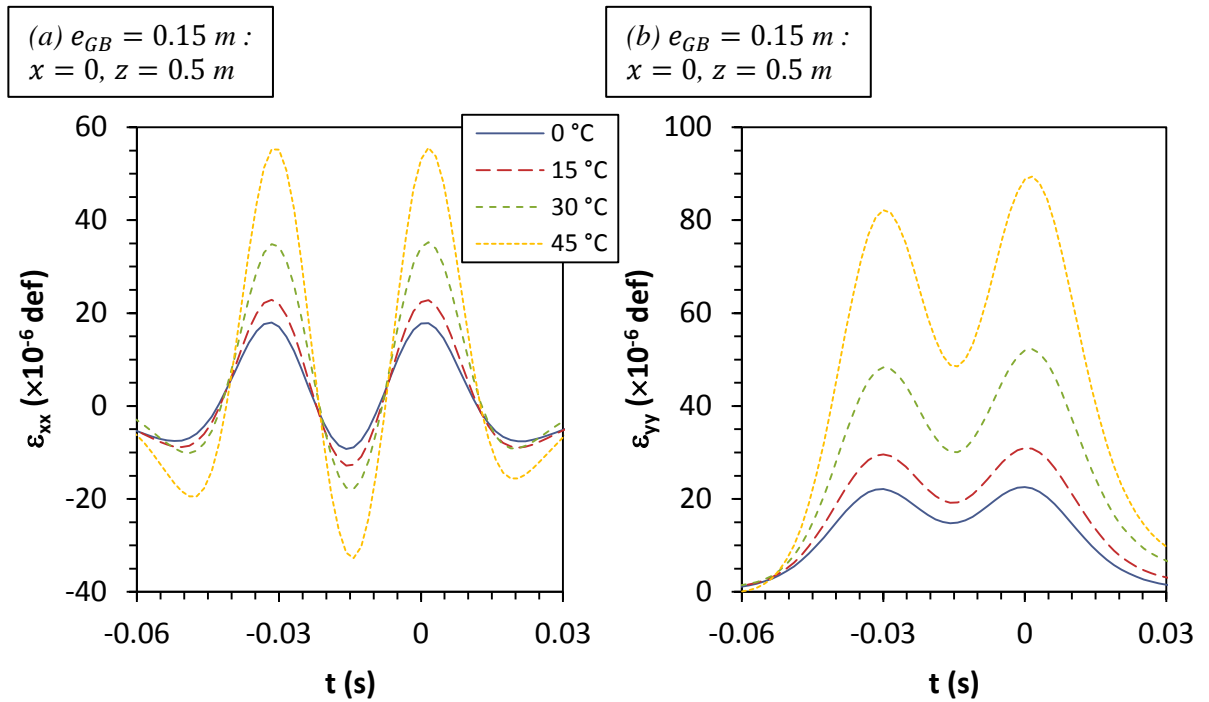


FIGURE IV.13 – Profils temporels des déformations (a) longitudinales et (b) transversales, calculés pour $V = 342 \text{ km.h}^{-1}$ en un point situé sous un blochet en base de couche viscoélastique ($\{x; y; z\} = \{0; 0; 0.5\}$) pour une épaisseur de $e_{GB} = 0.15 \text{ m}$ et pour différentes valeurs de θ_{GB} .

Toujours concernant la conception de ce type de structures, les déformations horizontales en base de couche bitumineuse doivent également être évaluées afin d'estimer son comportement en fatigue. La FIGURE IV.13 présente les profils temporels des déformations¹ longitudinales ε_{xx} et transversales ε_{yy} calculés au point situé au droit d'un blochet sous l'axe d'un rail et en base de couche bitumineuse ($x = 0, y = 0$ et $z = 0.5 \text{ m}$) pour une épaisseur de $e_{GB} = 0.15 \text{ m}$ et les différentes valeurs de θ_{GB} .

De manière générale, on observe que les déformations maximales en extension sont obtenues au passage des essieux. Concernant les déformations de contraction, on peut les observer dans la direction longitudinale lorsque le premier essieu approche du point considéré, entre le passage des deux essieux et lorsque le second s'éloigne ; il n'y a pas de contraction dans la direction transversale.

En fait, quand les roues passent au droit du point considéré, la charge est maximale entraînant ainsi une déflexion importante de la couche viscoélastique, qui se traduit par une forte extension longitudinale et transversale en base de couche. A l'inverse, quand les charges s'approchent ou s'éloignent, la déflexion est inférieure aux instants précédents et/ou suivants, ce qui engendre une contraction longitudinale de la région située autour du point considéré.

On constate également qu'à cause du comportement thermosensible de la grave-bitume, les déformations ε_{xx} et ε_{yy} augmentent logiquement avec la température.

A partir des valeurs de déformation horizontale obtenue en bas de couche bitumineuse, nous avons réalisé une rapide estimation du comportement en fatigue de la structure en nous inspirant de la méthode de dimensionnement des chaussées routières (Norme Française P98-086). Celle-ci donne la déformation admissible $\varepsilon_{t,adm}$ en fonction du nombre d'essieux NE produisant cette déformation :

$$\varepsilon_{t,adm} = \varepsilon_6(10^\circ\text{C}, 25\text{Hz}) \times \sqrt{\frac{|E^*|(10^\circ\text{C}, 10\text{Hz})}{|E^*|(\theta_{eq}, 10\text{Hz})}} \times \left(\frac{NE}{10^6}\right)^b \times k_c \times k_r \times k_s \quad (\text{IV.3})$$

avec :

- $\varepsilon_6(10^\circ\text{C}, 25\text{Hz})$: valeur de déformation conduisant, en laboratoire pour l'essai de fatigue normalisé (NF EN 12697-24), à une durée de vie de 10^6 cycles,
- b : pente de la loi de fatigue du matériau bitumineux ($-1 < b < 0$),
- $|E^*|(10^\circ\text{C}, 10\text{Hz})$: module de rigidité (norme du module complexe) obtenu à 10°C et 10 Hz ,
- $|E^*|(\theta_{eq}, 10\text{Hz})$: idem pour la température équivalente associée aux conditions climatiques du site considéré,
- k_c, k_r et k_s : coefficients d'ajustement (respectivement, coefficients de calage, de risque et de plate-forme)

Dans le cas présent, nous avons inversé la formule pour calculer, à partir des valeurs de déformations ε_{yy} (la plus grande des déformations horizontales) de la FIGURE IV.13b, le nombre admissible de passages cumulés de bogies de poids 320 kN ($4 \times F$). En considérant :

- la température équivalente $\theta_{eq} = \theta_{GB} = 15^\circ\text{C}$,
- la grave-bitume de type GB4, avec $b = -0.2$ et $\varepsilon_6 = 100 \mu\text{def}$,

¹ La convention utilisée est celle de la Mécanique des Milieux Continus pour laquelle les déformations d'extension et de contraction sont respectivement prises positives et négatives.

- $\varepsilon_t = 34 \mu def$ (valeur pouvant être associée au passage d'un bogie à partir du signal en « M » de la FIGURE IV.13b et de la loi de Miner)
- valeur de k_r associée à un risque de 1%
- $k_c = 1.18$, valeur tirée de celle des GB4 (= 1.3) et corrigée de l'effet de balayage, absent sur voies ferroviaires,
- valeur de $k_s = 1$, retenue pour des plateformes de module supérieur ou égal à 120 MPa,

nous obtenons au final un nombre admissible de passages de bogies égal à 171 millions, correspondant à 17 millions de rames. On peut observer que cette valeur provient essentiellement pour son ordre de grandeur du calcul : $N \approx (\varepsilon_6/\varepsilon_t)^{-1/b} = (100/34)^5 = 220$ millions.

IV.5 Conclusion

Les problèmes de stabilité géométrique des couches de ballast pour LGV ont été étudiés dans ce chapitre sur la base de calculs ViscoRail de la réponse dynamique réversible de structures ferroviaires.

Nous avons d'abord confirmé l'incidence de la vitesse sur le niveau des accélérations. Celles-ci augmentent proportionnellement avec le carré de la vitesse jusqu'à $V \approx 300 \text{ km.h}^{-1}$ puis davantage au-delà de cette limite à cause des effets d'inertie développés dans l'assise de voie.

Sur la base de la situation de référence (LGV classique + $V = 270 \text{ km.h}^{-1}$) définie au Chapitre III, nous avons ensuite mené une étude de sensibilité des niveaux d'accélérations en fonction d'un certain nombre de paramètres de conception des LGV.

Les résultats montrent que les paramètres les plus influents sur γ_z sont liés à la rigidité de la structure. Les situations les plus favorables sont obtenues en cherchant à étaler et homogénéiser la « descente » de charges sur blochets, ce que l'on peut faire en augmentant la rigidité de flexion des rails, le module d'élasticité de la sous-couche et en diminuant la rigidité du contact rail/ballast.

L'effet bénéfique de ces trois paramètres a été quantifié individuellement ou de manière combinée. Nous avons ainsi cherché à adapter la structure de référence de façon à faire diminuer les accélérations verticales vers le bas calculées pour $V = 342 \text{ km.h}^{-1}$ aux valeurs obtenues à $V = 270 \text{ km.h}^{-1}$ jugées comme acceptables en termes de maintenance, sur la base des retours de terrain.

Cette analyse nous a conduits, en particulier, à la proposition d'une conception de voie avec grave-bitume en sous-couche de ballast.

Chapitre V Retour sur le comportement mécanique « réversible » du ballast – Modélisation et expérimentation

V.1 Introduction

Nous revenons ici plus en détails sur le comportement mécanique réversible du ballast, et notamment sur l'hypothèse de milieu continu élastique isotrope utilisée pour le ballast dans les calculs structurels. Deux approches ont été utilisées pour cela.

Dans un premier temps, nous avons réalisé des modélisations par Eléments Discrets d'échantillons de disques indéformables reposant sur des supports élastiques de rigidités différentes avec le code LMGC90. Ces simulations ont pour objectifs de regarder l'influence du support sur les propriétés mécaniques des échantillons.

Le même objectif est ensuite recherché par la réalisation d'une campagne d'essais triaxiaux sur des éprouvettes de ballast reposant sur élastomères.

V.2 Modélisation par éléments discrets des déformations d'un échantillon granulaire reposant sur support déformable

La première voie d'analyse envisagée pour l'étude de l'influence de la sous-couche sur les propriétés mécaniques du ballast a été de regarder le comportement d'un ensemble de grains rigides frottant reposant sur un support élastique à l'aide du code aux éléments discrets LMGC90. Les résultats sont interprétés en termes de loi de comportement homogénéisé du matériau granulaire seul, mais dont les propriétés héritent de la rigidité du sol support.

Pour des raisons de coûts de calcul, les simulations sont effectuées en 2D pour des disques rigides, dont la distribution de diamètres respecte la courbe granulométrique d'un ballast, mais qui ne prennent évidemment pas en compte l'angularité des grains.

L'échantillon numérique est soumis à des chargements cycliques en compression œdométrique ou bi-axiale. Le support élastique est modélisé par éléments finis.

V.2.1 Protocole numérique adopté

Ce premier paragraphe présente les étapes successives réalisées pour effectuer ces simulations numériques, à savoir :

- la génération des échantillons de disques indéformables et leur dépôt sous gravité,
- le conditionnement de ces échantillons par compactage et relaxation sous pression constante,
- et l'application des cycles de chargement en compression œdométrique et bi-axiale pour l'étude de la réponse réversible de ces échantillons reposant sur des supports de rigidité différente.

La FIGURE V.1 illustre les configurations d'échantillon considérées dans ces simulations. Les disques indéformables reposent sur un support élastique linéaire, modélisé par éléments finis. L'ensemble du corps d'épreuve est contenu dans une enceinte, dont la paroi gauche et le fond sont fixes. La paroi droite et le couvercle sont mobiles (pistons vertical et latéral) afin de pouvoir exercer sur ces échantillons les conditions aux limites désirées. Concernant les supports, leur épaisseur e est de 0.025 m et quatre valeurs de modules d'Young ont été considérées : $E_{sup} = +\infty$ (support indéformable) et $E_{sup} = 1, 3$ et 9 MPa .

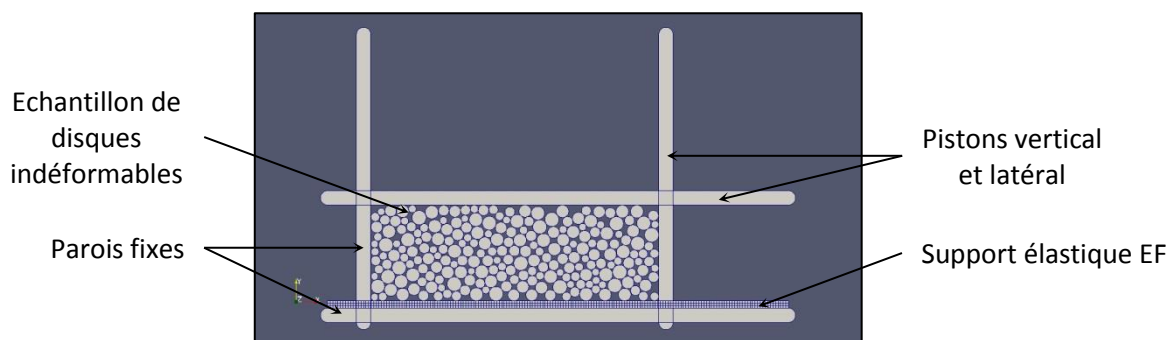


FIGURE V.1 – Exemple d'échantillon de disques rigides reposant sur support élastique testé dans les simulations par éléments discrets effectuées avec LMG90.

Les calculs sont effectués avec les hypothèses suivantes :

- interactions entre particules régies par la loi de choc unilatérale sans restitution et par la loi de Coulomb, en supposant un angle de frottement interne $\phi = 39^\circ$ (coefficient de frottement $\mu = 0.8$),
- parois indéformables et non-frottantes,
- support frottant (coefficient de frottement avec grain égal à 0.5) et indéformable pendant les phases de dépôt sous gravité et de compactage,
- support frottant et élastique pendant la phase de relaxation et les cycles de chargement pour les échantillons avec support déformable.

Nota : les valeurs de E_{sup} sont choisies de telle sorte à représenter des modules de rigidité de sous-couche s'échelonnant de 30 à 270 MPa. L'équivalence de raideur est établie en référence à la modalité de réception des plates formes support en géotechnique routière, basée sur l'essai à la plaque. Ceci revient pour l'épaisseur e donnée, à rechercher le module de rigidité E_{sup} permettant d'égaler

le déplacement vertical du support soumis à une pression p à la déflexion maximale du massif homogène, semi-infini, élastique de module $E_{eq\ sol}$ soumis à l'action de cette même pression appliquée sur un disque de rayon $0.06\ m$ (formule de Boussinesq).

Génération des échantillons et dépôt sous gravité

Pour chacune des valeurs de module d'élasticité E du support, nous avons généré un échantillon de particules, de longueur $1\ m$ et de hauteur approximative $0.35\ m$ (dimensions après dépôt sous gravité). Le choix de ces dimensions a été fait de manière à se rapprocher, après-phase de conditionnement, d'une configuration de voie ferroviaire de type couche mince granulaire où l'épaisseur de la couche de ballast (d'environ $0.3\ m$ sous traverses, de l'ordre d'une dizaine de grains) est relativement faible par rapport à ses dimensions horizontales. Dans la suite, on désigne ces échantillons par le support sur lequel ils sont destinés à être placés, *i.e.* : échantillon « SI » pour le support indéformable et « S1 », « S3 » et « S9 » pour les supports déformables de modules respectifs $E = 1, 3$ et $9\ MPa$. Chacun de ces quatre échantillons est composé de disques indéformables dont la masse volumique est prise égale à $2800\ kg.m^{-3}$ et dont les diamètres sont choisis aléatoirement entre $d_{min} = 0.025\ m$ et $d_{max} = 0.05\ m$ de manière à obtenir une courbe granulométrique linéaire (cf. FIGURE V.2) se rapprochant de celle d'un ballast ferroviaire. Pour ces quatre échantillons, le nombre de particules N_p , la surface totale S_p occupée par les disques et leur masse totale M_p sont donnés dans le TABLEAU V.1. Afin d'éviter toute interpénétration initiale, les disques sont générés sans contact entre eux, ni avec les parois. Les parois ne se « voient » pas les unes par rapport aux autres, ce qui permet de faire coulisser librement les pistons vertical et latéral sans rotation.

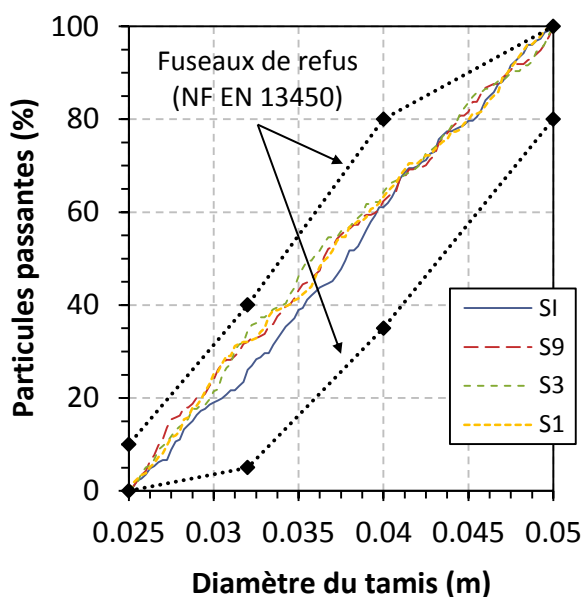


TABLEAU V.1 – Propriétés des échantillons générés.

Echantillon	SI	S9	S3	S1
N_p	226	234	238	234
$S_p\ (m^2)$	0.259	0.260	0.263	0.261
$M_p\ (kg)$	726	729	736	730
ϱ	0.791	0.782	0.780	0.791

FIGURE V.2 – Courbes granulométriques des échantillons de disques rigides générés aléatoirement.

Le dépôt sous gravité de ces échantillons est ensuite effectué, en activant les critères de contact. Pour cette étape, le pas de temps dt de résolution est défini en limitant la distance de chute libre d'une particule à 1% du diamètre moyen des disques (Azéma et al., 2012; Camenen et al., 2012), soit :

$$dt = \frac{(d_{max} + d_{min})}{2} \frac{1}{V} \frac{1}{100} \quad (V.1)$$

avec $V = \sqrt{2gH}$ la vitesse de chute libre maximale, d'une hauteur H , atteinte par une particule sans vitesse initiale. Dans notre étude, cela conduit à un pas de temps de l'ordre de $dt = 2 \times 10^{-4} s$.

Conditionnement des échantillons

Une fois les particules déposées et l'équilibre atteint, les différents échantillons sont soumis à une phase de conditionnement. Celle-ci a consisté à appliquer un compactage par chargement cyclique en compression verticale afin d'obtenir un état de compacité similaire entre échantillons. Pour cela, nous rendons le piston latéral immobile et nous appliquons, par l'intermédiaire du piston vertical, une vingtaine de cycles de chargement entre $F_y = 50$ et $200 kN$ à une fréquence de $10 Hz$ (signal triangulaire d'une durée de $2 s$, cf. FIGURE V.3a). Pour cette étape, le pas de temps est fixé à $2 \times 10^{-4} s$ (nombre de pas de temps égal à 10×10^3), le nombre d'itérations minimum de Gauss-Seidel à 50 (le nombre maximal étant limité à 50000) et la tolérance à 1×10^{-4} . Pour des simulations proches de celles-ci, effectuées sur des assemblages de polygones à une fréquence de $20 Hz$ (1000 cycles), Saussine (2004) recommande l'utilisation d'un pas de temps identique et d'un nombre d'itérations minimum de 300 à 400 afin de limiter l'accumulation des interpénétrations au cours des cycles de chargement. Néanmoins dans notre cas, le choix de disques ainsi que le faible nombre de cycles de chargement considéré nous permet de penser que $\sqrt{N_j} = 50$ itérations (Jean, 1999), où N_j est le nombre de contacts, sont suffisantes pour que l'accumulation des interpénétrations ne soit pas significative sur nos résultats. Ceci a tout de même été vérifié *a posteriori* (cf. section V.2.2).

A la suite de ce compactage, on procède à une relaxation des échantillons, réalisée cette fois-ci sur support déformable (pour les échantillons S9, S3 et S1). Cette étape est réalisée sous pression verticale constante par application sur le piston vertical d'une force $F_y = 50 kN$ (cf. FIGURE V.3b), piston latéral, étant toujours fixe. Pour cette étape de relaxation, les paramètres de résolution numérique sont inchangés. A l'instant $t = 2 s$ (début de relaxation), les trois supports déformables sont rendus élastiques linéaires isotropes, avec un coefficient de Poisson de 0.3 et une masse volumique de $900 kg.m^3$. Le maillage de ces supports est constitué de 180 éléments dans la longueur et de 3 dans la hauteur, conduisant à des éléments approximativement carrés de côté $0.009 m$. Ces dimensions sont choisies de manière à rendre compte de façon correcte du poinçonnement local d'un disque sur le support élastique, sans pour autant augmenter trop fortement le nombre de facettes d'élément en contact avec les grains (et donc la durée des calculs). La durée de cette étape de relaxation est définie afin de permettre au système d'atteindre un état d'équilibre statique (relatif), comme le montre le graphe de la FIGURE V.3b. Sur cette figure, on peut observer l'évolution de la vitesse du piston vertical V_y en fonction du temps de relaxation : plus le support est rigide et plus V_y diminue rapidement. La plus longue durée de stabilisation est obtenue pour S1 du fait d'une plus grande énergie de déformation du support. L'état au repos peut être considéré au bout d'une durée de $3 s$ (nombre de pas de temps égal à 15×10^3).

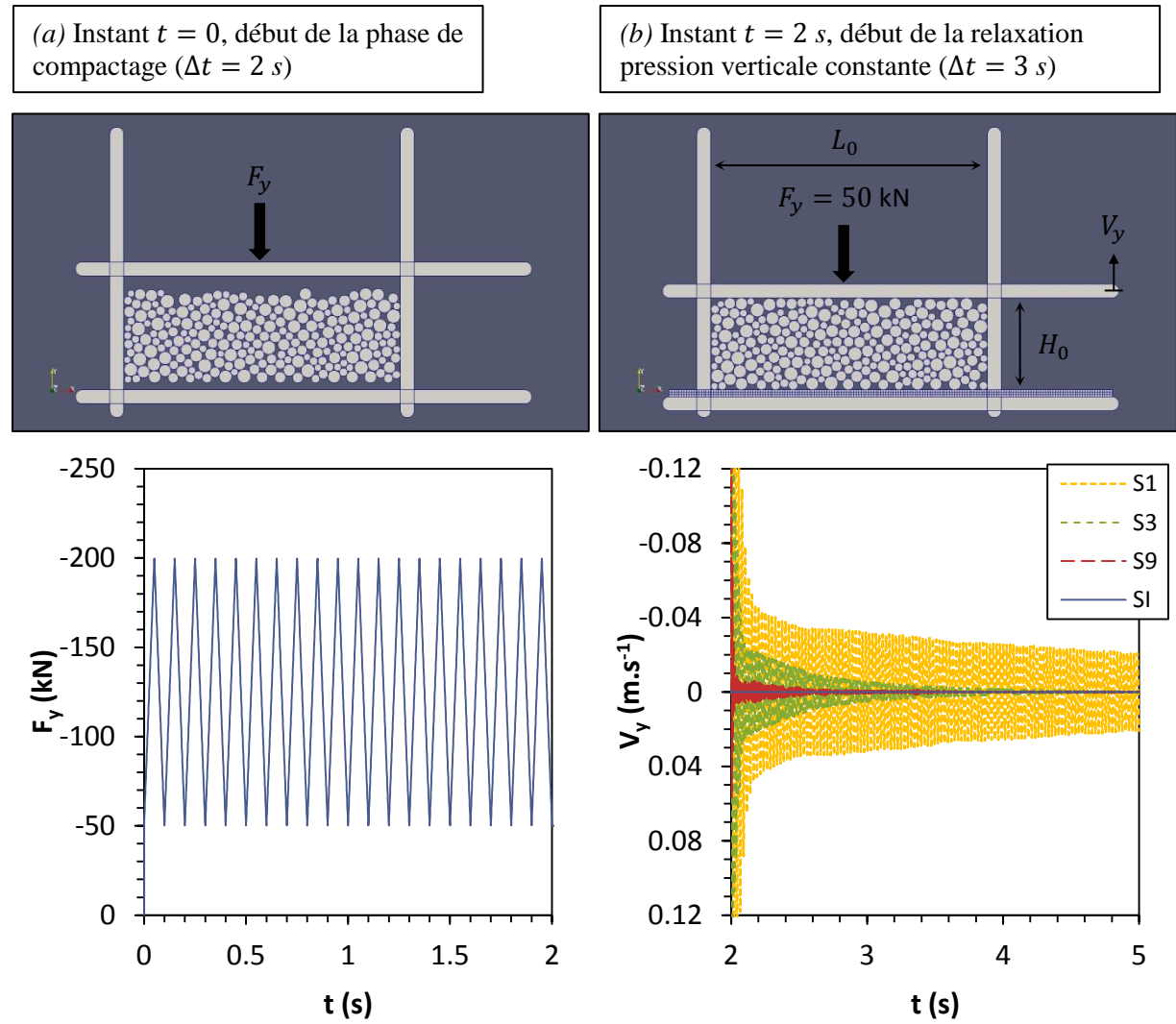


FIGURE V.3 – Configuration des échantillons de disques rigides reposant sur support élastique (a) avant et (b) après conditionnement.

Comme montré sur la FIGURE V.3b, les dimensions des échantillons ($S_0 = H_0 \times L_0$) sont relevées en fin de phase de conditionnement (compactage + relaxation) et permettent en lien avec la surface totale S_d occupée par les disques (cf. TABLEAU V.1) de calculer, à ce stade, la compacité $\varrho = S_d/S_0$ des échantillons. Ces valeurs de compacité sont données en dernière ligne du TABLEAU V.1. On remarque que les valeurs de ϱ sont relativement proches pour les différents échantillons, traduisant un état de compacité similaire et relativement dense (environ 20% de vides).

Compressions œdométriques et bi-axiales des échantillons

La dernière étape du protocole, à savoir la phase de compressions cycliques des échantillons, est présentée ici. Celle-ci a consisté à appliquer une séquence de chargements œdométriques et quatre séquences de chargements bi-axiaux. Pour chaque échantillon, les simulations sont effectuées sur la configuration obtenue précédemment en fin de phase de conditionnement. Les séquences de chargement ne sont donc pas appliquées successivement. Pour chacune de ces séquences, les

paramètres de résolution (pas de temps, nombre d'itérations minimum de Gauss-Seidel et tolérance) sont identiques à ceux de l'étape précédente.

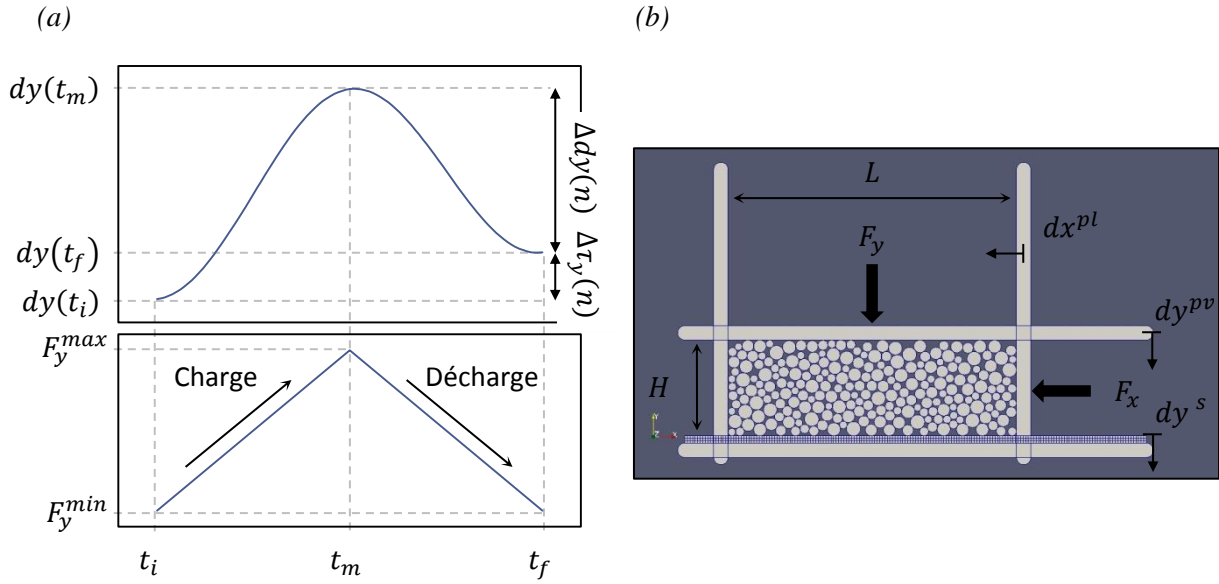


FIGURE V.4 – (a) Illustration des signaux de force verticale (F_y) appliquée et de déplacement vertical de l'échantillon de disques calculé (pour un cycle quelconque n). (b) Schéma de principe des compressions œdométrique ($d_x = 0$) et bi-axiale ($F_x = cste$) effectuées sur les échantillons de disque indéformables.

Le principe de ces séquences de chargement est illustré sur la FIGURE V.4, pour un cycle $n \in [1, N_c]$ où N_c représente le nombre total de cycles de chargement appliqués. On applique par l'intermédiaire du piston vertical un signal triangulaire en force F_y (cf. FIGURE V.4a) entre les instants de début $t_i = nT$ et de fin de cycle $t_f = (n + 1)T$, avec $T = 1/f$ représentant la période du signal. La paroi latérale est maintenue fixe pour le cas œdométrique tandis qu'une force constante F_x lui est appliquée dans les cas bi-axiaux (cf. FIGURE V.4b). Le détail de ces séquences de chargement est donné dans le TABLEAU V.2, où F_y^{min} et F_y^{max} représentent respectivement les valeurs minimum et maximum de F_y appliquées (par unité de longueur suivant la direction z). Les valeurs maximales considérées de F_y et F_x permettent, ramenées respectivement aux longueurs des parois $L \approx 1\text{ m}$ et $H \approx 0.35\text{ m}$, de représenter les contraintes verticale σ_{yy} et horizontales σ_{xx} auxquelles est soumis le ballast sous un blochet en voie.

Les déplacements du piston vertical (dy^{pv}) et du support élastique (dy^s) ainsi que le déplacement du piston latéral (dx^{pl}) calculés par le logiciel, permettent d'isoler la réponse de l'échantillon de particules seul, à tout instant :

$$\begin{cases} dx(t) = dx^{pl}(t) \\ dy(t) = dy^{pv}(t) - dy^s(t) \end{cases} \quad (\text{V.2})$$

La valeur de $dy^s(t)$ est établie en moyennant les déplacements verticaux des nœuds situés sur la bordure supérieure du support, en contact avec les disques indéformables. On peut alors extraire pour

le cycle de chargement en cours n , l'incrément de déplacements irréversibles, $\Delta\tau_x(n)$ et $\Delta\tau_y(n)$ (tassements), ainsi que l'amplitude des déplacements $\Delta dx(n)$ et $\Delta dy(n)$, en phase de décharge (cf. FIGURE V.4a pour la direction y) :

$$\begin{cases} \Delta\tau_x(n) = dx(t_f) - dx(t_i) \\ \Delta\tau_y(n) = dy(t_f) - dy(t_i) \\ \Delta x(n) = dx(t_m) - dx(t_f) \\ \Delta y(n) = dy(t_m) - dy(t_f) \end{cases} \quad (V.3)$$

où $t_m = (t_f + t_i)/2$ est l'instant de fin de charge. Dans notre étude, nous nous concentrons sur les déplacements réversibles Δx et Δy des échantillons granulaires, obtenus en fin de cyclage lorsque les déplacements irréversibles par cycle sont faibles.

TABLEAU V.2 – Détails des séquences de chargement appliquées.

Configuration	N_c	f (Hz)	F_y^{min} ($kN.m^{-1}$)	F_y^{max} ($kN.m^{-1}$)	F_x ($kN.m^{-1}$)	σ_{yy} (kPa)	σ_{xx} (kPa)
Édométrique				100	NA	~ 100	NA
Bi-axiale 1		2		100	17.5	~ 100	~ 50
Bi-axiale 2	100	et	50	150	17.5	~ 150	~ 50
Bi-axiale 3		10		150	35	~ 150	~ 100
Bi-axiale 4				200	35	~ 200	~ 100

V.2.2 Qualité numérique des calculs

Dans le but d'estimer la pertinence des résultats de nos simulations numériques, nous avons utilisé certains indicateurs parmi ceux présentés en section I.3.3.

Quantité d'interpénétration entre particules

Le premier indicateur que nous avons considéré est l'interpénétration entre particules. Pour cela, on appelle δ l'interpénétration moyenne à un instant donné, c'est-à-dire le rapport entre la somme de toutes les interpénétrations existantes et le nombre de contacts. Nous nous sommes limité ici à un critère en distance d'interpénétration car les critères en volume présentés en section BIBLIO nécessitent l'implémentation de routines de calcul du volume interpénétré (Camenen et al., 2012; Quezada, 2012), qui ne sont pas disponibles avec LMGC90. On définit alors les grandeurs suivantes :

- la valeur moyenne des interpénétrations δ sur le cycle de chargement n : $\bar{\delta}(n)$,
- et l'incrément d'interpénétration moyenne pour ce même cycle de chargement :
 $\Delta\delta(n) = \max_{cycle}\{\delta\} - \min_{cycle}\{\delta\}$.

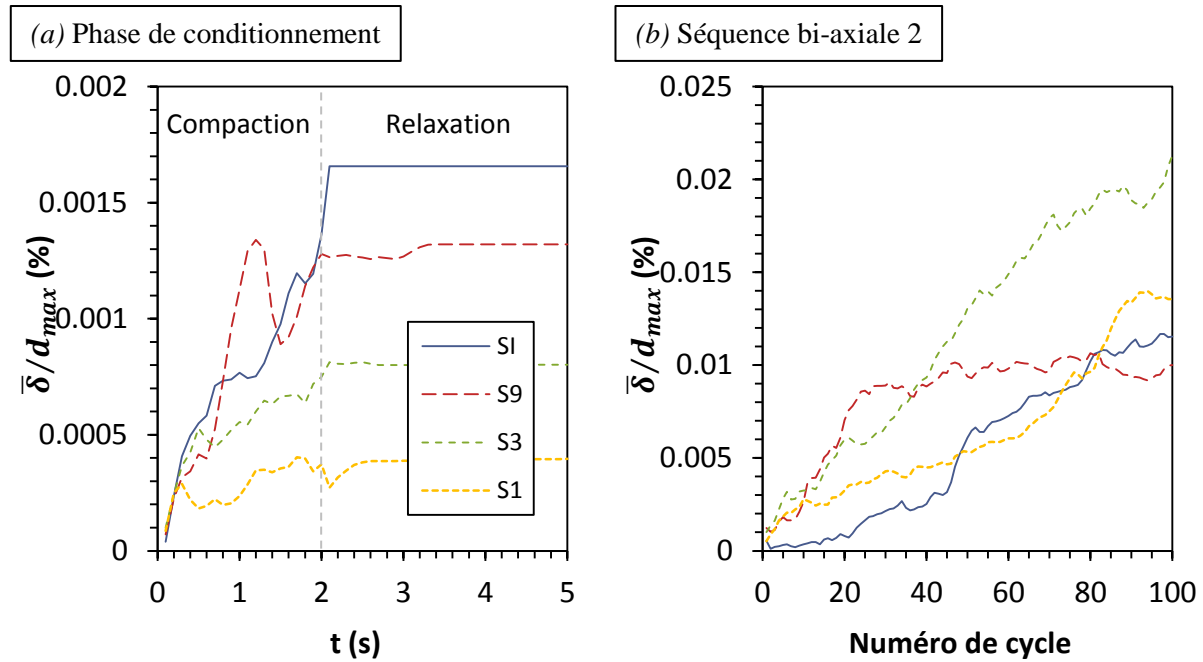


FIGURE V.5 – Evolution de la valeur moyenne d'interpénétration par cycle de chargement, rapportée au diamètre maximal des particules pour (a) la phase de conditionnement et (b) la séquence de chargement bi-axiale 2.

A l'aide de la première grandeur, nous avons regardé le pourcentage d'interpénétration cumulé vis-à-vis du diamètre maximal d'une particule, soit : $\bar{\delta}(n)/d_{max}$. D'une manière générale, on constate que les interpénétrations moyennes pour l'ensemble des modalités de chargement sont très faibles ($< 0.03\%$) comme l'illustrent la FIGURE V.5a pour la phase de conditionnement (compactage + relaxation) et la FIGURE V.5b pour la séquence de chargement bi-axiale 2. A noter que pour la phase de conditionnement, les résultats sont moyennés sur la durée d'un cycle de chargement de compactage, soit 0.1 s. En accord avec Hoang (2011) et Quezada (2012), on peut donc affirmer que les simulations réalisées dans cette étude sont numériquement « propres » puisque $\bar{\delta}(n)/d_{max}$ reste largement inférieur à 2%.

D'autre part, puisque nous nous sommes intéressés aux déformations réversibles des échantillons de disques, il nous a semblé également pertinent de comparer, pour chaque cycle de chargement, la variation d'interpénétration moyenne sur la hauteur des échantillons (approximativement équivalente à une dizaine de diamètres moyens de particule) par rapport à la variation de déplacement vertical à la décharge des échantillons, soit : $10 \times \Delta\delta(n)/\Delta y(n)$. Cet indicateur est par définition relativement exigeant puisque les contacts ne sont pas tous orientés dans la direction verticale. On peut donc s'attendre à avoir de plus fortes valeurs ici que dans l'analyse précédente. La FIGURE V.6a présente les résultats obtenus pour la séquence de chargement œdométrique. On peut noter l'absence de la courbe relative à l'échantillon SI puisque, pour cette configuration de chargement, la variation de déplacement $\Delta y(n)$ de cet échantillon est positive alors qu'on s'attend à ce qu'elle soit négative (nous reviendrons en détails sur ce point dans la suite). En ce qui concerne les autres échantillons (S9, S3 et S1), on remarque que plus le support est rigide et plus la valeur de l'indicateur est élevée, avec parfois des pics à près de 30% pour S9. Ceci s'explique par le fait que, pour cette séquence de chargement, les

variations d'interpénéttrations sont du même ordre pour ces trois échantillons mais celles du déplacement sont plus importantes pour les échantillons avec supports souples. Pour les séquences de chargement bi-axiales, la valeur de cet indicateur reste inférieure à 10% pour les échantillons reposant sur supports déformables (cf. FIGURE V.6b illustrant les résultats de la séquence bi-axiale 3) tandis qu'elle peut dépasser, sur un cycle de chargement, les 60% pour l'échantillon SI. Globalement, on peut donc conclure que les résultats de simulations effectuées sur les échantillons à support déformables (S9, S3 et S1) sont relativement pertinents, contrairement à ceux des simulations réalisées sur l'échantillon SI, qui peuvent être altérés par des interpénéttrations non négligeables.

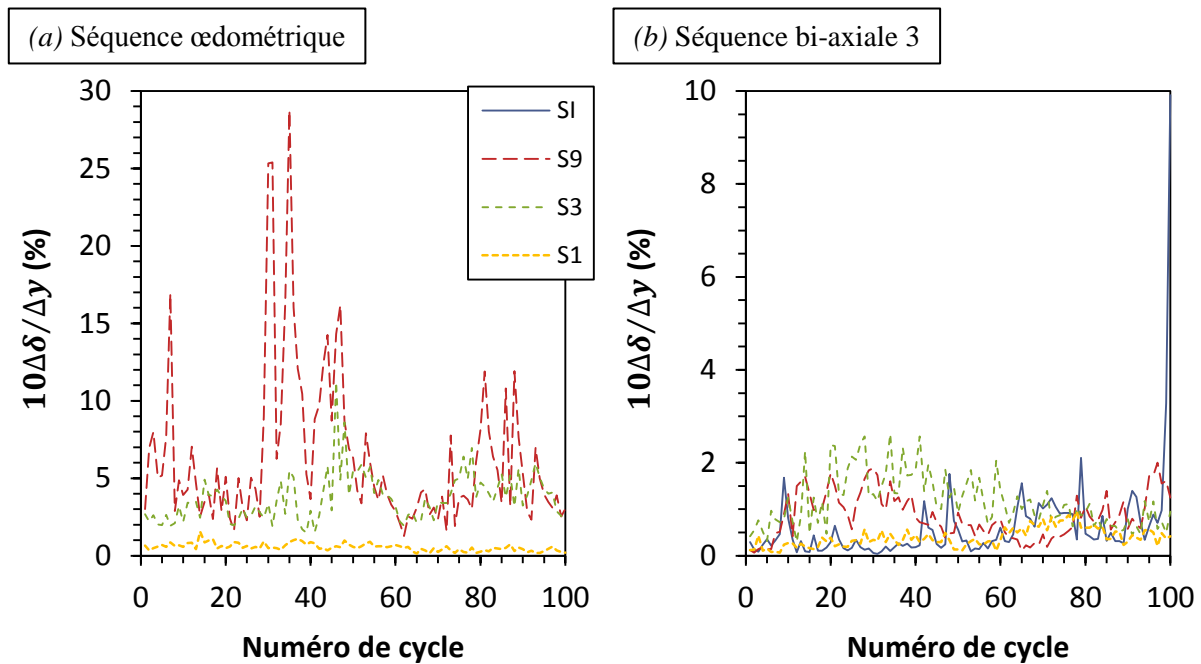


FIGURE V.6 – Evolution de la variation d'interpénétration moyenne par cycle de chargement sur la hauteur de l'échantillon (de hauteur équivalente à une dizaine de diamètres de particule), rapportée à la variation de déplacement vertical réversible de l'échantillon pour les séquences de chargement (a) œdométrique et (b) bi-axiale 3.

Convergence des calculs

Le second indicateur de qualité que nous avons étudié est le nombre d'itérations de Gauss-Seidel effectué par pas de temps ; la convergence du calcul étant atteinte si celui-ci est inférieur au nombre d'itérations maximal. Pour des raisons de clarté, on présente sur la FIGURE V.7 le nombre moyen d'itérations par cycle de chargement pour (a) la phase de conditionnement et (b) la séquence de chargement bi-axiale 2. Comme précédemment, pour la phase de conditionnement, les résultats sont moyennés sur 0.1 s. Sur la FIGURE V.7a, on constate qu'il faut en moyenne 1000 itérations avant de converger pour l'étape de compactage ($t < 2$ s) tandis que 50 itérations suffisent globalement pour l'étape de relaxation. Les instants de transition, *i.e.* pour t proche de 0 et 2 s, demandent davantage d'itérations pour converger.

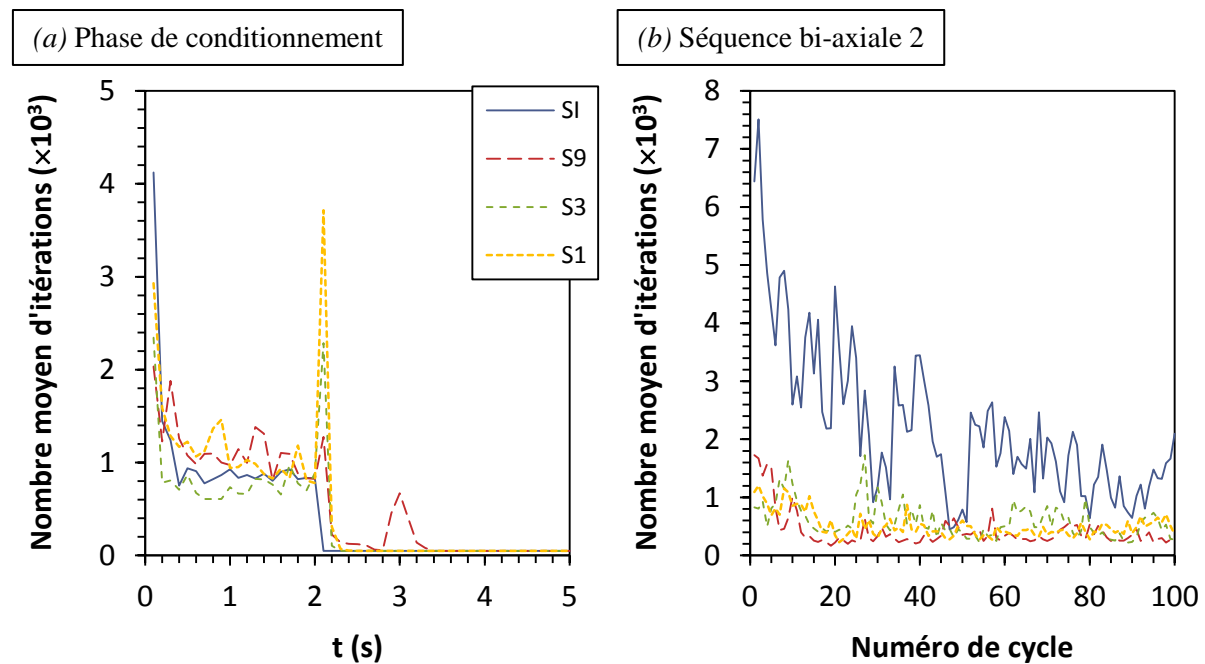


FIGURE V.7 – Evolution du nombre moyen d'itérations de Gauss-Seidel par cycle de chargement pour les séquences de chargement (a) œdométrique et (b) bi-axiale 2.

En ce qui concerne les phases de chargements cycliques dont les résultats sont illustrés par la FIGURE V.7b, on constate que les calculs effectués pour les échantillons S9, S3 et S1 ont en général besoin de moins d'itérations pour converger que les simulations réalisées pour l'échantillon SI. Pour ce dernier, il arrive même que le critère de convergence ne soit pas respecté pour un certain nombre de pas de temps au cours d'un cycle de chargement. Pour des échantillons avec un faible nombre de particules dans une direction, la hauteur en l'occurrence, Saussine (2004) avance que le système peut subir des forces très importantes, menant alors à un état où les réarrangements géométriques entre particules ne sont plus possibles sans accumulation d'interpénétration. Cette observation peut donc expliquer la difficulté du calcul à converger et les quantités d'interpénétration observées précédemment pour l'échantillon SI. Dans la suite, les résultats des simulations correspondant à cet échantillon sont considérés à titre indicatif.

Durées de calcul

Pour conclure sur la qualité des simulations numériques réalisées dans cette étude, on fournit dans le TABLEAU V.3 les temps de calculs associés à chacune des séquences de chargement effectuées en fonction des échantillons. On remarque qu'en moyenne, pour les calculs effectués à une fréquence de 2 Hz sur les échantillons à support élastique, les durées de chaque simulation s'étendent approximativement entre 2 et 3 semaines, conduisant au cumul à près de 3 mois de calcul pour les simulations combinant ED et EF (cf. échantillons S9, S3 et S1). Ces temps de simulations ont constitué une difficulté majeure dans l'étude de l'influence de la sous-couche sur les propriétés mécaniques du ballast, puisqu'il était à l'origine envisagé de poursuivre sur des systèmes en 3D ; chose qui ne fut pas possible par manque de temps.

TABLEAU V.3 – Temps de calcul des différentes étapes réalisées dans ces simulations (en jours).

Séquence ($f = 2 \text{ Hz}$)	SI	S9	S3	S1
Conditionnement	0.19	0.91	0.97	1.02
Œdométrique	0.77	12.55	12.14	13.51
Bi-axiale 1	1.81	15.92	13.73	16.74
Bi-axiale 2	7.11	11.94	21.01	18.35
Bi-axiale 3	4.11	16.53	15.50	17.81
Bi-axiale 4	8.39	19.28	19.53	19.58
Total	22.38	77.14	82.87	87.01

V.2.3 Analyse qualitative des résultats de calculs

Dans ce paragraphe, on propose d'analyser l'évolution de l'état mécanique de nos échantillons de disques au cours des différentes séquences de chargement cycliques. L'objectif de ces simulations étant *in fine* l'analyse de la réponse réversible globale des ensembles granulaires, on vérifie notamment que ces échantillons convergent assez rapidement vers une configuration stable dans laquelle les crises locales (brusques réarrangements, surcharges dynamiques, etc.) sont fortement limitées. Pour cela, nous nous sommes essentiellement appuyés sur des grandeurs macroscopiques. Néanmoins, afin de comprendre les mécanismes plus locaux, on présente d'abord une analyse rapide des distributions de forces de contacts évoluant au sein des échantillons granulaires considérés ici. Cette analyse n'a pour autant pas vocation à caractériser finement l'état mécanique de ces échantillons en termes de texture granulaire (connectivité des particules, nature et anisotropie des contacts, etc.) tel que Karrech (2007) ou encore Azéma (2007) ont pu le faire pour des systèmes 2D et 3D, composés de disques, de sphères ou de grains polyédriques.

Distribution des efforts

Sous l'action des efforts imposés par les parois, il se crée au sein des échantillons de particules des chaînes de forces qui reprennent les charges exercées par les parois. D'après Radjai et al. (1998), deux types de chaînes de forces peuvent alors être observés au sein d'un échantillon granulaire : le « réseau fort de contacts » et le « réseau faible de contacts ». Le premier (~40% des contacts) supporte la majorité des contraintes déviatoriques appliquées tandis que le second, dont la direction privilégiée des contacts est perpendiculaire à celle du premier, permet de confiner le réseau fort. Dans le cas d'échantillons granulaires de faible épaisseur, tel que considéré ici, certaines de ces chaînes de forces (un faible nombre en général) peuvent alors traverser verticalement toute la hauteur des échantillons et former des chaînes localisées de forces de très forte intensité (relativement aux réseaux fort et faible) concentrant l'essentiel des efforts : les Structures Rigides Localisées (SRL) (Saussine, 2004). Sous l'action des sollicitations appliquées, ces SRL se forment et se défont jusqu'à trouver une configuration stable. Dans nos simulations, la phase de conditionnement ainsi que les premiers cycles de chargement de chaque séquence doivent permettre d'aboutir à cette configuration relativement stable afin d'éviter toute crise locale.

Pour le vérifier, nous avons analysé l'évolution des réseaux de forces au sein de nos échantillons granulaires. On propose d'illustrer les observations réalisées pour l'ensemble des échantillons avec celui reposant sur le support le plus souple (S1) lors de la séquence de chargement bi-axiale 1 ($f = 2$

Hz). Sur les différentes figures présentées ci-après, les parois de l'enceinte sont rendues invisibles et les forces normales de contacts sont représentées par des rectangles, centrés sur les points de contact. Plus un rectangle est large et rouge et plus l'intensité de la force est grande. Au cours du premier cycle de chargement (cf. FIGURE V.8), on peut voir qu'en début de cycle sous un état de contrainte isotrope (graphe (a)), le réseau de forces est assez homogène. Aucune direction de contact n'est encore privilégiée. A mesure que le déviateur de contrainte augmente (graphe (b)), on observe la création de SRL verticales (identifiées en traits continus noirs) qui tentent de contenir les efforts exercés. Sur le graphe suivant, on constate que ces premières chaînes de forces (redessinées en pointillés) se sont brisées, autorisant alors de légères migrations de particules. A ce stade (fin de charge), de nouvelles chaînes se sont formées afin de trouver une configuration en équilibre. Lors de la décharge (graphe (d)), on peut voir que les SRL en fin de charge sont toujours présentes et qu'elles ont des intensités plus faibles.

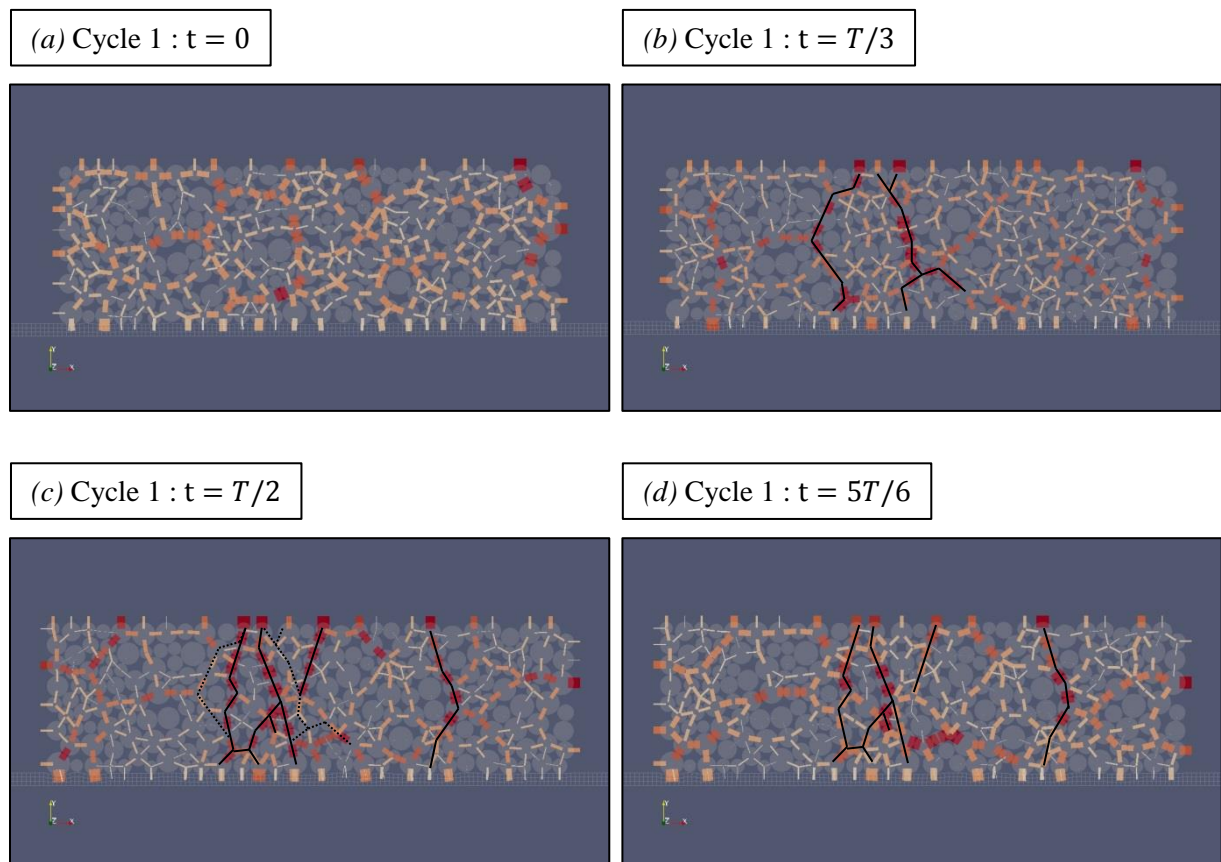


FIGURE V.8 – Evolution de la distribution du réseau de forces au sein de l'échantillon S1 lors du premier cycle de chargement de la séquence bi-axiale 1 ($f = 2$ Hz).

Au cours des cycles suivants, il est possible que de nouvelles chaînes apparaissent puis se cassent, s'accompagnant de réarrangements de particules, jusqu'à ce que des SRL stables se créent et assurent une configuration d'équilibre durable du système. Ceci est particulièrement observé pour les premiers cycles des séquences de chargement bi-axiales 3 et 4 pour lesquelles la pression de confinement est supérieure à la contrainte déviatorique minimum. Pour ces conditions aux limites, il n'est pas rare de devoir attendre le 40^{ième} ou le 50^{ième} cycle de chargement pour atteindre une configuration stable, et ce

quel que soit l'échantillon considéré. Dans le cas de l'échantillon S1 sous les conditions de chargement bi-axiales 1, on constate sur la FIGURE V.9 que le réseau de contacts établi au cours du premier cycle est toujours présent au 20^{ième} cycle de chargement, ce qui montre sa stabilité au cours de ces 20 premiers cycles.

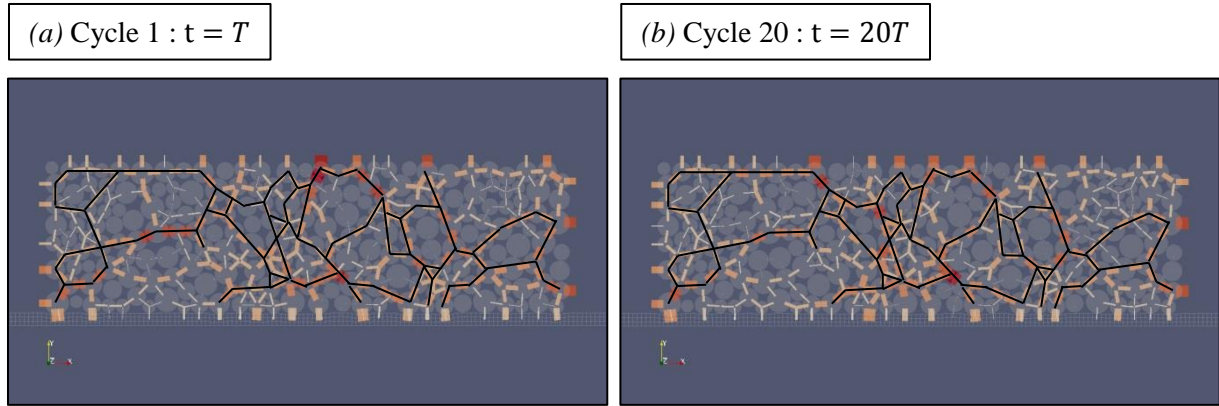


FIGURE V.9 – Stabilité du réseau de forces entre la fin du premier et du 20^{ième} cycle de chargement au sein de l'échantillon S1 lors de la séquence bi-axiale 1 ($f = 2$ Hz).

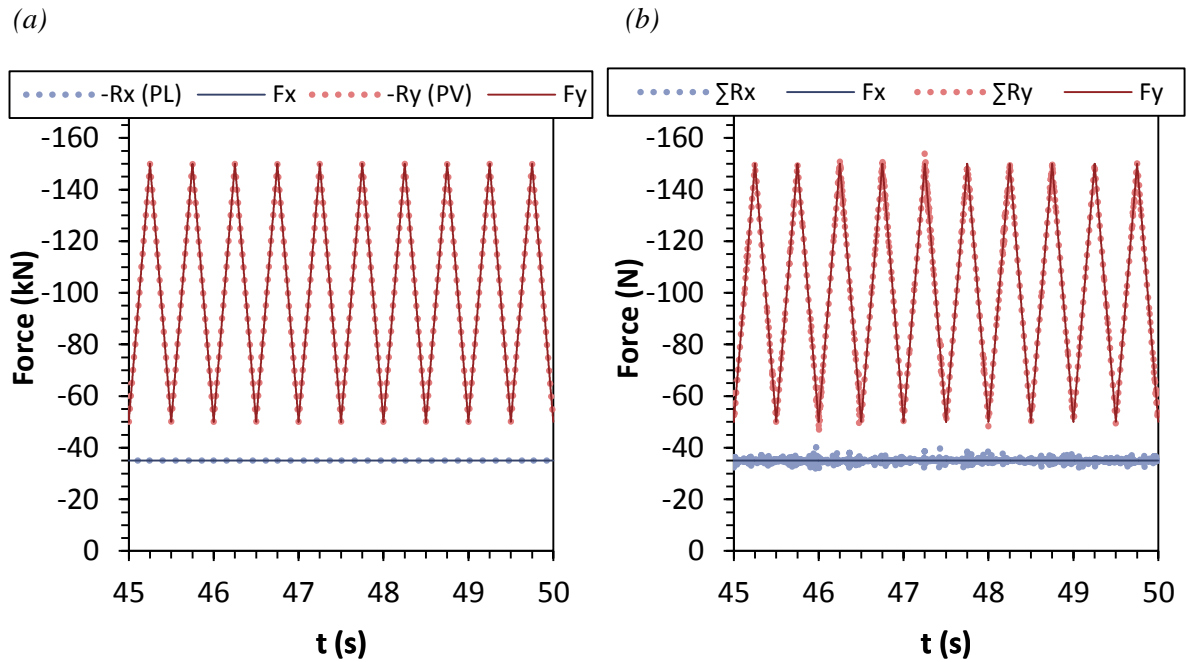


FIGURE V.10 – Equilibre mécanique de l'échantillon S9 au cours des 10 derniers cycles de la séquence de chargement bi-axiale 3 : (a) pour les parois latérale (PL) et verticale (PV) et (b) pour l'échantillon global.

Equilibre mécanique

Dans le but de vérifier si la transmission des efforts par le réseau de contacts est correcte, nous avons également analysé l'équilibre mécanique global des échantillons. Pour cela, nous avons d'une part comparé la résultante des réactions exercées par les particules sur les parois latérale et verticale, respectivement R_x (PL) et R_y (PV), avec les consignes en forces appliquées, respectivement F_x et F_y . D'autre part, nous avons également comparé ces consignes avec la somme des réactions exercées par les particules sur les différentes parois ainsi qu'à la surface du support élastique, soit suivant leur projection par rapport à x et y :

$$\begin{cases} \sum R_x = R_x^s + R_x^g \\ \sum R_y = R_y^s + M_p g \end{cases} \quad (V.4)$$

où R^s représente la résultante des actions exercées par les particules sur le support élastique (somme des forces extérieures appliquées aux nœuds en contact avec les disques), R_x^g la résultante des efforts sur la paroi gauche ($R_y^g = 0$ puisque coefficient de frottement particule/paroi nul), M_p la masse totale de l'échantillon granulaire (cf. TABLEAU V.1) et g l'accélération de la pesanteur.

Les résultats obtenus pour l'échantillon S9 lors des 10 derniers cycles de chargement de la séquence bi-axiale 3 sont présentés sur la FIGURE V.10. Sur le premier graphe, on constate que les réactions des disques rigides sur les parois latérale et verticale correspondent bien aux conditions aux limites appliquées. Sur le graphe (b), on peut voir que l'équilibre global est respecté malgré de légères fluctuations parfois des efforts.

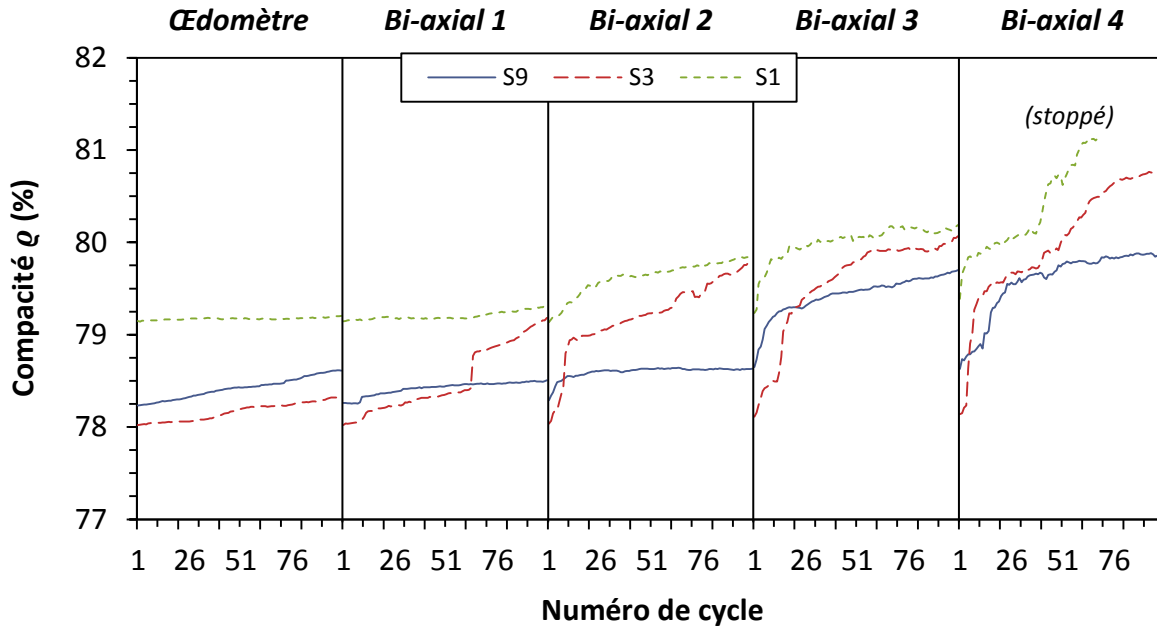


FIGURE V.11 – Evolution de la compacité des échantillons reposant sur support élastique en fonction du nombre de cycle et pour les différentes séquences de chargement appliquées.

Evolution de la compacité

Afin d'illustrer les phénomènes de crises locales pouvant intervenir au sein des échantillons et conduisant à des réarrangements du réseau de particules dans le but de supporter les efforts appliqués, on présente sur la FIGURE V.11 l'évolution de la compacité ρ des échantillons S9, S3 et S1 en fonction du nombre de cycles appliqués pour les différentes séquences de chargement. Comme attendu, ρ évolue très lentement au cours des compressions œdométriques. Dans ce cas, la phase de conditionnement a permis de trouver une configuration suffisamment stable permettant de contenir les efforts appliqués lors de cette séquence. A l'inverse, pour les compressions bi-axiales, on observe de manière générale que la compacité augmente assez brusquement au cours des premiers cycles de chargement. Les chaînes de forces établies en fin de conditionnement ne permettent pas de supporter les nouveaux efforts appliqués. Pour y arriver, de nouvelles chaînes se forment alors en s'accompagnant d'un réarrangement de particules qui densifie les échantillons. Au cours des cycles suivants, l'évolution de la compacité est plus stable, malgré certains sursauts parfois témoignant d'une crise locale.

Dans l'ensemble, on peut conclure qu'à la fin des séquences de chargement les échantillons sont dans un état quasi-stabilisé, assurant également le caractère stable des réponses réversibles analysées ci-après.

V.2.4 Identification d'un modèle de comportement homogénéisé

Sur la base des résultats de calculs précédents, nous pouvons chercher à identifier un modèle de comportement réversible des échantillons de disques sur support souple.

Calcul des contraintes et des déformations homogénéisées

On adopte ici un point de vue « continu » des ensembles granulaires étudiés. Pour cela, les amplitudes de déformations $\Delta\epsilon$ réversibles et de contraintes $\Delta\sigma$ du cycle de chargement n dont il est question par la suite sont respectivement basées sur les déplacements macroscopiques de l'échantillon granulaire seul, donnés par l'équation (V.2) :

$$\begin{cases} \Delta\bar{\sigma}(n) = \begin{bmatrix} \Delta\sigma_{xx}(n) & 0 \\ 0 & \Delta\sigma_{yy}(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta F_x(n)/H(n) & 0 \\ 0 & \Delta F_y(n)/L(n) \end{bmatrix} \\ \Delta\bar{\epsilon}(n) = \begin{bmatrix} \Delta\epsilon_{xx}(n) & 0 \\ 0 & \Delta\epsilon_{yy}(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta dx(n)/L(n) & 0 \\ 0 & \Delta dy(n)/H(n) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (V.5)$$

avec :

$$\begin{cases} \Delta F_x(n) = F_x(t_m) - F_x(t_f) \\ \Delta F_y(n) = F_y(t_m) - F_y(t_f) \end{cases} \quad (V.6)$$

où $t_m = (t_i + t_f)/2 = (n - 1/2)T$ est l'instant de fin de charge du cycle en cours n .

On choisit ici de travailler sur la configuration actualisée $H(n)$, $L(n)$ des échantillons, en début de cycle n :

$$\begin{cases} H(n) = H_0 + dy((n-1)T) \\ L(n) = L_0 + dx((n-1)T) \end{cases} \quad (\text{V.7})$$

où H_0 et L_0 sont les dimensions en fin de phase de conditionnement et T la période des cycles de chargement. Cette précaution permet de gommer les effets de réarrangements importants pouvant survenir, par exemple, lors de la charge et la décharge des premiers cycles de chargement comme nous avons pu l'observer avec l'évolution de la compacité. Afin d'illustrer ce propos en termes de déplacement vertical, on présente sur la FIGURE V.12a la relation $F_y = f(dy)$ pour la séquence de chargement bi-axiale 2 effectuée sur l'échantillon S9. Sur cette figure, les cycles de chargement 1, 25, 50, 75 et 100 ont été représentés en traits continus. On constate que les incréments de tassement $\Delta\tau_y$ (V.3) sont en effet importants sur les premiers cycles de chargement et qu'ils se stabilisent ensuite à partir du 25^{ième}.

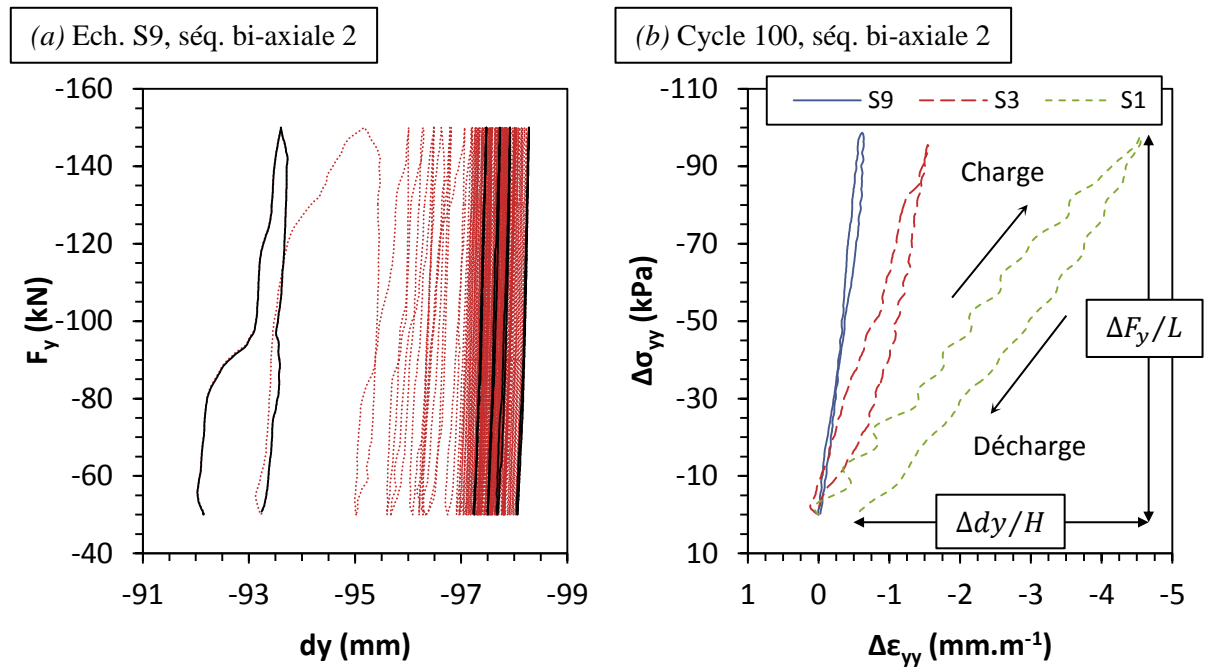


FIGURE V.12 – (a) Relation force-déplacement (suivant y) pour l'échantillon S9 lors de la séquence de chargement bi-axiale 2 (les cycles 1, 25, 50, 75 et 100 sont identifiés en traits continus). (b) Relation contrainte-déformation (suivant y) des échantillons pour le dernier cycle de chargement de la séquence bi-axiale 2.

C'est pourquoi nous proposons d'utiliser le dernier cycle de chargement de chaque modalité pour caractériser le comportement réversible stabilisé de l'échantillon. Ces cycles sont illustrés pour la séquence bi-axiale 2 sur la FIGURE V.12b pour les 3 supports déformables. On observe que ceux-là présentent une allure quasi-linéaire avec une légère hystérésis qui augmente lorsque le support s'assouplit.

Formulation d'une loi de comportement élastique linéaire anisotrope 2D en approche continue

Une solution possible, pour formuler une loi de comportement élastique linéaire de nos échantillons, est de repartir d'un modèle de comportement 3D et de l'adapter à notre problème 2D. Ceci pose néanmoins le problème du choix d'une hypothèse concernant l'état de contraintes ou de déformations dans la direction perpendiculaire au plan (\vec{x}, \vec{y}) . Afin de s'en affranchir, nous avons dans cette étude préféré repartir de la définition de l'énergie de déformation élastique w :

$$w = \frac{1}{2} \bar{\sigma} : \bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} \mathbf{C} \bar{\varepsilon} : \bar{\varepsilon} \quad (\text{V.8})$$

exprimée pour un tenseur de déformations linéarisées $\bar{\varepsilon}$ d'ordre 2 et tel que :

$$\bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} \end{bmatrix} \quad (\text{V.9})$$

Nota : on omet ici la notation Δ des contraintes et déformations introduite dans la section précédente. Comme évoqué précédemment (cf. FIGURE V.12b), on choisit ici une énergie de forme quadratique dans le but de d'aboutir à une loi linéaire, que l'on peut écrire d'une manière générale avec la convention d'Einstein sur les indices répétés :

$$w = \frac{1}{2} \varepsilon_{ij} C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad \forall ijkl \in \{x, y\} \quad (\text{V.10})$$

Les composantes de cisaillement n'étant pas prises en compte dans nos simulations, le tenseur de déformation $\bar{\varepsilon}$ est diagonal ($\varepsilon_{xy} = 0$). Dans ce cas, l'énergie de déformation élastique (V.10) peut se simplifier sous la forme :

$$w = \frac{1}{2} [\alpha \varepsilon_{xx}^2 + \beta \varepsilon_{yy}^2 + 2\zeta \varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy}] \quad (\text{V.11})$$

avec $\alpha = C_{xxxx}$, $\beta = C_{yyyy}$ et $\zeta = C_{xxyy}/2$. On souligne ici le fait que dans le cas isotrope, les coefficients α et β seraient identiques. Cependant, du fait de la présence du support élastique, on peut s'attendre à avoir une certaine anisotropie du comportement mécanique de nos échantillons (anisotropie qui existe également dans le matériau lui-même du fait du chargement anisotrope). On vérifiera *a posteriori* cette anisotropie en comparant les valeurs calculées de ces deux coefficients. L'expression des contraintes s'obtient alors par dérivation de l'énergie de déformation par rapport à chacune des composantes du tenseur des déformations $\bar{\varepsilon}$, ce qui donne ici :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \alpha \varepsilon_{xx} + \zeta \varepsilon_{yy} \\ \sigma_{yy} &= \beta \varepsilon_{yy} + \zeta \varepsilon_{xx} \end{aligned} \quad (\text{V.12})$$

Afin de donner un sens physique aux coefficients mécaniques α , β et ζ , on peut effectuer la comparaison des équations (V.12) avec celles d'un modèle de comportement élastique linéaire anisotrope 2D (en contraintes planes). Pour cela, formulons d'abord une telle loi en souplesse afin de faire apparaître les constantes d'élasticité E_x , E_y , ν_{xy} et ν_{yx} :

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_{xx}}{E_x} - \frac{\nu_{yx}\sigma_{yy}}{E_y} &= \varepsilon_{xx} \\ \frac{\sigma_{yy}}{E_y} - \frac{\nu_{xy}\sigma_{xx}}{E_x} &= \varepsilon_{yy}\end{aligned}\quad (\text{V.13})$$

où $E_x, E_y > 0$ et $\nu_{xy} \neq 1/\nu_{yx}$. La résolution de ce système donne :

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{E_x}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \varepsilon_{xx} + \frac{\nu_{yx}E_x}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \varepsilon_{yy} \\ \sigma_{yy} &= \frac{E_y}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \varepsilon_{yy} + \frac{\nu_{xy}E_y}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \varepsilon_{xx}\end{aligned}\quad (\text{V.14})$$

Par analogie avec le système (V.12), on obtient donc :

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{E_x}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \\ \beta &= \frac{E_y}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \\ \zeta &= \frac{\nu_{xy}E_y}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} = \frac{\nu_{yx}E_x}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}}\end{aligned}\quad (\text{V.15})$$

On peut donc remarquer que les modules α et β sont respectivement représentatifs des rigidités latérale (suivant x) et verticale (suivant y) des échantillons, tandis que le module ζ traduit quant à lui l'effet de Poisson macroscopique des échantillons. Plus précisément, en considérant des états de contraintes uniquement vertical ($\sigma_{xx} = 0$) ou latéral ($\sigma_{yy} = 0$), on constate que cet effet de Poisson est respectivement régi par les rapports ζ/α et ζ/β (cf. équations (V.14)).

La condition de convexité de l'énergie de déformation élastique \mathcal{w} , assurant son admissibilité thermodynamique, impose certaines exigences sur les coefficients α , β et ζ , que l'on vérifiera également *a posteriori*. On propose de les expliciter ci-après, avant de revenir sur le calcul de ces coefficients par la suite. Pour cela, considérons la matrice Hessienne de \mathcal{w} (deux fois dérivable puisque quadratique) définie telle que :

$$H(\mathcal{w}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \mathcal{w}}{\partial \varepsilon_{xx}^2} & \frac{\partial^2 \mathcal{w}}{\partial \varepsilon_{xx} \partial \varepsilon_{yy}} \\ \frac{\partial^2 \mathcal{w}}{\partial \varepsilon_{yy} \partial \varepsilon_{xx}} & \frac{\partial^2 \mathcal{w}}{\partial \varepsilon_{yy}^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \zeta \\ \zeta & \beta \end{bmatrix}\quad (\text{V.16})$$

La convexité de \mathcal{w} entraîne que H doit être définie positive, *i.e.* que :

- les termes de la diagonale de H doivent être positifs ou nuls, soit :

$$\begin{cases} \alpha \geq 0 \\ \beta \geq 0 \end{cases}\quad (\text{V.17})$$

- le déterminant de H doit être positif ou nul, soit :

$$\alpha\beta \geq \zeta^2 \quad (\text{V.18})$$

Détermination des coefficients mécaniques α , β et ζ

Avec la relation (V.12), définie pour un cycle de chargement, on constate que le système est sous-déterminé. Afin d'avoir suffisamment d'équations pour résoudre le problème, on propose de combiner les deux équations issues du chargement œdométrique ($\tilde{\varepsilon}_{xx} = 0$), noté « O » et dont les composantes sont identifiées par le symbole \sim :

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{xx} &= \zeta \tilde{\varepsilon}_{yy} \\ \tilde{\sigma}_{yy} &= \beta \tilde{\varepsilon}_{yy} \end{aligned} \quad (\text{V.19})$$

avec les deux équations du chargement bi-axial j , noté « Bj » et symbolisé par $\bar{}$, avec $j \in \{1,2,3,4\}$ le numéro de la séquence bi-axiale considérée :

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{xx} &= \alpha \bar{\varepsilon}_{xx} + \zeta \bar{\varepsilon}_{yy} \\ \bar{\sigma}_{yy} &= \beta \bar{\varepsilon}_{yy} + \zeta \bar{\varepsilon}_{xx} \end{aligned} \quad (\text{V.20})$$

Pour le cas œdométrique, la considération seule du dernier cycle de chargement est justifiée par le fait que cette séquence de chargement est relativement stable par rapport aux bi-axiales. Pour chacun des échantillons granulaires, on aboutit donc à quatre systèmes surdéterminés de quatre équations à trois inconnues pour chaque cycle de chargement n des séquences bi-axiales. Dans la suite, ces systèmes d'équations sont notés « O-Bj ». Pour chacun d'entre eux, on réécrit la combinaison des équations (V.19) et (V.20) sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \tilde{\varepsilon}_{yy} \\ 0 & \tilde{\varepsilon}_{yy} & 0 \\ \bar{\varepsilon}_{xx} & 0 & \bar{\varepsilon}_{yy} \\ 0 & \bar{\varepsilon}_{yy} & \bar{\varepsilon}_{xx} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \zeta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tilde{\sigma}_{xx} \\ \tilde{\sigma}_{yy} \\ \bar{\sigma}_{xx} \\ \bar{\sigma}_{yy} \end{Bmatrix} \quad (\text{V.21})$$

pour laquelle on note :

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \tilde{\varepsilon}_{yy} \\ 0 & \tilde{\varepsilon}_{yy} & 0 \\ \bar{\varepsilon}_{xx} & 0 & \bar{\varepsilon}_{yy} \\ 0 & \bar{\varepsilon}_{yy} & \bar{\varepsilon}_{xx} \end{bmatrix}, \quad X = \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \zeta \end{Bmatrix}, \quad B = \begin{Bmatrix} \tilde{\sigma}_{xx} \\ \tilde{\sigma}_{yy} \\ \bar{\sigma}_{xx} \\ \bar{\sigma}_{yy} \end{Bmatrix} \quad (\text{V.22})$$

La résolution du système surdéterminé (V.21) est effectuée au sens des moindres carrés, en cherchant le vecteur X tel que, $\forall Y \in \mathbb{R}^3$, on ait :

$$\|\bar{A}X - B\| \leq \|\bar{A}Y - B\| \quad (\text{V.23})$$

X est alors solution du système :

$$\bar{\bar{A}}^T \bar{\bar{A}} X = \bar{\bar{A}}^T B \rightarrow X = [\bar{\bar{A}}^T \bar{\bar{A}}]^{-1} [\bar{\bar{A}}^T B] \quad (\text{V.24})$$

La résolution de l'équation (V.24) donne de manière explicite en fonction des déformations et des contraintes des équations (V.19) et (V.20) l'expression suivante des coefficients α , β et ζ pour un cycle de chargement :

$$X = \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \zeta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{\bar{\epsilon}_{xx}} \left(\bar{\sigma}_{xx} - \frac{\Omega_3 + \Omega_2}{\Omega_1} \bar{\epsilon}_{yy} \right) \\ \frac{\bar{\sigma}_{yy} (\bar{\epsilon}_{yy}^2 + \bar{\epsilon}_{xx}^2) + \bar{\epsilon}_{yy} (\bar{\epsilon}_{yy} \bar{\sigma}_{yy} - \bar{\epsilon}_{xx} \bar{\sigma}_{xx})}{\Omega_1} \\ \frac{\Omega_3 + \Omega_2}{\Omega_1} \end{Bmatrix} \quad (\text{V.25})$$

où :

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= \bar{\epsilon}_{yy} (\bar{\epsilon}_{xx}^2 + \bar{\epsilon}_{yy}^2 + \bar{\epsilon}_{yy}^2) \\ \Omega_2 &= \bar{\epsilon}_{xx} (\bar{\epsilon}_{yy} \bar{\sigma}_{yy} - \bar{\epsilon}_{yy} \bar{\sigma}_{yy}) \\ \Omega_3 &= \bar{\sigma}_{xx} (\bar{\epsilon}_{yy}^2 + \bar{\epsilon}_{yy}^2) \end{aligned} \quad (\text{V.26})$$

Pour chaque système « O-Bj », les résultats ainsi obtenus ont permis de tracer l'évolution de la valeur de ces coefficients en fonction des cycles des séquences de chargement bi-axiales. L'analyse de ces résultats est présentée dans la suite. De plus, puisque la résolution par les moindres carrés ne donne pas de solution exacte, on calcule également, pour le cycle en cours n , l'erreur relative commise sur chaque composante B_k (avec $k \in \{1,2,3,4\}$) du vecteur B telle que, selon la convention d'Einstein sur l'indice répété $l \in \{1,2,3\}$:

$$\epsilon_k(n) = \frac{|A_{kl} X_l - B_k|}{|B_k|} \quad (\text{V.27})$$

et l'erreur globale, au sens des moindres carrés, telle que :

$$\epsilon(n) = \frac{\|\bar{\bar{A}} X - B\|}{\|B\|} \quad (\text{V.28})$$

V.2.5 Identification et analyse de la loi de comportement homogénéisée des échantillons numériques

La FIGURE V.13 présente, pour l'échantillon S3, l'évolution des coefficients mécaniques α , β et ζ calculés en fonction des cycles de chargement pour le système d'équations O-B2. Cette figure permet d'illustrer un certain nombre de remarques générales pouvant être faites pour l'ensemble des résultats obtenus.

On constate d'abord que les ordres de grandeurs des coefficients mécaniques calculés sont en accord avec ceux que l'on peut trouver dans la littérature, témoignant globalement de la qualité des simulations effectuées. Concernant l'évolution de ces coefficients, on peut voir que les modules β et ζ

sont relativement constants avec l'évolution des cycles de chargement. C'est pourquoi dans la suite, on propose d'analyser, pour des raisons de clarté, la valeur moyenne et l'écart type des coefficients calculés au cours des 50 derniers cycles pour chaque système d'équations O-Bj. On remarque en revanche que l'évolution de α présente de nombreuses fluctuations, même au-delà des premiers cycles de chargement. Ceci peut être expliqué par le fait que les modalités de chargement considérées dans ces simulations, davantage orientées pour la détermination du module de rigidité vertical β , n'ont pas permis d'estimer avec précision ce module d'élasticité latéral. Pour ce coefficient, l'écart type que l'on calcule est parfois très grand si bien que, dans l'analyse présentée ci-après, on concentre principalement nos observations sur le coefficient β qui nous intéresse particulièrement dans cette étude.

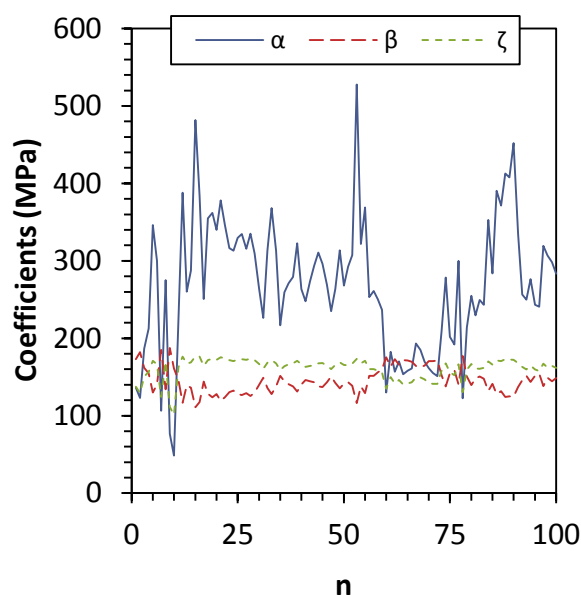


FIGURE V.13 – Evolution des coefficients mécaniques de l'échantillon S3 pour le couple de sollicitations O-B2 (œdométrique/bi-axiale 2).

De plus avant de discuter des résultats obtenus, nous menons ici une rapide analyse concernant l'erreur relative commise sur la solution des systèmes d'équations considérés et permettant d'estimer la pertinence des valeurs de modules calculées. Pour cela, on a calculé la moyenne et l'écart type de ϵ_k (V.27) et ϵ (V.28) sur les 50 derniers cycles de chargement des séquences bi-axiales.

L'analyse de la première quantité montre que les erreurs commises portent essentiellement sur les contraintes $\tilde{\sigma}_{xx}$, $\tilde{\sigma}_{yy}$ (O), et $\bar{\sigma}_{yy}$ (B), comme l'illustre la FIGURE V.14a pour le système d'équations O-B1. L'erreur commise sur $\tilde{\sigma}_{xx}$ est en effet très proche de 0 (si proche qu'on ne peut la visualiser sur cette figure). Pour ce système O-B1, on constate également que les erreurs et les écarts types obtenus diminuent avec la valeur du module d'Young du support élastique sur lequel les échantillons granulaires reposent. L'observation de la FIGURE V.14b, présentant l'erreur moyenne globale, au sens des moindres carrés, calculée pour chaque échantillon et pour chaque système d'équations, confirme cette remarque. D'une manière générale, on observe en effet que l'erreur moyenne globale commise pour les calculs liés à l'échantillon S9 atteint des valeurs supérieures (jusqu'à 10%) à celles des échantillons S3 et S1 (< 5%). Ces niveaux d'erreur montrent que la loi de comportement choisie est

relativement bien adaptée pour simuler le comportement de nos échantillons de disques indéformables, et ce d'avantage pour les échantillons reposant sur les supports les plus souples. L'analyse des valeurs des coefficients de notre modèle présentée dans la suite est ainsi justifiée.

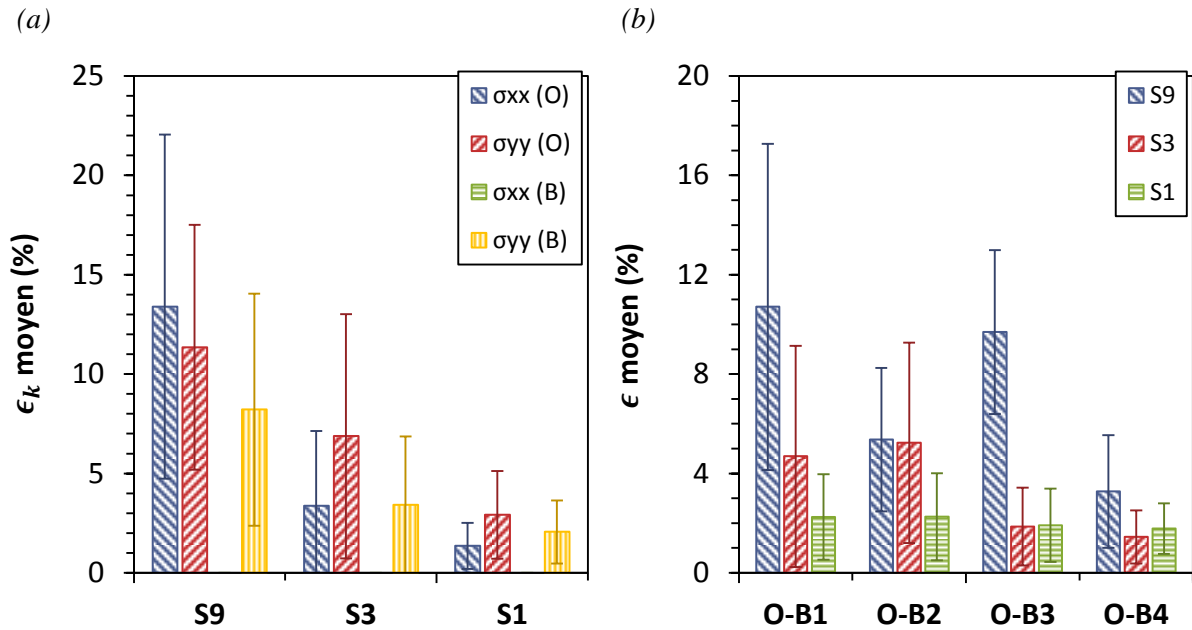


FIGURE V.14 – Moyenne et écart type des erreurs relatives calculées (a) pour chaque composante du vecteur B du système d'équation O-B1 ($\epsilon_{\sigma_{xx}(B)} \ll 1\%$) et (b) au sens des moindres carrés pour l'ensemble des systèmes.

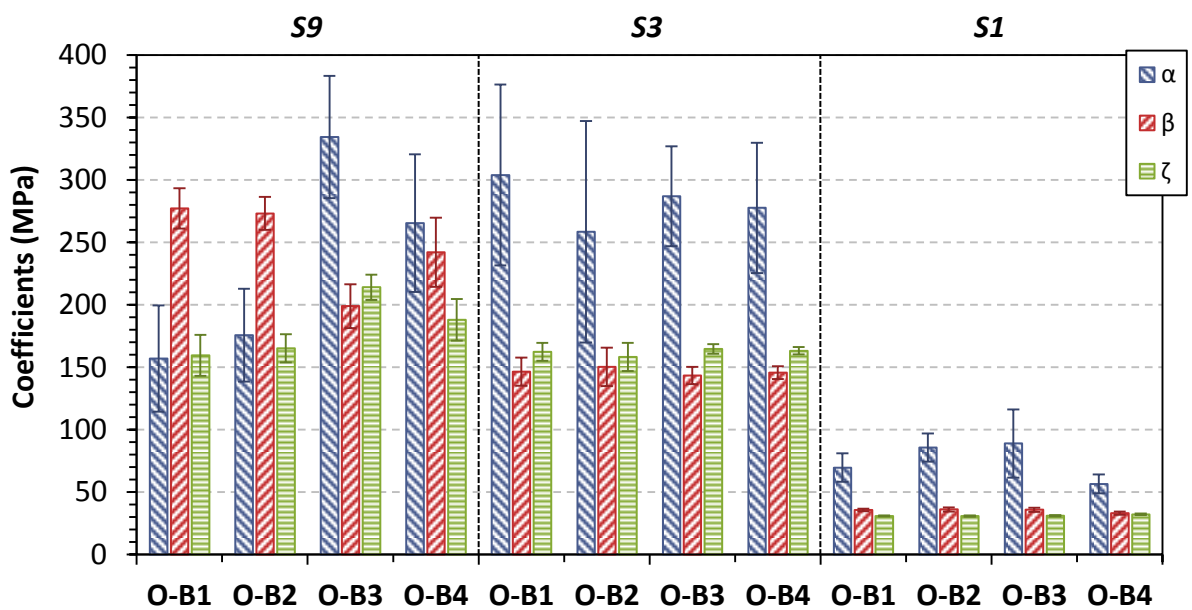


FIGURE V.15 – Moyenne et écart type des modules mécaniques obtenus en fonction des couples de séquences de chargement pour chaque échantillon.

La FIGURE V.15 présente les jeux de paramètres α , β et ζ obtenus en fonction des couples O-Bj considérés (cf. TABLEAU V.2) et pour les trois supports déformables.

On observe que pour les échantillons S1 et S3 les valeurs des paramètres sont assez peu sensibles aux modes de chargement, ce qui montre que le comportement des échantillons de grains dans ces conditions d'essai peut être raisonnablement approximée par une loi linéaire, élastique, anisotrope. La rigidité suivant la direction verticale β est environ deux fois plus faible que dans la direction horizontale. Pour le support S9, l'analyse est moins évidente. Les valeurs et le classement des coefficients dépendent de l'état de contrainte. Ce résultat pourrait justifier l'emploi d'une loi élastique anisotrope, non linéaire.

Avec ces premiers résultats, on peut voir que l'utilisation d'une loi continue pour la modélisation du comportement macroscopique d'un ensemble granulaire n'est pas aberrante. L'approche « mécanique des milieux continus » utilisée dans l'outil ViscoRail pour la modélisation du ballast ferroviaire est ainsi justifiée sur la base de ce travail, mais pourrait être adaptée pour prendre en compte une anisotropie de comportement et éventuellement une non-linéarité.

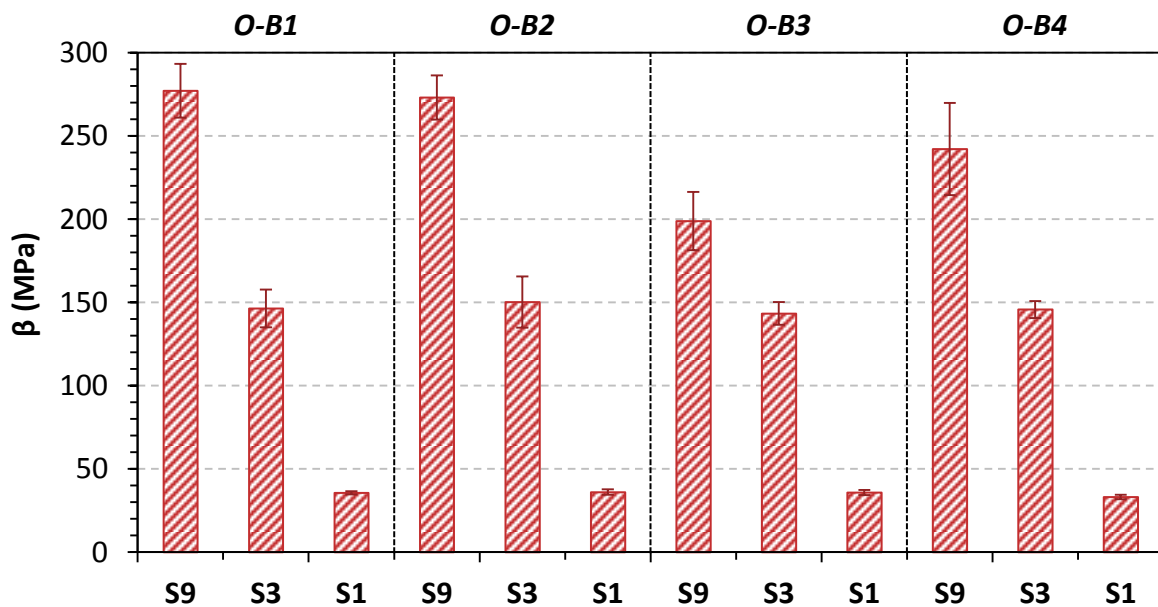


FIGURE V.16 – Moyenne et écart type du coefficient β obtenu en fonction des échantillons pour chaque système d'équations.

TABLEAU V.4 – Modules de sols équivalents aux supports élastiques considérés dans les simulations 2D par ED.

E support EF (MPa)	9	3	1
E_{eq} sol équivalent (MPa)	270	90	30
β ensembles granulaire (MPa)	250	150	35

Mais on peut surtout constater avec cette première analyse que la valeur des coefficients mécaniques calculés diffère d'un support à l'autre. Ceci est particulièrement observable sur le coefficient de rigidité verticale β (cf. FIGURE V.16). En moyenne, ce coefficient vaut 250 MPa pour S9, 150 MPa pour S3 et 35 MPa pour S1. Le TABLEAU V.4 retranscrit cette dépendance en fonction du module de sous-couche. Il justifie *a posteriori* les valeurs de module utilisées dans les calculs ViscoRail des chapitres précédents.

En conclusion, il ressort de cette étude que le comportement sous charges répétées d'un échantillon granulaire (en couche mince) sur sol souple, possède une composante réversible, qui peut être homogénéisée, mais qui n'est pas intrinsèque au milieu granulaire. La loi de comportement est fortement dépendante de la rigidité du support et doit être adaptée en fonction de celle-ci. Il est à noter que cette règle est utilisée en Mécanique des Chaussées pour déterminer la rigidité des couches de graves non traitées, celles-ci se voyant affectées d'un module proportionnel à celui de la couche support. C'est cette règle qui évite également l'apparition de contrainte de traction horizontale dans ces couches granulaires.

V.2.6 Conclusion

Les différentes simulations réalisées en 2D sur des échantillons de disques indéformables reposant sur support élastique ont permis de mettre en évidence que le comportement réversible macroscopique de tels échantillons peut tout à fait être modélisé par une loi élastique de type « continue ». Dans les cas étudiés, on peut voir que cette loi est anisotrope et que les coefficients mécaniques calculés sont dépendants de la rigidité du support. En outre, si ces coefficients ne semblent pas influencés par les états de contraintes (conditions aux limites, fréquence de sollicitation), le coefficient de frottement joue lui un rôle particulier, comme on peut le constater avec le TABLEAU V.5 qui recense les valeurs du coefficient β .

TABLEAU V.5 – Récapitulatif des valeurs obtenues pour le coefficient de rigidité verticale β pour les différents échantillons et états de contraintes considérés.

Paramètres			O-B1				O-B2			
N_c	μ	f (Hz)	SI	S9	S3	S1	SI	S9	S3	S1
100	0.8	10	#	276	122	40	#	284	101	38
		2	#	277	146	36	#	273	150	36
	0.5	10	1072	113	58	25	1073	123	49	23
20	0.3	0.2	736	108	51	30	-	-	-	-
Paramètres			O-B3				O-B4			
N_c	μ	f (Hz)	SI	S9	S3	S1	SI	S9	S3	S1
100	0.8	10	#	218	117	38	#	240	112	38
		2	#	199	143	36	#	242	146	33
	0.5	10	968	106	43	25	-	-	-	-
20	0.3	0.2	-	-	-	-	-	-	-	-

: valeur erronée ; - : valeur non disponible

V.3 Essais triaxiaux sur éprouvettes de ballast reposant sur un élastomère

Dans la continuité des simulations 2D effectuées avec LMGC90, nous avons réalisé une campagne d'essais triaxiaux sur des éprouvettes de micro ballast reposant sur des couches d'élastomère. L'objectif de ces essais a été identique à celui de l'étude numérique précédente, à savoir analyser l'influence de la rigidité du support sur les propriétés mécaniques réversibles d'un ensemble granulaire. On précise d'ores et déjà que nous avons rencontré de nombreuses difficultés lors de cette campagne ; difficultés qui ne nous ont pas permis d'analyser en détails l'ensemble des résultats des essais réalisés. Néanmoins, il nous semble tout de même intéressant de présenter la démarche employée pour ces essais et les quelques résultats obtenus puisqu'à notre connaissance, de telles expérimentations n'ont jamais été conduites auparavant. Dans la suite de cette section, on présente donc d'abord les différentes étapes du protocole expérimental utilisé avant de revenir sur les difficultés rencontrées et l'analyse des quelques essais exploitables.

V.3.1 Dispositif expérimental

Les différents essais ont été réalisés à l'Ecole Centrale de Nantes sur la cellule triaxiale de taille intermédiaire présentée sur la FIGURE V.17a, pouvant accueillir des échantillons d'un diamètre de 25 cm et d'une hauteur de 37.5 cm.

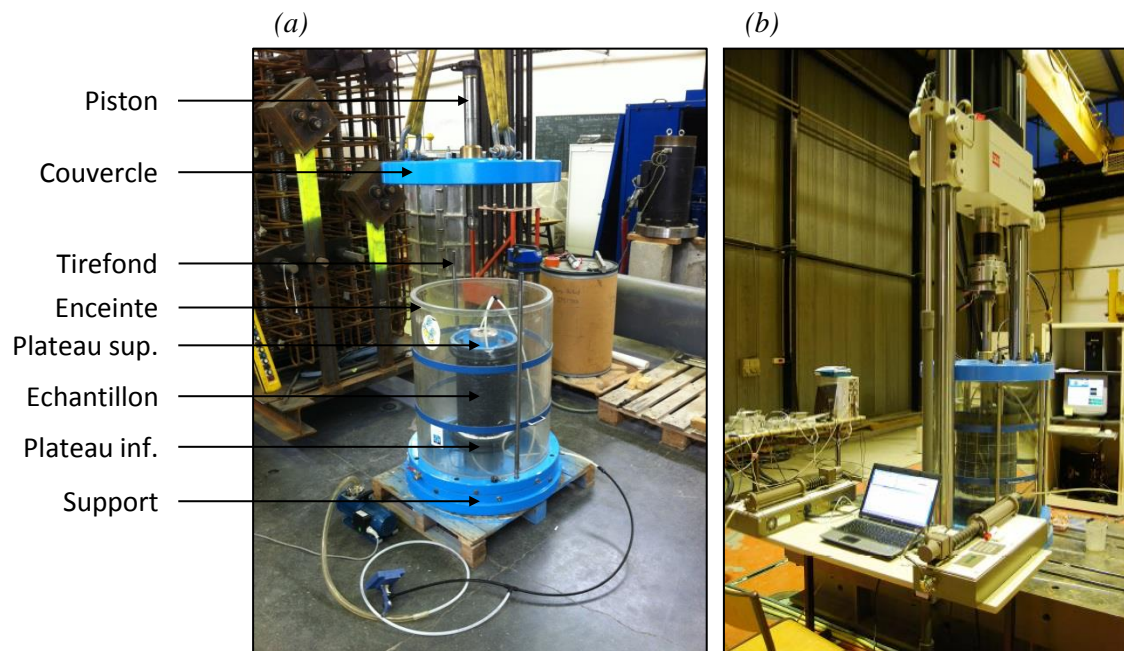


FIGURE V.17 – Photographies (a) de la cellule triaxiale de taille intermédiaire de l'ECN et (b) de la presse MTS (Ovalle, 2013) destinée à l'accueillir.

La presse utilisée peut appliquer une charge verticale maximale de 500 *kN* par l'intermédiaire d'un vérin hydraulique piloté en force ou en déplacement (cf. FIGURE V.17*b*). La cellule triaxiale se compose d'un support massif sur lequel vient se positionner l'enceinte de pression (dans laquelle est placé l'échantillon à tester) puis le couvercle. Des joints toriques placés entre ces éléments et comprimés grâce à des tirants, assurent l'étanchéité de l'ensemble. Le confinement de l'échantillon, assuré par la mise sous pression d'eau dans l'enceinte, s'applique de manière isotrope. L'échantillon est positionné sur un plateau circulaire rigide en acier de 10 *cm* d'épaisseur (plateau inférieur) vissé au support de la cellule triaxiale. Le piston de chargement, couissant au travers du couvercle, appuie sur le plateau supérieur de manière rotulée (pas de traction possible). Avant chaque essai, le piston est nettoyé et lubrifié à l'aide d'une graisse graphitée afin de réduire les frottements pouvant intervenir au niveau du couvercle.

Concernant le dispositif de mesures, les différents paramètres accessibles au cours d'un essai sont les suivants :

- le déplacement vertical de la tête du vérin hydraulique (dH),
- la force verticale exercée par le vérin (F),
- la contrainte de confinement dans l'enceinte de la cellule triaxiale (σ_c) et
- la variation de volume dans cette enceinte (dV).

Les deux premières quantités sont directement mesurées par le système d'acquisition de la presse MTS (fréquence d'acquisition de 8 *Hz*) tandis que les deux suivantes sont relevées par deux contrôleurs Pression/Volume GDS (visibles au premier plan sur la FIGURE V.17*b*, fréquence de 0.033 *Hz*).

V.3.2 Confection des éprouvettes et conditionnement

Pour ces expérimentations, nous avons utilisé des granulats issus du concassage de diorite provenant de la carrière de la Noubleau, située dans les Deux-Sèvres. La masse volumique de cette roche est de 2919 *kg.m*⁻³ et la fraction granulométrique que nous considérons ici est 10/20 *mm* (car disponible en quantité importante au LAMES). Il est à noter que les calibrages allant de 25 à 50 *mm* issus de cette carrière ont été utilisés pour la construction de la LGV Nord (Guérin, 1996). Dans la suite, afin de marquer cette différence de fraction granulométrique, on désigne (par abus de langage) la granulométrie utilisée dans cette étude par le terme « micro ballast ». La courbe granulométrique de ce micro ballast est donnée sur la FIGURE V.18*a*. La FIGURE V.18*b* présente une photographie de quelques grains utilisés, de géométrie anguleuse, ainsi que d'un échantillon de matelas en élastomère d'une épaisseur de 0.025 *mm* (Sylomer® SR 110 – 25, constitué de polyuréthane à structure cellulaire mixte). Ce matelas, découpé en forme de galette, est utilisé comme support des échantillons cylindriques de micro ballast pour former des éprouvettes reposant sur support déformable. Différentes rigidités de support peuvent alors être obtenues en combinant les couches d'élastomère. Dans notre étude, on considère trois types d'éprouvettes de micro ballast :

- « SI » reposant sur support rigide (pas d'élastomère, support conféré par le plateau inférieur de la cellule triaxiale, supposé indéformable et protégé par une fine feuille de géotextile),
- « S1 » reposant sur une seule couche d'élastomère et
- « S2 » reposant sur deux couches d'élastomère.

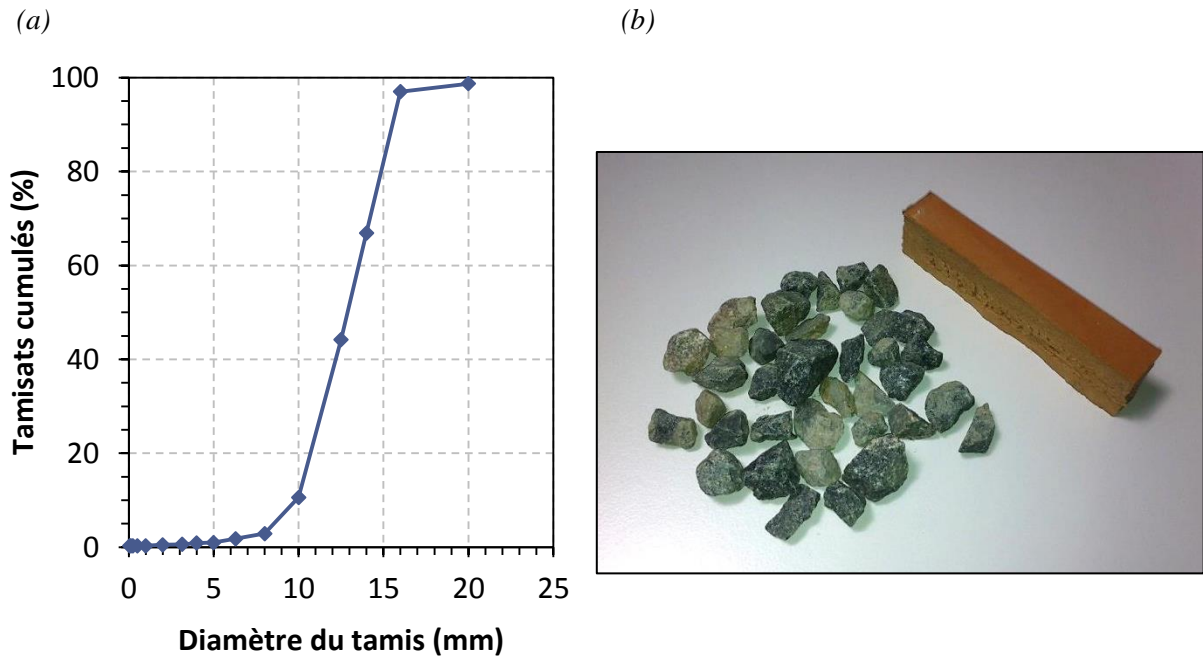


FIGURE V.18 – (a) Courbe granulométrique des grains de micro ballast utilisé. (b) Photographie d'échantillons de grains micro ballast et d'élastomère utilisés.

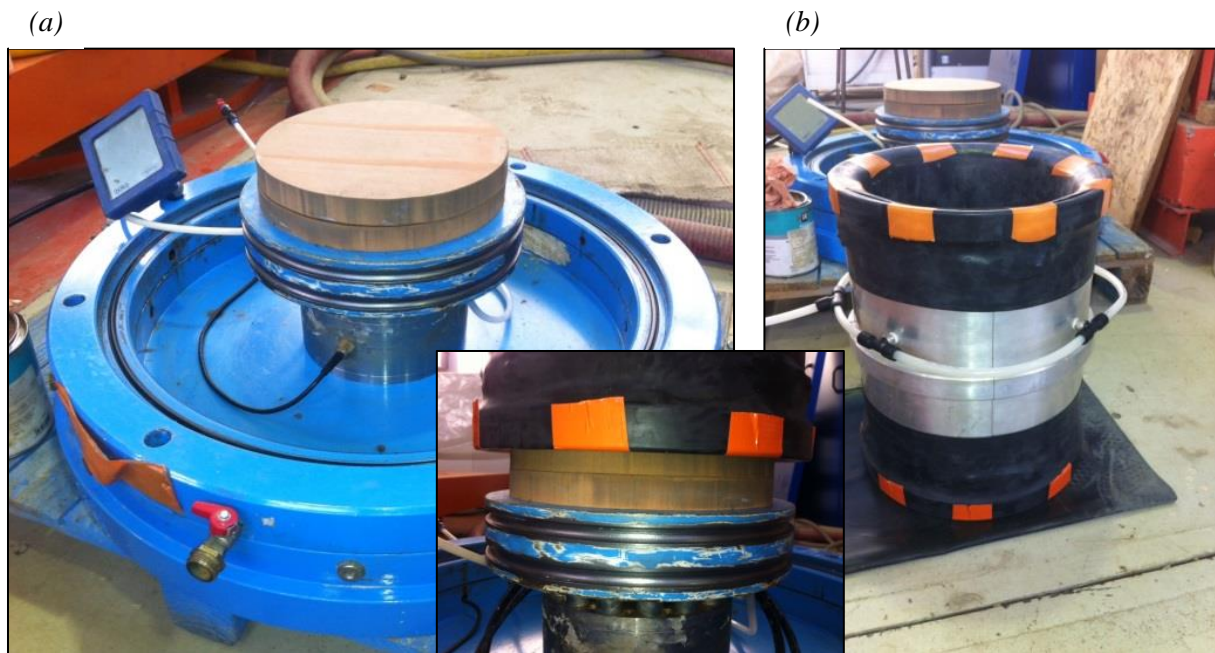


FIGURE V.19 – Photographies (a) de la mise en place des galettes d'élastomère sur le socle rigide de la cellule triaxiale de l'ECN et (b) du moule cylindrique permettant la fabrication des éprouvettes de micro ballast reposant sur support déformable.

La confection de telles éprouvettes s'inspire de la méthode adoptée par Ovalle (2013) pour des échantillons reposant sur support rigide. La première étape consiste à disposer sur le plateau inférieur

de la cellule triaxiale (cf. FIGURE V.19a) l'épaisseur désirée d'élastomère selon le type d'échantillon à fabriquer (SI, S1 ou S2). Ces galettes de Sylomer® sont fixées à ce plateau (et entre elles pour le cas S2) à l'aide de ruban adhésif. Cette précaution permet de limiter les glissements horizontaux de l'élastomère lors de l'essai triaxial. Ces mouvements peuvent en effet venir perturber l'axialité de l'éprouvette vis-à-vis du chargement vertical. Ensuite, comme montré sur la FIGURE V.19b, un moule cylindrique en aluminium, de diamètre 25 cm et de hauteur 37.5 cm (élancement 1.5), est placé sur le plateau inférieur de la cellule de telle manière à ce que les couches d'élastomère soient totalement imbriquées à l'intérieur de ce moule (base du moule en contact avec le plateau). Au préalable, deux membranes en néoprène de 1 mm d'épaisseur (chacune) sont placées à l'intérieur du moule. La membrane extérieure (en contact avec le moule) permet d'assurer l'étanchéité de l'éprouvette tandis que la membrane intérieure (en contact avec le micro ballast) assure la protection de la première contre son éventuelle perforation due à l'angularité des grains et à la pression de confinement. Le micro ballast est alors déposé dans le moule par couche de 8 kg environ (quatre couches) et vibré, à chaque fois, à l'aide d'une aiguille vibrante pendant 1 minute. Cette démarche permet d'obtenir des compacités de l'ordre de 60% pour les échantillons de micro ballast considérés. Une fois le matériau déposé dans le moule, les membranes sont retournées sur les plateaux inférieur et supérieur, puis fixées avec des joints toriques pour garantir l'étanchéité des éprouvettes.

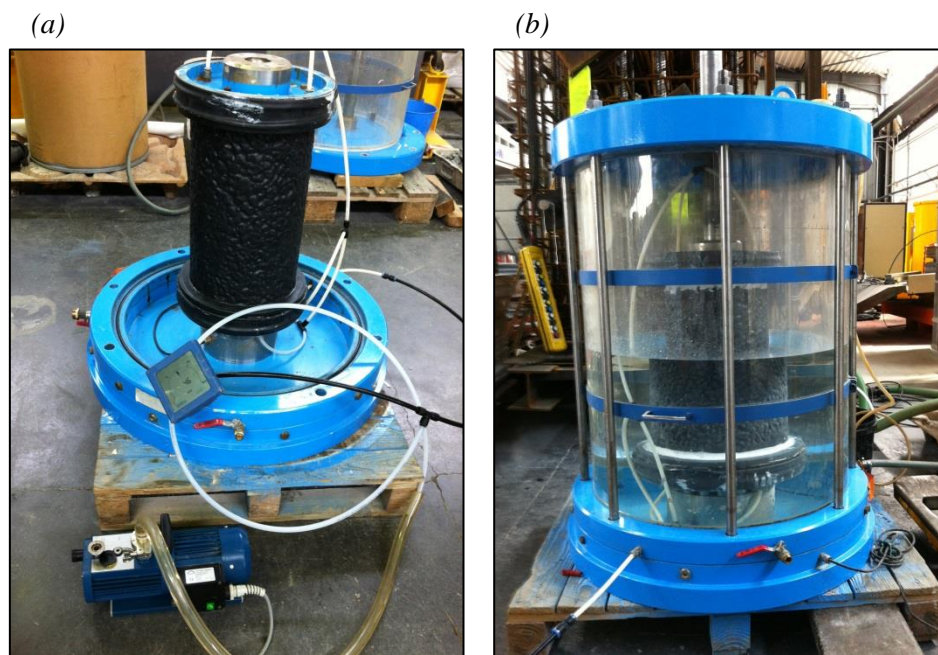


FIGURE V.20 – Photographies (a) d'une éprouvette de micro ballast sous vide et (b) de la même éprouvette lors de la mise sous pression de confinement.

Une pompe à vide est alors utilisée afin d'appliquer une dépression d'environ 90 kPa à l'intérieur de l'éprouvette de micro ballast (cf. FIGURE V.20a). Cette consolidation autorise le retrait du moule sans affaissement de l'échantillon granulaire. A ce stade, la hauteur moyenne H_0 et le périmètre moyen P_0 de l'éprouvette sont relevés (quatre mesures pour la hauteur et trois pour le périmètre) afin de calculer son volume initial V_0 . La dernière étape, illustrée sur la FIGURE V.20b, consiste alors à

augmenter progressivement la pression de confinement σ_c jusqu'à la valeur souhaitée ($> 90 \text{ kPa}$ pour nos essais) en relâchant simultanément la dépression due au vide, de manière à maintenir autant que faire se peut la contrainte effective de consolidation et par conséquent le volume des échantillons. Du fait de la variation de σ_c entre le haut et le bas de l'enceinte (de l'ordre de 4 kPa), on prend comme origine de σ_c la pression mesurée quand le niveau d'eau atteint la mi-hauteur de l'éprouvette (cf. FIGURE V.20b).

V.3.3 Essais triaxiaux réalisés

Pour chaque type d'éprouvettes de micro ballast (SI, S1 ou S2), nous avons réalisé des essais triaxiaux à pression de confinement constante, pour deux valeurs : $\sigma_c = 100$ et 145 kPa . En outre, afin d'isoler par la suite la réponse de l'échantillon granulaire seul, des essais identiques ont été effectués sur une et deux couches d'élastomère (sans micro ballast). Pour ces essais sur élastomère seul, respectivement notés « E1 » et « E2 », nous avons également réalisé un test à pression de confinement nulle (pression atmosphérique). Comme on le présente plus loin, certains des premiers essais réalisés n'ont pu être exploités. Dans le but de rendre leur exploitation possible, nous avons doublé voire triplé ces tests, parfois en vain. Le récapitulatif des essais triaxiaux effectués, au nombre de 18, est donné dans le Tableau V.6.

Tableau V.6 – Synthèse des essais triaxiaux réalisés.

Eprouvettes	Type	$\sigma_c \text{ (kPa)}$	Nom	Nombre de tentatives
Elastomère(s) seul(s)	E1	0	E1-0	1
		100	E1-100	1
		145	E1-145	2
	E2	0	E2-0	1
		100	E2-100	2
		145	E2-145	1
Micro ballast + support	SI	100	SI-100	1
		145	SI-145	1
	S1	100	S1-100	3
		145	S1-145	1
	S2	100	S2-100	2
		145	S2-145	2

Les différentes sollicitations verticales appliquées lors de chacun de ces essais sont présentées dans le TABLEAU V.7. La première étape a consisté à monter la force F de 0 à 5 kN , par l'intermédiaire du vérin hydraulique, afin d'assurer par la suite le contact permanent entre le piston et le plateau supérieur. Puis, cinq séquences de chargement sinusoïdal ont été appliquées successivement aux échantillons, avec :

$$F(t) = \frac{1}{2} [F_{max} + F_{min} + (F_{max} - F_{min}) \cos(\pi(2ft - 1))] \quad (V.29)$$

où f représente la fréquence de chargement. Ces séquences sont notées « Cf- Δq » où Δq est la variation du déviateur de contrainte établie sur la base des valeurs minimales et maximales (respectivement F_{min} et F_{max}) de la force verticale rapportées à la section moyenne de l'éprouvette $S_0 = P_0^2 / 4\pi$. A l'instar de l'étude numérique ED présentée dans la section précédente, nous avons considéré ici aussi des essais à faible nombre de cycles ($N_c = 100$) puisque nous cherchons à analyser la réponse réversible des échantillons de micro ballast.

TABLEAU V.7 – Détails des séquences de chargement effectuées successivement pour chaque essai.

Séquences	f (Hz)	F_{min} (kN)	F_{max} (kN)	q_{min} (kPa)	q_{max} (kPa)
Compression monotone	NA (1/60 kN.s ⁻¹)	0	5	0	100
C0.02-50	0.02	5	7.5	100	150
C0.1-50	0.1	5	7.5	100	150
C0.5-50	0.5	5	7.5	100	150
C0.1-100	0.1	5	10	100	200
C0.1-200	0.1	5	15	100	300

V.3.4 Résultats des mesures brutes et démarche d'analyse adoptée

La FIGURE V.21a présente les résultats de mesures $F = f(dH)$ obtenues lors de la séquence de chargement triaxial C0.1-200 pour les essais SI-145, S1-145 et S2-145. On s'appuie sur cette figure pour commenter d'une manière générale l'ensemble des mesures brutes réalisées pour les éprouvettes de micro ballast. On constate d'abord que les déplacements permanents sont très importants sur le premier cycle de chargement. Au cours des cycles suivants, ces déplacements diminuent de plus en plus et deviennent négligeables pour les derniers. Pour chacune des trois évolutions, le dernier cycle de chargement est représenté en trait gras. L'observation de ce dernier cycle nous permet d'analyser les déplacements réversibles. Comme attendu, ces déplacements sont plus importants quand le support est souple. On remarque également l'apparition d'une boucle d'hystérésis dont la surface semble croître avec la souplesse du support. On peut supposer, *a priori*, que cette hystérésis provient de la viscoélasticité de l'élastomère.

Tout comme dans l'étude numérique réalisée par ED (cf. section V.2.4), on tente d'isoler la réponse réversible des échantillons de micro ballast de celle de leur support dans le but d'analyser l'incidence de celui-ci sur les propriétés mécaniques des ensembles granulaires. On soustrait donc la contribution du support, estimée par les essais E, dans les mesures effectuées pour les essais S. Pour cela, notons respectivement les déplacements verticaux et les variations de volume mesurés lors des essais sur support seul par dH^E et dV^E , et ceux obtenus pour les éprouvettes de micro ballast par dH^S et dV^S . Puisque les séquences de chargement sont identiques pour chaque couple de tests E/S, les quantités dH^B et dV^B liées uniquement aux échantillons granulaires peuvent se calculer de la façon suivante :

$$\begin{cases} dH^B(t) = dH^S(t) - dH^E(t) \\ dV^B(t) = dV^S(t) - dV^E(t) \end{cases} \quad (\text{V.30})$$

Pour le dernier cycle de la séquence C0.1-200 de l'essai S1-145, le calcul de dH^B est illustré sur la FIGURE V.21b. Dans ce cas, la variation du déplacement vertical de l'ensemble granulaire est de l'ordre de 0.1 mm.

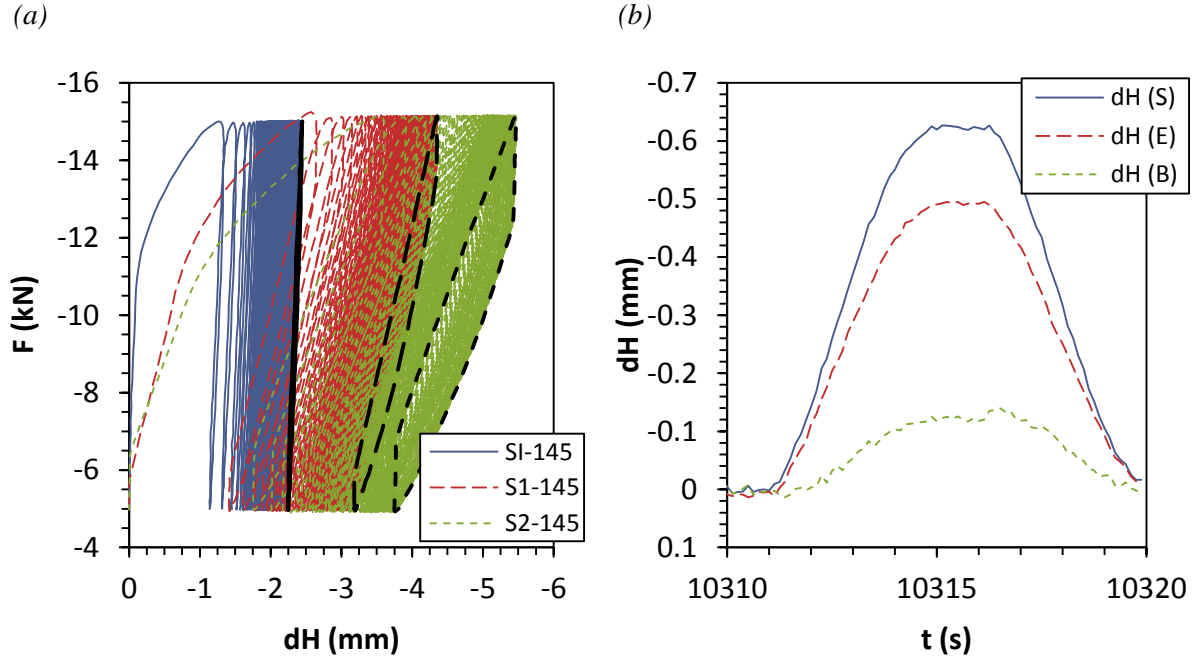


FIGURE V.21 – Relation force-déplacement vertical mesurée au cours de la séquence de chargement C0.1-200 pour les essais SI-145, S1-145 et S2-145. (b) Illustration du calcul de dH sur le dernier cycle de chargement de cette séquence pour S1-145.

Sur la base de ces quantités, on définit ensuite, au cours du cycle de chargement n de période T , les variations du déviateur de contrainte Δq et des déformations verticale $\Delta \varepsilon_v$ et volumique $\Delta \varepsilon_V$ entre les instants de fin de charge et de fin de décharge, respectivement $t_m = (n - 1/2)T$ et $t_f = nT$:

$$\begin{cases} \Delta q(n) = \frac{\Delta F(n)}{S_0} \\ \Delta \varepsilon_v(n) = \frac{\Delta H(n)}{H(n)} \\ \Delta \varepsilon_V(n) = \frac{\Delta V(n)}{V(n)} \end{cases} \quad (\text{V.31})$$

avec $\Delta F(n) = F(t_m) - F(t_f)$, $\Delta H(n) = dH^B(t_m) - dH^B(t_f)$ et $\Delta V(n) = dV^B(t_m) - dV^B(t_f)$. Dans le but de gommer les réarrangements importants pouvant intervenir sur les premiers cycles de chargement (cf. FIGURE V.21a), la hauteur H et le volume V des échantillons de micro ballast sont ici aussi actualisés à chaque fin de cycle :

$$\begin{cases} H(n) = H_0^S - H_0^E + dH^B((n-1)T) \\ V(n) = V_0^S - V_0^E + dV^B((n-1)T) \end{cases} \quad (V.32)$$

En revanche, on suppose que la section S_0 de l'échantillon est constante car les efforts imposés restent relativement faible et n'engendrent pas d'effet « tonneau ». A noter également que, puisque la contrainte de confinement σ_c est constante, sa variation est nulle. Pour le dernier cycle de chargement de la séquence C0.1-200, la FIGURE V.22 montre la relation $\Delta q = f(\Delta \varepsilon_v)$, relative à l'ensemble granulaire, des échantillons SI-145 et S1-145. On constate que l'évolution de l'échantillon reposant sur l'élastomère présente encore une boucle d'hystérésis. En comparaison de l'échantillon reposant sur support indéformable (SI-145), on peut voir également que les déformations réversibles sont plus importantes pour cet échantillon. L'ensemble granulaire reposant sur support souple est donc plus déformable que celui reposant sur support rigide. Tout comme pour l'étude numérique par ED, on tente, dans la suite, d'analyser cette dépendance en calculant les propriétés mécaniques des échantillons.

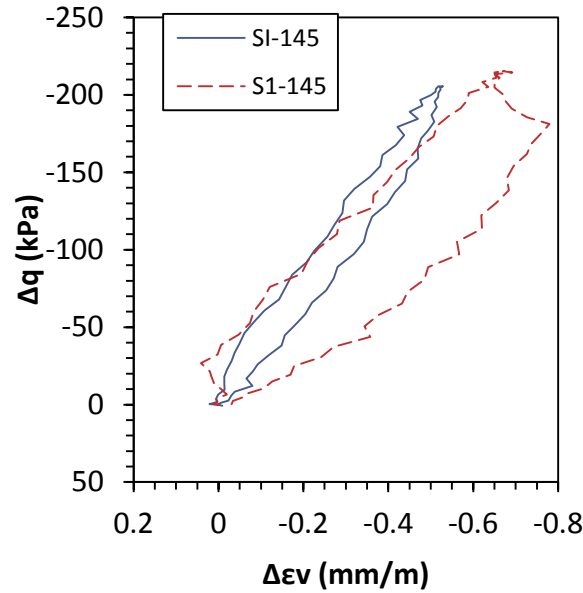


FIGURE V.22 – Relation déviateur-déformation verticale obtenue pour le dernier cycle de la séquence C0.1-200 pour les essais SI-145 et S1-145.

L'observation des cycles présentés sur la FIGURE V.22 nous permet de penser qu'en première approximation le comportement réversible des échantillons de micro ballast peut être représenté de manière relativement satisfaisante par la loi élastique linéaire, que l'on formule en souplesse telle que :

$$\Delta \bar{\varepsilon} = \frac{1}{E} [(1 + \nu) \Delta \bar{\sigma} - \nu Tr(\Delta \bar{\sigma}) \bar{I}] \quad (V.33)$$

où E représente le module d'Young et ν le coefficient de Poisson et avec, dans notre cas :

$$\Delta \bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_v & 0 & 0 \\ & \frac{1}{2}(\Delta \varepsilon_V - \Delta \varepsilon_v) & 0 \\ Sym. & & \frac{1}{2}(\Delta \varepsilon_V - \Delta \varepsilon_v) \end{bmatrix}, \quad \Delta \bar{\sigma} = \begin{bmatrix} \Delta q & 0 & 0 \\ & 0 & 0 \\ Sym. & & 0 \end{bmatrix} \quad (V.34)$$

Pour chaque cycle de chargement, la connaissance de Δq , $\Delta \varepsilon_v$ et $\Delta \varepsilon_V$ permet donc de calculer E et ν dont les expressions sont données par :

$$\begin{cases} E = \frac{\Delta q}{\Delta \varepsilon_v} \\ \nu = -\frac{\Delta q}{2\Delta \varepsilon_v} \frac{E}{2} (\Delta \varepsilon_V - \Delta \varepsilon_v) \end{cases} \quad (V.35)$$

Avant de présenter l'analyse de ces coefficients mécaniques, on revient sur les difficultés rencontrées au cours de cette campagne expérimentale.

V.3.5 Difficultés rencontrées et synthèse des essais exploitables

Comme évoqué en introduction, nous avons rencontré plusieurs difficultés, essentiellement techniques, lors de cette campagne expérimentale. Celles-ci ne nous ont pas permis d'appliquer de manière systématique la démarche d'analyse présentée auparavant pour exploiter les mesures. Dans cette section, on revient sur ces différents problèmes et on dresse le bilan des essais exploitables. Des pistes de réflexion sont également données afin de solutionner ces difficultés.

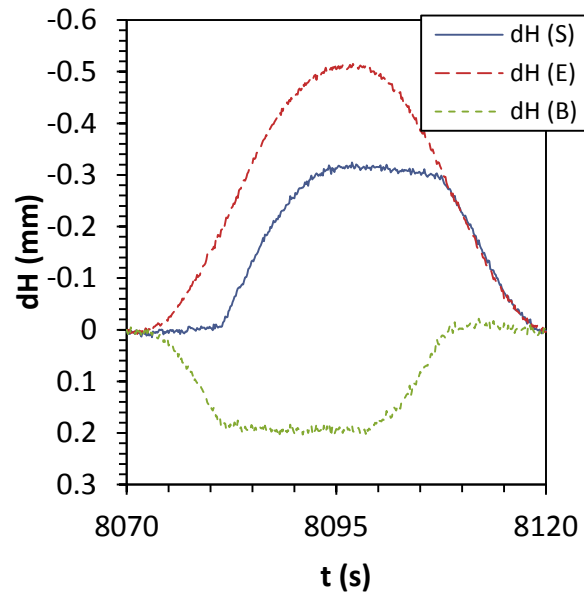


FIGURE V.23 – Illustration des phénomènes de frottement piston/couvercle observés sur le déplacement vertical dH^S du dernier cycle de chargement de la séquence C0.02-50 pour S2-145.

Les premiers obstacles concernent les contrôleurs de Pression/Volume GDS. Sous l'application des cycles de chargement, ces deux instruments doivent permettre de maintenir la pression de confinement constante dans l'enceinte en gérant le volume d'eau entrant/sortant. Néanmoins, le débit maximal de ces contrôleurs s'est avéré trop faible pour assurer cette constance. En fonction des séquences de chargement et des éprouvettes, on observe donc une variation de la pression de confinement $\Delta\sigma_c$ au cours des cycles de chargement. Si cette variation est faible pour les échantillons SI et S1, de l'ordre de $\pm 5 \text{ kPa}$, elle peut atteindre les $\pm 20 \text{ kPa}$ pour S2 lors de la séquence C0.1-200. Ceci nous amène au second obstacle rencontré en lien avec les contrôleurs GDS. La fréquence d'acquisition utilisée n'a pas permis de mesurer précisément ces variations de pression et les variations de volumes associées au cours des cycles de chargement. Les variations de déformations volumiques $\Delta\varepsilon_V$ ne sont donc en pratique pas calculables. En lien avec l'équation (V.35), on voit que le coefficient de Poisson ν n'est ainsi pas accessible. A noter que, pour cette équation, l'expression de E est également erronée puisque le terme en $\Delta\sigma_c$ n'est pas négligeable. On peut toutefois supposer que la valeur de E calculée pour les éprouvettes SI et S1 lors des trois premières séquences de chargement est relativement bonne du fait de la faible amplitude de variation de $\Delta\sigma_c$ observée pour ces cas-là.

TABLEAU V.8 – Synthèse des essais exploitables.

Couple	Test sur élastomère (E)	Test sur éprouvettes (S)	Bilan
SI-100	-	O	O
E1-100/S1-100	O	X	X
E2-100/S2-100	X	O	X
SI-145	-	O	O
E1-145/S1-145	O	O	O
E2-145/S2-145	O	X	X

O : exploitable ; X : inexploitable ; - : pas d'essai

En plus de cela pour certains essais, nous avons remarqué que les évolutions des déplacements verticaux mesurées au cours d'un cycle présentaient des « plateaux » en fin de charge et de décharge. Un exemple d'une telle évolution est illustré sur la FIGURE V.23 pour l'échantillon S2-145, tracé en ligne continue, au cours du dernier cycle de la séquence C0.02-50. Sur cette figure, l'évolution en lien avec le test E2-145 ne présente pas cette particularité. Ces plateaux caractérisent des durées pendant lesquelles le déplacement reste constant sous une sollicitation déviatorique qui évolue. On suppose donc que ce phénomène peut être dû à un frottement important au niveau du guidage du piston vertical à travers le couvercle de l'enceinte de confinement. Pour l'exemple considéré, ces frottements sont si importants qu'ils conduisent à des valeurs de déplacements plus faibles pour S2-145 que pour E2-145, ce qui rend la démarche d'analyse précédente inapplicable (puisque $dH^B > 0$). Malgré les précautions prises (nettoyage et graissage minutieux du piston avant chaque essai), nous n'avons pas réussi à limiter ces frottements de manière systématique. En conséquence, puisque la démarche d'analyse est basée sur les couples d'essais E/S, il suffit que l'un de ces deux tests ait subi de tels frottements pour que l'exploitation soit rendue impossible. Le bilan des couples d'essais exploitables est donné dans le TABLEAU V.8. On constate que seulement 50% de la campagne expérimentale peut être étudiée. Cette analyse est présentée dans la section suivante.

Auparavant, on donne rapidement quelques pistes permettant de solutionner les problèmes rencontrés au cours de ces essais triaxiaux sur éprouvettes de micro ballast reposant sur support déformable. Il apparaît clair que l'utilisation d'un matériel de mesure de précision est nécessaire pour de tels essais où les variations des paramètres sont relativement faibles. On conseille également de positionner ce dispositif de mesure le plus près possible de l'échantillon, *i.e.* dans l'enceinte de confinement (instrumentation locale sur l'échantillon). Ce type de dispositif pourrait en effet permettre de s'affranchir des effets dus aux frottements, contrairement à la mesure faite sur la tête du vérin hydraulique. Cette option avait été envisagée puis mise de côté du fait des délais de livraison de capteurs immergeables, incompatibles avec la fin de thèse.

V.3.6 Analyse des résultats exploitables

Malgré les difficultés rencontrées, le TABLEAU V.8 montre que deux analyses peuvent tout de même être faites en termes de module d'Young E des échantillons granulaires isolés. Tout comme pour l'étude numérique par ED, on présente ces résultats sous la forme de modules d'Young moyens et d'écart types, calculés sur les 50 derniers cycles de chaque séquence de chargement. La première analyse concerne l'influence de la pression de confinement par comparaison des essais SI-100 et SI-145 (cf. FIGURE V.24a). La seconde permet l'étude de l'incidence du support en comparant les résultats de ce second essai (SI-145) et ceux de S1-145 (cf. FIGURE V.24b). Pour chacune de ces deux figures, un premier commentaire est d'abord fait sur la linéarité de E en fonction des états de contraintes appliqués.

La FIGURE V.24a montre que les valeurs moyennes de E calculées pour SI-100 sont relativement constantes en fonction des séquences de chargement. Pour cet échantillon, le module d'Young ne semble dépendre ni de la fréquence f , ni de la variation du déviateur Δq appliqués. En ce qui concerne SI-145, E ne semble pas non plus dépendre de f (cf. trois premières séquences de chargement). En revanche, on remarque que sa valeur diminue avec l'augmentation de Δq (cf. séquences C0.1-50, C0.1-100 et C0.1-200). Pour ces deux dernières séquences, on rappelle que les variations de pression de confinement peuvent néanmoins être assez importantes et fausser les résultats. Concernant l'incidence de la pression de confinement, on constate de manière générale que son augmentation entraîne des valeurs de module d'Young E plus grandes. Pour les trois premières séquences de chargement (où seule la fréquence varie), le rapport entre les modules obtenus à 100 et 145 kPa de confinement est approximativement de 2.5. Pour des conditions de sollicitations similaires, on peut aussi souligner que les valeurs de E obtenues ici pour SI-145 sont du même ordre de grandeur que celles calculées par Skoglund (2002) pour des éprouvettes de ballast humide.

L'observation de la FIGURE V.24b révèle que pour l'échantillon granulaire S1-145, mise à part la séquence C0.5-50, E ne semble pas non plus dépendre de f et Δq . Pour cet échantillon S1-145 et hormis pour C0.5-50, on constate également que les valeurs de E sont du même ordre de grandeur que celles obtenus pour SI-100. Pour les séquences C0.02-50 et C0.01-50, le ratio des modules est donc ici aussi de l'ordre de 2.5. Afin d'expliquer les résultats obtenus pour C0.5-50, on rappelle que seulement 8 points de mesures sont disponibles sur la décharge de chaque cycle (fréquence d'acquisition de la presse MTS de 8 Hz). Dans le cas d'éprouvettes à support déformable, tel que S1-145, ceci s'avère ne pas être suffisamment fin pour le calcul de E .

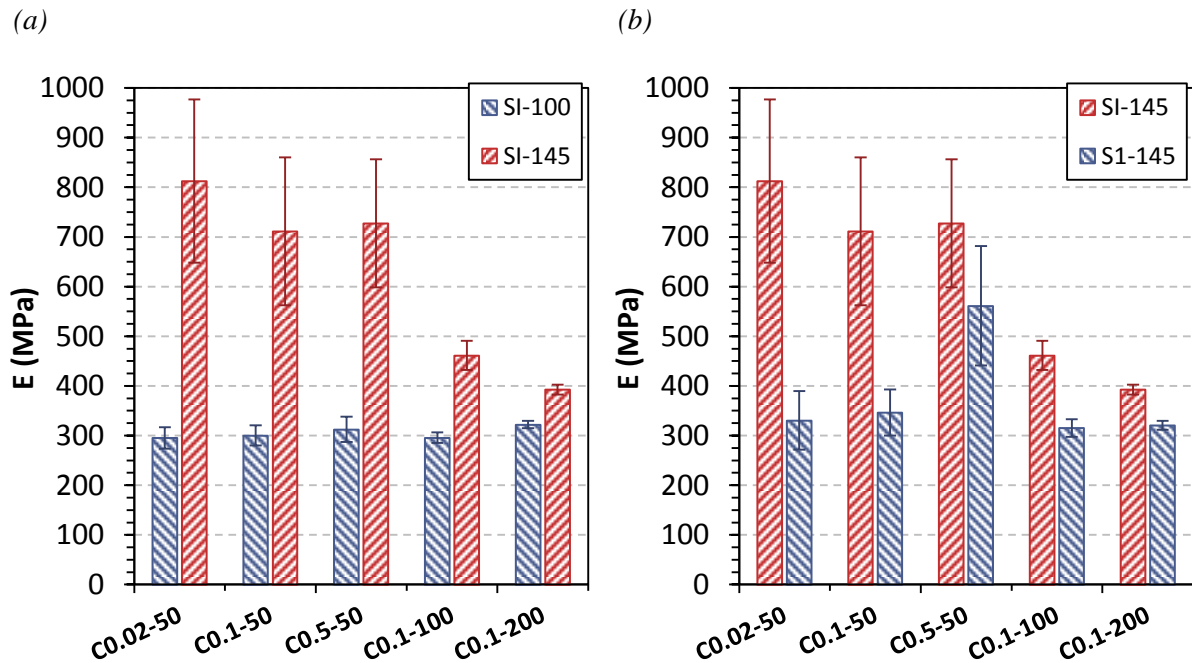


FIGURE V.24 – Modules d'Young moyen et écart types en fonction des séquences de chargement réalisées pour (a) SI-100 et SI-145 et (b) SI-145 et S1-145.

V.3.7 Conclusion

En complément des simulations 2D réalisées par ED, une campagne d'essais triaxiaux sur éprouvettes de micro ballast reposant sur support de rigidité différente a été effectuée. Malgré les difficultés rencontrées, on peut dire que l'effet du support sur le module d'Young des échantillons granulaires a été mis en évidence expérimentalement. Afin de caractériser précisément la dépendance des coefficients mécaniques d'échantillons de ballast en fonction du support sur lequel ils reposent, il serait intéressant de poursuivre ces expérimentations sur la base des recommandations faites pour le choix du dispositif de mesures. Les résultats de ces nouveaux essais pourraient notamment permettre de définir une loi de correspondance entre les modules du support et du ballast. Par ailleurs, ce type de loi pourrait être d'une grande aide pour le choix des valeurs à considérer dans des approches numériques. Dans le cadre de l'analyse paramétrique réalisée avec ViscoRail, présentée dans le Chapitre III, cela permettrait par exemple d'adapter la valeur du module de la couche de ballast en fonction de celle du sous-ballast.

Chapitre VI Analyse limite et retour sur le rôle de l'accélération sur la stabilité du ballast

VI.1 Introduction

Dans le Chapitre III, nous avons considéré que l'accélération verticale subie par le ballast au passage des convois ferroviaires jouait un rôle essentiel sur son équilibre mécanique ; certaines accélérations pouvant engendrer de multiples micro-réarrangements géométriques et entraîner par répétition la perte de géométrie des voies. Nous avons donné une justification rapide de cette hypothèse en introduction (cf. Intermède).

Dans ce chapitre, nous revenons plus largement sur cette supposition, à partir des concepts classiques du Calcul à la Rupture, qui s'intéresse à l'équilibre mécanique des structures en présence de critères limitant le domaine des contraintes admissibles dans les matériaux. Pour cela, nous utilisons spécifiquement dans la suite l'approche par l'extérieur, basée sur la donnée de mécanismes virtuels de rupture et telle que décrite par exemple dans l'ouvrage de Salençon (1983), dont nous empruntons la terminologie et les notations.

VI.2 Démarche générale de l'étude

Dans ce qui suit, nous nous intéressons exclusivement à l'équilibre limite de la couche de ballast, en assimilant ce matériau granulaire à un matériau purement frottant de Coulomb (sans cohésion), caractérisé par son angle de frottement φ . Nous considérons le problème simplifié \wp (assimilable à un problème de calcul de fondation), constitué par la couche de ballast d'épaisseur h , supposée soumise à son poids propre et à l'effet de la charge à l'essieu P s'appliquant à travers un petit nombre n de traverses. On note F_j la répartition des forces ponctuelles appliquées sur ces traverses, telle que :

$$\sum_{j=1}^n F_j = P \quad (\text{VI.1})$$

Les couches sous ballast peuvent être déformables, mais sont supposées non affectées par les mécanismes de rupture envisagés dans la suite.

L'objet des calculs porte sur la valeur maximale P_{lim} de charge à l'essieu potentiellement supportable. Pour simplifier les calculs, on suppose la géométrie uniforme et infiniment longue suivant

la direction z (direction horizontale perpendiculaire à la direction des rails) et on considère dans la suite des mécanismes « plans » inscrits dans les axes (x, y) . Les calculs sont effectués pour une unité de longueur dans le sens z . Ceci exige, si l'on veut comparer les bornes P obtenues plus loin aux charges réelles à l'essieu, $P_{réelle}$, de ramener également ces dernières à l'unité de longueur suivant z et donc de choisir une longueur de référence transversale Δ_{trans} pour calculer une charge $Q = P_{réelle}/\Delta_{trans}$ comparable à P . Ce choix n'est pas très évident *a priori*. On se contente ici d'observer que Δ_{trans} est approximativement de l'ordre du mètre. On se limite par ailleurs à des distributions de charge réparties sur trois traverses.

On effectue dans un premier temps les calculs pour un massif de ballast soumis à l'effet homogène du champ d'accélération de la pesanteur. On examine dans un second temps la perturbation apportée par la prise en compte d'un champ de forces d'inertie, associé au champ d'accélération verticale γ , généré au passage d'un bogie. On considère successivement les cas d'un champ γ supposé homogène, et d'un champ hétérogène, d'expression analytique simple, mais dont la forme respecte plus fidèlement les résultats de calcul obtenus dans les chapitres précédents. Mais décrivons d'abord les mécanismes de rupture envisagés dans cette étude.

VI.3 Famille de mécanismes de rupture virtuelles $\mathcal{M}(\Omega)$

L'approche par l'extérieur, dite aussi approche cinématique, repose sur la donnée de « mécanismes virtuels de rupture » et conduit par nature à des valeurs de borne par excès (en termes d'amplitude) des charges limites, situées sur la frontière du domaine K des chargements potentiellement supportables. Plus le nombre de mécanismes envisagés est grand et/ou plus leur choix est « pertinent », meilleure est l'approximation obtenue. Néanmoins dans la suite, nous allons nous limiter (pour simplifier les calculs) à la famille de mécanismes de rotation de bloc rigide, comme illustré sur la FIGURE VI.1.

Ces mécanismes « plans » sont choisis de façon à ce que le contour inférieur des blocs s'inscrive entièrement dans l'épaisseur de la couche de ballast et possède la forme de spirale logarithmique d'angle φ passant par l'extrémité O d'une traverse. On distingue deux sous-familles selon le nombre de traverses (1 ou 2) et forces F_j impliquées dans le mécanisme. Un mécanisme est alors entièrement défini, à la vitesse de rotation près $\widehat{\omega}$ par la position de son centre de rotation Ω , dont les deux coordonnées permettent de paramétrer la famille $\mathcal{M}(\Omega)$. Le choix de tels mécanismes est avant tout guidé par la condition de finitude, en tout point M de la spirale, de la fonction d'appui « surfacique » $\pi(\vec{n}; \vec{V})$ associée (au sens de l'analyse convexe) au critère de Coulomb, et qui impose l'inégalité :

$$\pi(\vec{n}; \vec{V}) < +\infty \quad \Rightarrow \quad \vec{n} \cdot \vec{V} \geq \|\vec{V}\| \sin \varphi \quad (\text{VI.2})$$

avec, en l'occurrence, \vec{n} la normale unitaire, intérieure en M , au bloc rigide et \vec{V} la vitesse en M du bloc rigide. Comme le montre la FIGURE VI.1b, cette condition peut s'interpréter géométriquement par un effet de « dilatance » du mécanisme, qui entraîne l'écartement des surfaces en contact concomitamment à un déplacement tangentiel relatif.

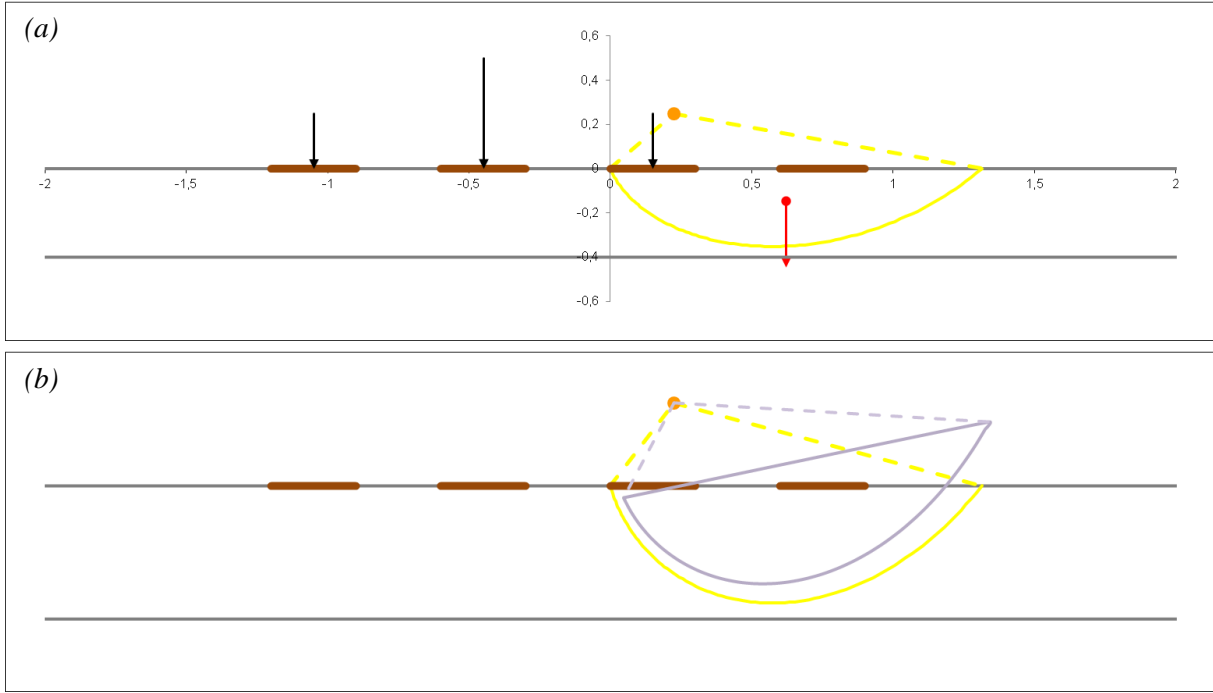


FIGURE VI.1 – Mécanisme virtuel à deux traverses de rupture en « spirale logarithmique ».

Vérifions que tel est bien le cas, en nous plaçant dans le système de coordonnées polaires $(\Omega, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$. Par définition, la spirale d'angle φ a pour équation $\overrightarrow{\Omega M} = r\vec{e}_r$, avec $r = e^{\tan\varphi(\theta-\theta^0)}$, d'où :

$$\begin{aligned}
 d\overrightarrow{\Omega M} &= dr\vec{e}_r + r\vec{e}_\theta d\theta \\
 &= \tan\varphi \, r d\theta \vec{e}_r + r\vec{e}_\theta d\theta \\
 &= (\tan\varphi \vec{e}_r + \vec{e}_\theta) r d\theta \\
 &= (\sin\varphi \vec{e}_r + \cos\varphi \vec{e}_\theta) \frac{r}{\cos\varphi} d\theta
 \end{aligned} \tag{VI.3}$$

On pose $\vec{t} = \sin\varphi \vec{e}_r + \cos\varphi \vec{e}_\theta$ le vecteur unitaire tangent en M et $\vec{n} = -\cos\varphi \vec{e}_r + \sin\varphi \vec{e}_\theta$. La vitesse virtuelle en M du mécanisme est quant à elle donnée par $\vec{V} = \hat{\omega} r \vec{e}_\theta$. D'où :

$$\vec{V} \cdot \vec{n} = \hat{\omega} r \sin\varphi = \|\vec{V}\| \sin\varphi \tag{VI.4}$$

ce qui remplit la condition souhaitée.

Nous choisissons également cette famille de mécanismes pour sa « pertinence » physique « intuitive » par rapport aux mouvements de grains attendus dans la réalité (pour la position d'essieu considérée – celle-ci variant à chaque instant).

Dans la suite, nous utilisons les notations données dans le TABLEAU VI.1. Avec ces notations, un mécanisme peut être paramétré par les valeurs de H et θ_1 (et la donnée de l'indice k pour être complet), l'équation de la spirale étant définie par :

$$\Omega \dot{P} = r_s(\theta) \vec{e}_r = -\frac{H}{\sin \theta_1} e^{c(\theta-\theta_1)} \vec{e}_r \quad (\text{VI.5})$$

ou encore :

$$x = -\frac{H}{\sin \theta_1} e^{c(\theta-\theta_1)} \cos \theta, \quad y = -\frac{H}{\sin \theta_1} e^{c(\theta-\theta_1)} \sin \theta \quad (\text{VI.6})$$

TABLEAU VI.1 – Notations utilisées pour l'analyse limite.

Symbole	Caractéristique
B	Largeur des traverses dans la direction x
L	Distance inter-traverses, de centre à centre, suivant la direction x
(Ω, x, y)	Repère d'origine avec Ω le centre de rotation du mécanisme spiral
(Ω, r, θ)	Repère en coordonnées polaires pour lequel θ est orienté dans le sens trigonométrique
i	Indice (positif) de traverse et de force ponctuelle, avec la convention : <ul style="list-style-type: none"> - $i = 1$ pour la traverse la plus chargée (force F_1), - $i = 2, 3, \dots$ pour les traverses situées à droite de la précédente et chargées par les forces : F_2, F_3, \dots
k	Numéro (positif) de la traverse d'où s'initie le mécanisme de rupture ($k = 1$ ou 2 dans la suite, voir plus loin)
c	$c = \tan \varphi$
θ_1	Angle du point O de la spirale logarithmique, située à gauche de la traverse k
θ_2	Angle polaire en extrémité droite de la spirale logarithmique (nota : $\pi \leq \theta_1 \leq 3\pi/2 < \theta_2 \leq 2\pi$)
$\hat{\omega}$	Vitesse virtuelle de rotation du bloc spirale (dont seules les valeurs positives sont ici intéressantes à considérer dans le calcul de charge limite)
$-H$	Cote (négative) de la surface du ballast
h	Epaisseur de la couche de ballast
ρg	Poids volumique du ballast (en l'absence de force d'inertie)
P_v	Puissance virtuelle définie telle que : $P_v = P_v(W) + \sum_{i \geq k} P_v(F_i)$
$P_v(W)$	Puissance virtuelle du poids du bloc spirale dans le mécanisme $\mathcal{M}(\Omega)$
$P_v(F_i)$	Puissance virtuelle de la force F_i pour ce même mécanisme

La valeur de θ_2 se déduit alors implicitement de la relation géométrique :

$$-\frac{H}{\sin \theta_1} e^{c(\theta_2-\theta_1)} \sin \theta_2 = -H \quad \Rightarrow \quad e^{c(\theta_2-\theta_1)} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \quad (\text{VI.7})$$

dont on déduit au passage, les inégalités $\sin \theta_1 < \sin \theta_2 \leq 0$ qui permettent de préciser plus loin le signe de diverses quantités.

L'inscription du mécanisme à l'intérieur de la couche de ballast induit par ailleurs la condition $y_{min} \geq -H - h$, où y_{min} est la cote du point au plus bas de la spirale logarithmique pour $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$. Or le long de la spirale, on a $y = (-He^{c(\theta-\theta_1)} \sin \theta) / \sin \theta_1$, d'où :

$$\begin{aligned} \frac{dy}{d\theta} = 0 &\Rightarrow ce^{c(\theta-\theta_1)} \sin \theta + e^{c(\theta-\theta_1)} \cos \theta = 0 \\ &\Rightarrow \tan \theta = -\frac{1}{c} \\ &\Rightarrow \theta = -\frac{3\pi}{2} + \varphi \\ &\Rightarrow y_{min} = \frac{H}{\sin \theta_1} e^{c(\frac{3\pi}{2} + \varphi - \theta_1)} \cos \varphi \end{aligned} \quad (VI.8)$$

Les combinaisons (H, θ_1) admissibles sont donc contraintes par la condition géométrique :

$$e^{c(\frac{3\pi}{2} + \varphi - \theta_1)} \frac{\cos \varphi}{\sin \theta_1} + \frac{h}{H} + 1 \geq 0 \quad (VI.9)$$

Nota : La détermination numérique de θ_2 en fonction de θ_1 (utilisée plus loin) peut être effectuée à partir de la boucle itérative de point fixe :

$$\sin \theta_2^{(i+1)} = \sin \theta_1 e^{-c(\theta_2^{(i)} - \theta_1)} \Rightarrow \theta_2^{(i+1)} = \arcsin \left[\sin \theta_1 e^{-c(\theta_2^{(i)} - \theta_1)} \right] \quad (VI.10)$$

avec $\theta_2^{(i)}$ la valeur de θ_2 à l'itération i .

VI.4 Approximation par l'extérieur du problème \wp en l'absence de forces d'inertie

Le calcul repose sur celui de l'intégrale d'interface $\Pi = \int_{\text{spirale}} \pi(\vec{n}; \vec{V}) d\Sigma$ (cf. TABLEAU VI.1) et de la puissance des efforts extérieurs P_v mise en jeu dans les mécanismes considérés. Evaluons ces deux quantités.

VI.4.1 Calcul de l'intégrale Π

Lorsque la condition $\vec{V} \cdot \vec{n} < \|\vec{V}\| \sin \varphi$ est respectée, la fonction $\pi(\vec{n}; \vec{V})$ d'un matériau de Coulomb est donnée par :

$$\pi(\vec{n}; \vec{V}) = C(\|\vec{V}\| - \vec{V} \cdot \vec{n}) \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (VI.11)$$

En l'absence de cohésion ($C = 0$), la fonction $\pi(\vec{n}; \vec{V})$ d'un matériau de Coulomb est donc nulle. Par conséquent : $\Pi = \int_{\text{spirale}} \pi(\vec{n}; \vec{V}) d\Sigma = 0$.

VI.4.2 Calcul de P_v

Le chargement est constitué à la fois du système de forces ponctuelles F_j et du poids propre W du ballast :

$$P_v = P_v(W) + \sum_{i \geq k} P_v(F_i) \quad (\text{VI.12})$$

Par convention, on compte positivement l'intensité F_i des forces \vec{F}_i dirigées vers le bas.

Calcul de $P_v(W)$

L'ensemble des calculs ci-après se rapporte à l'unité de longueur suivant la direction z . Alors, par définition :

$$P_v(W) = \int_{\text{Bloc spiral}} \vec{\hat{V}} \cdot \rho \vec{g} dV \quad (\text{VI.13})$$

Soit :

$$\begin{aligned} P_v(W) &= \int_{\text{Bloc spiral}} \hat{\omega} r \vec{e}_\theta \cdot \rho \vec{g} r dr d\theta \\ &= -\rho g \hat{\omega} \int_{\text{Bloc spiral}} \vec{e}_\theta \cdot \vec{y} r^2 dr d\theta \\ &= -\rho g \hat{\omega} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{\frac{H}{\sin \theta}}^{r_s(\theta)} \cos \theta r^2 dr d\theta \\ &= -\rho g \hat{\omega} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta \left(\frac{r_s(\theta)^3}{3} + \frac{H^3}{3 \sin^3 \theta} \right) d\theta \\ &= -\frac{\rho g H^3}{3} \hat{\omega} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta \left(\frac{e^{3c(\theta-\theta_1)}}{\sin^3 \theta} + \frac{1}{\sin^3 \theta} \right) d\theta \end{aligned} \quad (\text{VI.14})$$

Tout calcul fait :

$$P_v(W) = -\frac{\rho g H^3}{3} \hat{\omega} \times \left[\frac{-e^{3c(\theta_2 - \theta_1)}(3c \cos \theta_2 + \sin \theta_2) + (3c \cos \theta_1 + \sin \theta_1)}{(9c^2 + 1) \sin^3 \theta_1} - \frac{1}{2 \sin^2 \theta_2} + \frac{1}{2 \sin^2 \theta_1} \right] \quad (\text{VI.15})$$

Soit encore en tenant compte de la relation (VI.7) :

$$P_v(W) = -\frac{\rho g H^3}{2(9c^2 + 1)} \hat{\omega} \times \left[\frac{2c \cos \theta_1 + (3c^2 + 1) \sin \theta_1}{\sin^3 \theta_1} - \frac{2c \cos \theta_2 + (3c^2 + 1) \sin \theta_2}{\sin^3 \theta_2} \right] \quad (\text{VI.16})$$

Nota :

- on peut vérifier que cette expression est aussi égale au poids total W du bloc spiral, multiplié par la vitesse verticale de son centre de gravité G dans le mécanisme considéré
- pour $\hat{\omega} > 0$, on vérifie que la puissance $P_v(W)$ est négative (le centre de gravité G remonte), ou autrement dit que le poids du bloc constitue une force résistante, « stabilisatrice ».

Calcul de $P_v(F_i)$

On suppose que les forces \vec{F}_i s'exercent au centre des traverses, soit au point de coordonnées $(x_i = -H \cotan \theta_1 + B/2 + (k - i)L, y_i = -H)$ pour la traverse i ($i > 0$). D'où :

$$\begin{aligned} P_v(F_i) &= -F_i \vec{y} \hat{V}(x_i, y_i) \\ &= -F_i \vec{y} \hat{\omega} (-y_i \vec{x} + x_i \vec{y}) \\ &= -F_i x_i \hat{\omega} \\ &= p_i P \left(H \cotan \theta_1 - \frac{B}{2} - (k - i)L \right) \hat{\omega} \end{aligned} \quad (\text{VI.17})$$

Nota : pour $\hat{\omega} > 0$, ces quantités sont positives et donc « motrices » ou « déstabilisatrices » pour les traverses dont le milieu est situé à gauche du centre de rotation Ω . A l'inverse, elles sont stabilisatrices pour les traverses chargées, situées à droite de Ω . Néanmoins, en raison de la forte décroissance de la suite p_i , c'est de loin le signe positif et donc l'effet déstabilisateur qui l'emportent dans la somme $\sum_{i \geq k} P_v(F_i)$.

Calcul de P_v

On obtient au final :

$$\begin{aligned}
P_v &= P_v(W) + \sum_{i \geq k} P_v(F_i) \\
&= \hat{\omega} \times \left[\frac{\rho g H^3}{2(9c^2 + 1)} \left(\frac{2c \cos \theta_1 + (3c^2 + 1) \sin \theta_1}{\sin^3 \theta_1} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{2c \cos \theta_2 + (3c^2 + 1) \sin \theta_2}{\sin^3 \theta_2} \right) \right. \\
&\quad \left. + P \sum_{i \geq k} p_i \left(H \cotan \theta_1 - \frac{B}{2} - (k - i)L \right) \right]
\end{aligned} \tag{VI.18}$$

VI.4.3 Majoration de la limite P_{lim} des charges à l'essieu, potentiellement supportables

La meilleure majoration de P_{lim} (*i.e.* la plus petite valeur) pour le mécanisme $\mathcal{M}(\Omega)$ considéré est donnée par la valeur de (H, θ_1, k) solution de l'équation $P_v = 0$.

Autrement dit $P_{lim} \leq P(H, \theta_1, k)$ avec :

$$\begin{aligned}
&P(H, \theta_1, k) \\
&= \frac{\rho g H^2}{2(9c^2 + 1)} \frac{\frac{2c \cos \theta_1 + (3c^2 + 1) \sin \theta_1}{\sin^3 \theta_1} - \frac{2c \cos \theta_2 + (3c^2 + 1) \sin \theta_2}{\sin^3 \theta_2}}{\sum_{i \geq k} p_i \left(\cotan \theta_1 - \frac{B}{2H} - (k - i) \frac{L}{H} \right)}
\end{aligned} \tag{VI.19}$$

En particulier, dans le cas d'une seule force (système de chargement à une seule traverse) :

$$\begin{aligned}
&P(H, \theta_1, k) \\
&= \frac{\rho g H^2}{p_k} \frac{\frac{2c \cos \theta_1 + (3c^2 + 1) \sin \theta_1}{\sin^3 \theta_1} - \frac{2c \cos \theta_2 + (3c^2 + 1) \sin \theta_2}{\sin^3 \theta_2}}{2(9c^2 + 1) \left(\cotan \theta_1 - \frac{B}{2H} \right)}
\end{aligned} \tag{VI.20}$$

Ces dernières expressions appellent plusieurs premiers commentaires :

- comme attendu, l'expression de $P(H, \theta_1, k)$ est proportionnelle au poids volumique du ballast ρg ,
- en fait, l'équation $P_v = 0$ montre que l'expression de $P(H, \theta_1, k)$ découle directement de l'équilibre en rotation autour du point Ω du bloc spirale pour le mécanisme considéré, soumis au moment stabilisateur de son poids propre et au moment moteur du système de forces appliqué sur les traverses,
- de façon un peu contraire à l'intuition, en l'absence de cohésion le calcul ne fait pas intervenir explicitement les forces de frottement s'exerçant le long de la frontière spirale du bloc rigide ($\Pi = 0$). En fait, celles-ci sont implicitement prises en compte à travers le coefficient $c = \tan \varphi$ (lié à la condition $\pi(.,.) < +\infty$) qui gouverne en grande partie la géométrie de la spirale et le volume (ou l'aire) du bloc en rotation. Plus le coefficient de frottement du matériau est grand, plus la taille du bloc et donc son poids et sa « stabilité » augmentent.

VI.4.4 Recherche numérique de la meilleure borne P_{inf} sur l'ensemble des mécanismes $\mathcal{M}(\Omega)$ admissibles

L'inégalité $P_{lim} \leq P(H, \theta_1, k)$ est vraie pour tout mécanisme $\mathcal{M}(\Omega)$. Pour se rapprocher au plus près de la meilleure borne, on peut à présent rechercher la valeur P_{inf} minimisant la fonction $P(H, \theta_1, k)$. Compte tenu du « nombre » de mécanismes pris en compte, l'efficacité habituelle de l'approche par l'extérieur du Calcul à la Rupture permet alors de supposer que la borne obtenue dans ces conditions constitue une bonne approximation de la valeur théorique P_{lim} ; autrement dit : $P_{lim} \approx P_{inf}$.

Pour la détermination de P_{inf} , nous avons développé un programme de calcul en Visual Basic (VBA) permettant de rechercher le minimum de la fonction $P(H, \theta_1, k)$ à partir de la donnée numérique des divers paramètres du modèle. L'indice de sous-famille est à donner explicitement par l'utilisateur. Il est facile d'effectuer les calculs pour les deux hypothèses, afin de retenir celle conduisant à la plus petite borne.

L'optimisation sur H, θ_1 s'effectue par le balayage systématique et discret d'une « grille rectangulaire » $[H_{min}, H_{max}] \otimes [\theta_{1min}, \theta_{1max}]$ en ne retenant que les mécanismes totalement inscrits dans la couche de ballast et en ne gardant au final que la valeur minimale atteinte et le mécanisme associé. Tous ces calculs s'effectuent en un temps très petit.

VI.4.5 Application et discussion : cas sans force d'inertie

L'outil de calcul mis au point ici permet de montrer dans un premier temps que l'application du Calcul à la Rupture, à la stabilité des couches de ballast, conduit à des valeurs P_{inf} d'un ordre de grandeur comparable aux charges à l'essieu ferroviaires, réelles. Ceci nous conforte dans l'application plus loin, de l'outil à l'étude de l'effet de forces d'inertie sur la stabilité des couches de ballast.

Signalons cependant, que nous nous devons de rester prudent vis-à-vis d'une telle « assertion », compte tenu de la grande sensibilité de la valeur numérique de P_{inf} , à un certain nombre de paramètres tels que l'angle de frottement du ballast, l'épaisseur de la couche de ballast, la répartition des efforts F_1, F_2 , etc.

Nous prenons pour jeu de paramètres de référence, les valeurs numériques suivantes :

- $B = 0.3 \text{ m}, L = 2B = 0.6 \text{ m}, h = 0.3 \text{ m}, \rho g = 18 \text{ kN.m}^{-3}$,
- φ , l'angle de frottement du ballast, est pris égal à 35° ,
- la distribution (p_1, p_2) est telle que : $p_1 = 40\%, p_2 = 30\%$.

On rappelle par ailleurs pour fixer les idées que les charges verticales (dynamiques) des essieux de TGV sont susceptibles d'atteindre les 200 kN . On pourra donc comparer directement P_{inf} à cet ordre de grandeur, bien que les deux quantités soient de dimensions différentes, en considérant Δ_{trans} de l'ordre du mètre, par référence par exemple, à la longueur d'appui transversale (0.8 m) de traverses bi-blocs.

La première chose que montre le code de calcul VBA est que le mécanisme optimal conduisant à la plus petite borne est un mécanisme à une seule traverse ($k = 2$) ne faisant intervenir que l'effort F_2 . Sa géométrie est représentée sur la FIGURE VI.2 et résulte du processus de recherche de minimum

illustré sur la FIGURE VI.3. En l'occurrence, il s'agit d'un mécanisme « bridé » par l'épaisseur de la couche de ballast, dont le pied tangente le fond de la couche.

Dans l'ensemble des mécanismes considérés, il n'en existe pas faisant intervenir le couple de forces F_1, F_2 ($k = 1$) avec la répartition ($p_1 = 40\%$, $p_2 = 30\%$). Seule en effet est « motrice » dans ce cas la force F_1 , qui est insuffisante pour contrebalancer les moments résistants du poids du bloc spiral et de la force F_2 autour des centres de rotation possibles Ω .

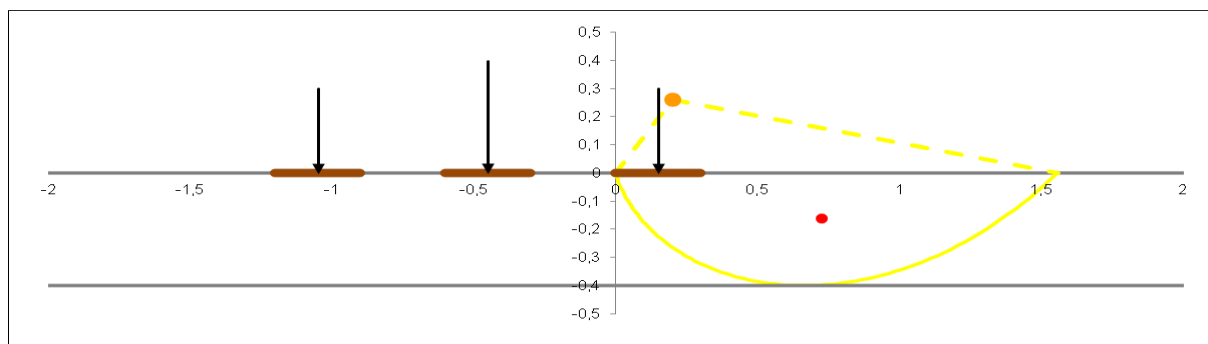


FIGURE VI.2 – Mécanisme optimal à une seule traverse, associé à la valeur P_{inf} .

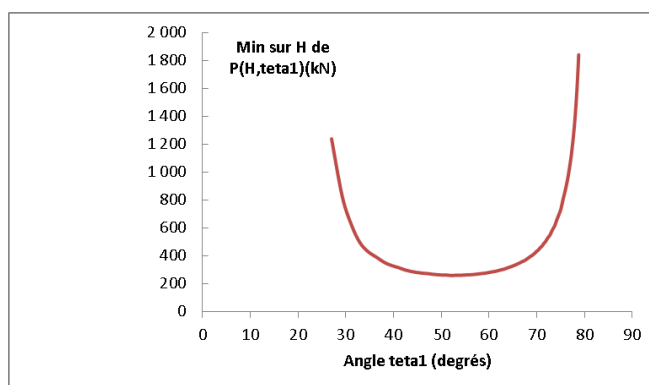


FIGURE VI.3 – Illustration du processus de minimisation de $P(H, \theta_1, k)$. Courbe du minimum sur H de la fonction $P(H, \theta_1, k)$ en fonction de θ_1 ($k = 2$).

Le calcul livre par ailleurs la valeur P_{inf} associée au mécanisme « optimal » pour le jeu de paramètres numérique considéré. On obtient :

$$P_{inf} = 261 \text{ kN.m}^{-1} \quad (\text{VI.21})$$

Cependant comme déjà précisé, cette valeur n'est à considérer que par son ordre de grandeur et pour l'utilisation en relatif qui en est faite plus loin. La nature et la géométrie du mécanisme optimal (parmi la famille de mécanismes étudiés) s'avèrent en revanche plus « robustes » vis-à-vis du choix des hypothèses numériques. Le mécanisme figuré ci-dessus pourrait donner des indications sur les véritables migrations de grain pouvant prendre corps dans les couches de ballast (à condition de

prendre aussi en compte la variabilité de la position spatiale des charges et la variabilité associée des mécanismes).

VI.5 Prise en compte d'un champ de forces d'inertie

En se plaçant dans un référentiel lié au ballast, le champ d'accélération $\vec{\gamma}(X, t)$ qu'il subit au passage de charges roulantes peut être interprété comme un champ de forces d'inertie volumiques $\vec{f} = -\rho\vec{\gamma}$, variable *a priori* dans le temps et dans l'espace et jouant le même rôle qu'un champ de forces extérieures. Pour tout instant t choisi, il est alors possible d'intégrer la valeur correspondante du champ $\vec{f}(X, t)$ dans une analyse de stabilité du type de celle menée précédemment, afin d'en évaluer l'effet sur le domaine des chargements potentiellement supportables.

Pour cela, il suffit d'ajouter au calcul de la puissance des efforts extérieurs P_v (VI.18), la contribution $P_v(\gamma)$ des forces d'inertie, à savoir :

$$P_v(\gamma) = - \int_{\text{Bloc spiral}} \vec{V} \cdot \rho \vec{\gamma} dV \quad (\text{VI.22})$$

Le Chapitre III nous a permis de préciser la nature des champs d'accélération se produisant en section courante de voie ferroviaire au passage de convois. Nous allons mettre partiellement ici à profit cette connaissance pour évaluer l'effet potentiel de tels champs sur la borne P_{lim} précédemment calculée. Nous notons P_{inf}^γ la nouvelle borne avec forces d'inertie et continuons à faire l'hypothèse de la quasi-égalité $P_{lim}^\gamma \approx P_{inf}^\gamma$.

Revenons d'abord sur le cas élémentaire d'un champ d'accélération verticale uniforme (à l'instant t considéré).

VI.5.1 Cas d'un champ d'accélération $\vec{\gamma} = \gamma \vec{y}$ homogène

En tant que *minimum* des valeurs $P(H, \theta_1, k)$, la charge P_{inf} est elle-même proportionnelle au poids volumique ρg du ballast. Par conséquent, dans un champ de pesanteur homogène pour lequel le poids volumique apparent du ballast devient $\rho(g + \gamma)$ avec $\gamma > 0$ vers le haut :

$$P_{inf}^\gamma = \frac{P_{inf}}{\rho g} \rho(g + \gamma) = P_{inf} \left(1 + \frac{\gamma}{g}\right) \quad (\text{VI.23})$$

On retrouve sur P_{inf}^γ la dépendance à γ annoncée dans l'Intermède du Chapitre I pour P_{lim}^γ . Une accélération homogène vers le bas ($\gamma < 0$; $1 + \gamma/g < 1$) diminue la stabilité du massif de ballast, une accélération vers le haut le stabilise, tout au moins au sens du Calcul à la Rupture ou de l'Analyse Limite.

VI.5.2 Cas d'un champ d'accélération $\vec{\gamma}$ hétérogène (affine en x)

Le Chapitre III a permis d'estimer la forme et l'amplitude des champs d'accélération engendrés dans la structure ferroviaire, à un instant donné, au passage d'un bogie en situation courante (cf. section III.2.3). Ces champs présentent à la fois des zones à accélération dirigée vers le haut et d'autres à accélération dirigée vers le bas. Nous souhaitons vérifier dans le cadre de l'approche par l'extérieur l'effet « déstabilisateur » qui en résulte globalement.

Par intégration numérique, les champs ViscoRail pourraient être pris en compte tel quel, avec leur dépendance complexe en (x, y) , dans les calculs d'approche par l'extérieur. Toutefois, pour pouvoir aisément mener les calculs à la main, nous préférons utiliser une description simplifiée de ces champs en observant qu'au voisinage d'un essieu :

- l'accélération dans le ballast est assez peu dépendante de la cote y ,
- sa valeur est maximale et dirigée vers le haut, au droit de la charge et décroît quasi-linéairement avec x , jusqu'à mi-distance de l'espacement des deux essieux d'un bogie, où elle est dirigée vers le bas.

Dans le repère (X, y) dont l'origine est prise au centre de la traverse $i = 1$, ceci nous conduit, en négligeant la dépendance des champs d'accélération avec la cote y , à considérer le champ γ à dépendance affine :

$$\gamma = \frac{\gamma_h(\Delta_{bogie} - 2X) + 2\gamma_b X}{\Delta_{bogie}} \quad (\text{VI.24})$$

avec Δ_{bogie} l'empattement des deux essieux d'un bogie, X l'abscisse comprise entre 0 et $\Delta_{bogie}/2$, γ_h l'accélération (vers le haut, $\gamma_h > 0$) au niveau de la traverse centrale du chargement ($X = 0$) et γ_b l'accélération (vers le bas, $\gamma_b < 0$) au centre du bogie ($X = \Delta_{bogie}/2$).

On suppose dans la suite cette expression valide sur l'étendue en x des mécanismes $\mathcal{M}(\Omega)$ et que l'extrémité droite du mécanisme coïncide avec le milieu de bogie (ces hypothèses pourraient être affinées). On peut alors écrire de façon équivalente dans les repères (Ω, r, θ) des mécanismes $\mathcal{M}(\Omega)$ la relation affine en $x = r \cos \theta$:

$$\gamma(r, \theta) = \frac{\gamma_1(-H \cotan \theta_2 - r \cos \theta) + \gamma_2(r \cos \theta + H \cotan \theta_1)}{H(-\cotan \theta_2 + \cotan \theta_1)} \quad (\text{VI.25})$$

avec :

- γ_1 l'accélération au point $X(O) = -B/2 + (k-1)L$, situé sur le bord gauche du mécanisme $\mathcal{M}(\Omega)$, soit :

$$\gamma_1 = \frac{\gamma_h(\Delta_{bogie} - 2X(O)) + 2\gamma_b X(O)}{\Delta_{bogie}} = \gamma_h - (\gamma_h - \gamma_b) \frac{2(k-1)L - B}{\Delta_{bogie}} \quad (\text{VI.26})$$

- $\gamma_2 = \gamma_b$ l'accélération en extrémité droite du bloc spiral.

VI.5.3 Calcul de $P_v(\gamma)$

Calculons la puissance virtuelle des forces d'inertie associées à un tel champ d'accélération pour un mécanisme $\mathcal{M}(\Omega)$ donné. On a :

$$\begin{aligned} P_v(\gamma) &= \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{-\frac{H}{\sin \theta}}^{r_s(\theta)} r \hat{\omega} \vec{e}_\theta \cdot (-\rho \gamma \vec{y}) r dr d\theta \\ &= -\rho \hat{\omega} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{-\frac{H}{\sin \theta}}^{r_s(\theta)} \gamma(r, \theta) \cos \theta r^2 dr d\theta \end{aligned} \quad (\text{VI.27})$$

Soit :

$$\begin{aligned} P_v(\gamma) &= -\frac{\rho}{H \cotan \theta_1 - H \cotan \theta_2} \hat{\omega} \\ &\quad \times \left[(\gamma_2 H \cotan \theta_1 - \gamma_1 H \cotan \theta_2) \right. \\ &\quad \times \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta \left(\frac{r_s(\theta)^3}{3} + \frac{H^3}{3 \sin^3 \theta} \right) d\theta \\ &\quad \left. + (\gamma_1 - \gamma_2) \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos^2 \theta \left(\frac{r_s(\theta)^4}{4} - \frac{H^4}{4 \sin^4 \theta} \right) d\theta \right] \end{aligned} \quad (\text{VI.28})$$

Et donc, tout calcul fait (compte tenu de la relation (VI.7)) :

$$\begin{aligned} P_v(\gamma) &= -\frac{\rho H^3}{\cotan \theta_1 - \cotan \theta_2} \hat{\omega} \\ &\quad \times \left[\frac{\gamma_2 \cotan \theta_1 - \gamma_1 \cotan \theta_2}{2(9c^2 + 1)} \left(\frac{2c \cos \theta_1 + (3c^2 + 1) \sin \theta_1}{\sin^3 \theta_1} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{2c \cos \theta_2 + (3c^2 + 1) \sin \theta_2}{\sin^3 \theta_2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{4} \left(\frac{1 + 4c^2 + 4c^2 \cos 2\theta_2 + 2c \sin \theta_2}{8c(1 + 4c^2) \sin^4 \theta_2} + \frac{\cotan^3 \theta_2}{3} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{1 + 4c^2 + 4c^2 \cos 2\theta_1 + 2c \sin \theta_1}{8c(1 + 4c^2) \sin^4 \theta_1} - \frac{\cotan^3 \theta_1}{3} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{VI.29})$$

VI.5.4 Valeur de la borne $P^\gamma(H, \theta_1, k)$ en présence du champ d'accélération affine γ

La puissance totale des efforts extérieurs et d'inertie s'appliquant au bloc spirale est égale à :

$$P_v = P_v(W) + \sum_{i \geq k} P_v(F_i) + P_v(\gamma) \quad (\text{VI.30})$$

où les expressions de $P_v(W)$ et $\sum_{i \geq k} P_v(F_i)$ sont les mêmes que précédemment.

En égalant P_v à zéro, on obtient alors :

$$\begin{aligned} & P^\gamma(H, \theta_1, k) \\ &= \frac{\rho g H^2}{2(9c^2 + 1)} \frac{1}{\sum_{i \geq k} p_i \left(\cotan \theta_1 - \frac{B}{2H} - (k-i) \frac{L}{H} \right)} \\ & \times \left[\left(1 + \frac{\gamma_2 \cotan \theta_1 - \gamma_1 \cotan \theta_2}{g(\cotan \theta_1 - \cotan \theta_2)} \right) \right. \\ & \times \left(\frac{2c \cos \theta_1 + (3c^2 + 1) \sin \theta_1}{\sin^3 \theta_1} - \frac{2c \cos \theta_2 + (3c^2 + 1) \sin \theta_2}{\sin^3 \theta_2} \right) \\ & + \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{g} \frac{9c^2 + 1}{2(\cotan \theta_1 - \cotan \theta_2)} \left(\frac{1 + 4c^2 + 4c^2 \cos 2\theta_2 + 2c \sin \theta_2}{8c(1 + 4c^2) \sin^4 \theta_2} \right. \\ & \left. \left. + \frac{\cotan^3 \theta_2}{3} - \frac{1 + 4c^2 + 4c^2 \cos 2\theta_1 + 2c \sin \theta_1}{8c(1 + 4c^2) \sin^4 \theta_1} - \frac{\cotan^3 \theta_1}{3} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{VI.31})$$

On vérifie notamment que pour $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ correspondant au cas d'un champ d'accélération homogène, on retrouve la relation :

$$P^\gamma(H, \theta_1, k) = P(H, \theta_1, k) \left(1 + \frac{\gamma}{g} \right) \quad (\text{VI.32})$$

VI.5.5 Calcul du minimum P_{inf}^γ de la fonction $P^\gamma(H, \theta_1, k)$ sur l'ensemble des mécanismes $\mathcal{M}(\Omega)$

La borne minimale P_{inf}^γ des chargements potentiellement supportables sur l'ensemble des mécanismes $\mathcal{M}(\Omega)$ peut être obtenue comme précédemment par minimisation numérique. Nous avons remplacé à cet effet dans le programme VBA déjà mentionné, l'expression de la fonction $P(H, \theta_1, k)$ par son expression $P^\gamma(H, \theta_1, k)$.

Le programme comporte trois entrées supplémentaires : Δ_{bogie} , γ_h et γ_b . À titre de contrôle élémentaire, on vérifie que pour $\gamma_h = \gamma_b = \gamma$ (γ positif ou négatif) le programme fournit des valeurs P_{inf} (calcul sans force d'inertie) et P_{inf}^γ dans le ratio : $P_{inf}^\gamma / P_{inf} = 1 + \gamma/g$.

VI.5.6 Application numérique : cas avec champ de forces d'inertie

L'effet du champ hétérogène γ peut être évalué en relatif, en comparant les charges P_{inf} et P_{inf}^γ sur un même jeu de données (structure et distribution de forces sur blochets). On utilise ici les mêmes

données numériques que précédemment, en fixant γ_h et γ_b respectivement à $g/2$ et $-g/3$ (ratio $|\gamma_b|/\gamma_h = 2/3$) par référence aux valeurs trouvées au Chapitre III.

La FIGURE VI.4 présente le mécanisme le plus défavorable pour ces conditions. On observe qu'il s'agit du même mécanisme que celui de la FIGURE VI.2 obtenu sans forces d'inertie. La valeur P_{inf}^γ vaut quant à elle :

$$P_{inf}^\gamma = 230 \text{ kN.m}^{-1} \quad (\text{VI.33})$$

qui rapportée à la charge $P_{inf} = 261 \text{ kN.m}^{-1}$ représente une réduction du « coefficient de sécurité » P_{inf}^γ/P_{inf} de l'ordre de 12%.

Il s'agit certes d'une réduction moindre que celle anticipée pour un champ homogène d'intensité γ_b , qui serait égale en l'occurrence à 30% (γ_b/g), mais ce résultat confirme néanmoins l'effet défavorable des champs d'accélération calculés au Chapitre III sur la stabilité du ballast.

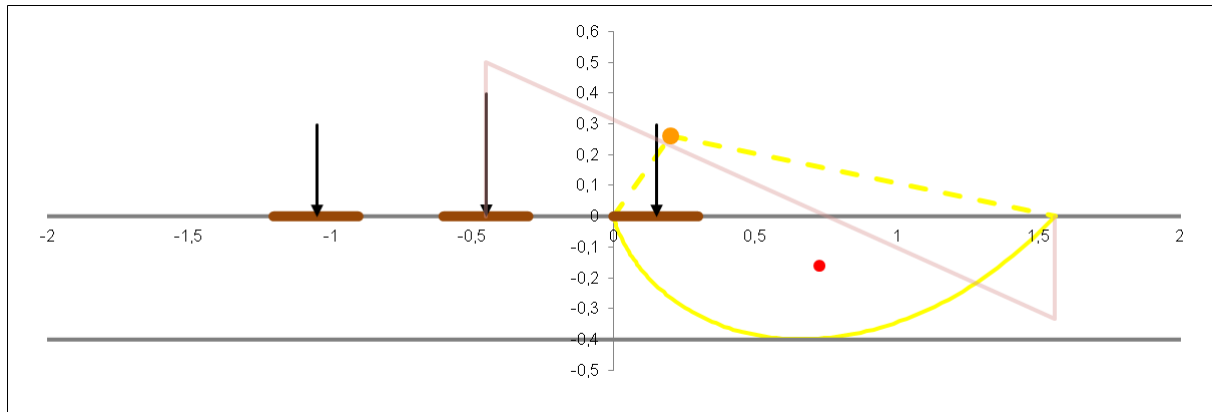


FIGURE VI.4 – Mécanisme optimal en présence du champ d'accélération affine ($\gamma_h = g/2$ et $\gamma_b = -g/3$), figuré en parme.

VI.6 Conclusion

Ce chapitre vient étayer à travers les concepts usuels du Calcul à la Rupture, l'intuition d'un effet défavorable d'accélération verticales dirigées vers le bas, sur la stabilité des voies ballastées. A partir des calculs effectués au Chapitre III, il permet de donner un ordre de grandeur de la réduction du seuil de stabilité des couches de ballast par effet dynamique et de donner éventuellement des indications sur la géométrie des écoulements de grain en jeu.

La méthode pourrait aussi permettre de tenir compte de l'effet des variations de répartition des charges sur blochets, lorsque l'on modifie les paramètres de voie comme proposé au Chapitre IV et de mieux s'assurer des bénéfices attendus.

L'application de la présente théorie au problème incriminé reste toutefois sujette à caution. Des mesures sur terrain (par suivi dans le temps, par exemple, de la trajectoire de marqueurs noyés dans le

ballast) ainsi que des simulations par éléments discrets, plus sophistiquées que celles présentées au Chapitre V, seraient utiles pour confirmer ou invalider cette hypothèse.

Conclusions générales de la thèse et proposition de piste de travail

Conclusions générales

Sous le passage répété des charges, les voies ferroviaires se dégradent progressivement et notamment les couches ballast au travers de divers mécanismes : usure, rupture des grains, rétention d'eau entre grains, tassements différentiels,...

Sur les Lignes à Grande Vitesse, les forts niveaux d'accélération induits dans l'assise de voie donnent lieu à un mécanisme supplémentaire (ou tout au moins mineur jusque-là) de mouvement des grains de ballast, qui accélère la perte de géométrie des voies, augmentant sensiblement les coûts d'exploitation directs ou indirects.

Les considérations d'Analyse Limite présentées au début du manuscrit et reprises au Chapitre VI confortent ce point de vue.

Sur la base de ce fil directeur, nous nous sommes intéressés dans ce mémoire au calcul de la réponse dynamique réversible des LGV en pleine voie, en visant à déterminer les niveaux d'accéléérations induits dans le ballast au passage des véhicules et à rechercher des solutions permettant de manière générale de diminuer leur intensité.

Nous avons contribué (Chapitre II) au développement du code ViscoRail et d'un module de post-traitement, permettant le calcul semi-analytique de la réponse dynamique des LGV. L'outil permet un accès rapide aux champs mécaniques propice aux études paramétriques et offre la possibilité de prise en compte du comportement thermo-viscoélastique de couches constituées de matériaux bitumineux.

L'implémentation de la méthode et la pertinence physique du modèle de voie ViscoRail ont été validées (Chapitre III) d'une part, par comparaison avec des simulations numériques aux éléments finis et multi-corps, et d'autre part, par confrontation avec des mesures *in situ*. Les modélisations aux éléments discrets et les quelques essais triaxiaux, réalisés sur échantillons de ballast avec support souple (Chapitre V) montrent par ailleurs qu'une modélisation continue du ballast est justifiée pour le calcul de la réponse réversible des assises de voie, à condition de déterminer les propriétés du matériau en fonction de la couche support.

Sur la base d'une situation de référence, nous avons effectué une analyse de sensibilité des accélérations calculées dans le ballast vis-à-vis de la vitesse de circulation ainsi que de certains paramètres de conception et dimensionnement des voies (Chapitre IV). Ces résultats montrent que les accélérations augmentent approximativement avec le carré de la vitesse et qu'une augmentation du

module de la couche sous-ballast, de l'inertie du rail ainsi qu'une réduction de la rigidité du contact rail/ballast permettent d'en diminuer l'intensité.

Ceci nous a conduits à étudier l'incorporation d'une couche de grave-bitume sous ballast, comme disposition constructive permettant de réduire sensiblement les valeurs d'accélération et de limiter la croissance de désordres dans le ballast.

Perspectives

Plusieurs perspectives, situées à différents niveaux de portée théorique ou opérationnelle, s'offrent en prolongement à ce travail.

Il semble intéressant de poursuivre les travaux numériques et expérimentaux amorcés sur le comportement du ballast reposant sur une couche support flexible et sur sa modélisation dans ce cadre par la Mécanique des Milieux Continus.

De nombreux compléments aux simulations par éléments discrets déjà réalisées sont envisageables :

- modélisations 2D d'essais homogènes avec grains anguleux sur support souple
- passage à des modélisations avec grains 3D (avec couplage EF)
- formulation à partir de ces résultats de lois de comportement continues de ballast (éventuellement anisotrope et non linéaire – ex : modèle de Boyce anisotrope) et pouvant être réintroduites dans ViscoRail ou dans les méthodes EF simplifiées présentées dans le mémoire.

En parallèle, il conviendrait de poursuivre les essais triaxiaux cycliques sur ballast et appuis élastomères avec instrumentation ad hoc (ex : capteurs de pression, capteurs de déplacement axial et radial à haute précision, installés au plus près de l'échantillon).

Des calculs à plus grande échelle (ex : tronçon de voie à plusieurs traverses) avec prise en compte du ballast par éléments discrets et conditions aux limites (fonctions du temps) issues de calculs globaux ViscoRail, pourraient permettre d'explicitier les mécanismes en jeu au niveau des grains et leur contribution à des déplacements macroscopiques.

En complément à ces simulations et aux mécanismes entrevus à travers l'Analyse Limite, le suivi de trajectoires de « grains traceurs » sur maquettes de laboratoire chargées dynamiquement, pourrait permettre de caractériser les « lignes de courant » des déplacements et leur véritable échelle au sein du massif granulaire.

De tels travaux pourraient conclure sur l'intérêt d'approfondir le couplage entre les calculs d'accélération et de redistribution d'efforts sur blochets, effectués par ViscoRail et la détermination de charge limite par la technique du Calcul à la Rupture ; ceci, afin de mieux assoir les propositions de solutions constructives suggérées dans le mémoire.

Seul *in fine* le suivi de sections (instrumentées) pourra valider ces solutions, comme cela est déjà envisagé pour certaines d'entre elles.

Références bibliographiques

- Abdelkrim, M., 2004. Analyse par le calcul des structures du comportement cyclique à long terme des infrastructures de transport. Thèse de doctorat, Ecole des Ponts ParisTech.
- AFNOR, 2003. Granulats pour ballasts de voies ferrées, NF EN 13450.
- AFNOR, 2010. Maintenance - Terminologie de la maintenance, NF EN 13306.
- Ainciart, P.F., 2007a. V360 - Mesures accélérométriques sur traverses, sol en surface et en profondeur (No. R 2520-2007-06). SNCF.
- Ainciart, P.F., 2007b. V360 - Comportement du ballast (No. R 1153-2007-02). SNCF.
- Alias, J., 1984. La voie ferrée : techniques de construction et d'entretien, Société nationale des chemins de fer français. ed. Eyrolles.
- Al Shaer, A., 2005. Analyse des déformations permanentes des voies ferrées ballastées - Approche dynamique. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Al Shaer, A., Duhamel, D., Sab, K., Cottineau, L.M., Hornych, P., Schmitt, L., 2005. Dynamical experiment and modeling of a ballasted railway track bank, in: Proceedings of the 6th European Conference on Structural Dynamics. Presented at the EUROLYN 2005, Paris, France, pp. 2065–2070.
- Al Shaer, A., Duhamel, D., Sab, K., Foret, G., Schmitt, L., 2008. Experimental settlement and dynamic behavior of a portion of ballasted railway track under high speed trains. *Journal of Sound and Vibration* 316, 211–233. doi:10.1016/j.jsv.2008.02.055
- Araujo, N., 2010. High-Speed Trains on ballasted railway track. PhD Thesis, Universidade do Minho.
- Aursudkij, B., McDowell, G.R., Collop, A.C., 2009. Cyclic loading of railway ballast under triaxial conditions and in a railway test facility. *Granular Matter* 11, 391–401. doi:10.1007/s10035-009-0144-4
- Azéma, E., 2007. Étude numérique des matériaux granulaires à grains polyédriques: rhéologie quasi-statique, dynamique vibratoire, application au procédé de bourrage du ballast. Thèse de doctorat, Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc.
- Azéma, E., Descantes, Y., Roquet, N., Roux, J.N., Chevoir, F., 2012. Discrete simulation of dense flows of polyhedral grains down a rough inclined plane. *Physical Review E* 86. doi:10.1103/PhysRevE.86.031303
- Bodin, V., 2001. Comportement du ballast des voies ferrées soumises à un chargement vertical et latéral. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

- Bonnett, C.F., 2005. Practical railway engineering. Imperial College Press ; Distributed by World Scientific Pub., London; Hackensack, NJ.
- Boyce, J.R., 1976. The behaviour of a granular material under repeated loading. PhD Thesis, University of Nottingham.
- Boyce, J.R., 1980. A non-linear model for the elastic behaviour of granular materials under repeated loading, in: International Symposium on Soils under Cyclic and Transient Loading. Swansea, Wales, pp. 285–294.
- Camenen, J.F., Descantes, Y., Richard, P., 2012. Effect of confinement on dense packings of rigid frictionless spheres and polyhedra. *Physical Review E* 86. doi:10.1103/PhysRevE.86.061317
- Chabot, A., Chupin, O., Deloffre, L., Duhamel, D., 2010. ViscoRoute 2.0: a tool for the simulation of moving load effects on asphalt pavement. *Road Materials and Pavement Design* 11, 227–250.
- Chebli, H., Clouteau, D., Schmitt, L., 2008. Dynamic response of high-speed ballasted railway tracks: 3D periodic model and in situ measurements. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 28, 118–131.
- Chollet, H., Sébès, M., Maupu, J.L., Ayasse, J.B., 2013. The VOCO multi-body software in the context of real-time simulation. *Vehicle System Dynamics* 51, 570–580. doi:10.1080/00423114.2013.768771
- Chupin, O., Chabot, A., Piau, J.M., Duhamel, D., 2010. Influence of sliding interfaces on the response of a layered viscoelastic medium under a moving load. *International Journal of Solids and Structures* 47, 3435–3446. doi:10.1016/j.ijsolstr.2010.08.020
- Chupin, O., Martin, A., Piau, J.M., Hicher, P.Y., 2014. Calculation of the dynamic response of a viscoelastic railway structure based on a quasi-stationary approach. *International Journal of Solids and Structures*. doi:10.1016/j.ijsolstr.2014.02.035
- Chupin, O., Piau, J.M., 2011a. Modeling of the dynamic response of ballast in high-speed train structures, in: Proceedings of the 8th International Conference on Structural Dynamics. Presented at the EUROLYN 2011, Leuven, Belgium, pp. 712–718.
- Chupin, O., Piau, J.M., 2011b. Modélisation de la réponse dynamique d’une structure ferroviaire multicouche sous chargement roulant, in: 20ème Congrès Français de Mécanique. Presented at the CFM 2011, Besançon, France.
- Cundall, P., Strack, O., 1979. Discrete Numerical-Model for Granular Assemblies. *Geotechnique* 29, 47–65.
- Dahlberg, T., 2003. Railway track dynamics - a survey. Linköping University.
- Degrade, G., 2000. Free field vibration measurements during the passage of a Thalys High Speed Train. Katholieke Universiteit Leuven.
- Degrade, G., Schillemans, L., 2001. Free field vibration during the passage of a Thalys High Speed Train at variable speed. *Journal of Sound and Vibration* 247, 131–144.
- Duhamel, D., Chabot, A., Tamagny, P., Harfouche, L., 2005. “ViscoRoute”: Viscoelastic modeling for asphalt pavements. *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées* 89–103.
- Esveld, C., 2001. Modern Railway Track, 2nd edition. ed. MRT Productions.
- Fang, M., QIU, Y., Rose, J.G., West, R.C., Ai, C., 2011. Comparative analysis on dynamic behavior of two HMA railway substructures. *Journal of Modern Transportation* 19, 26–34.
- Ferreira, P., 2010. Modelling and prediction of the dynamic behaviour of railway infrastructures at very high speeds. PhD Thesis, Universidad Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico.
- Filippov, A.P., 1961. Steady-state vibrations of an infinite beam on elastic half-space subjected to a moving load. *Izvestija AN SSSR OTN Mehanika I Mashinostroenie* 6, 97–105.

- Foret, G., Oviedo, X., Sab, K., Gautier, P.E., 2003. Vibration du ballast ferroviaire. *Revue Française de Génie Civil* 7, 777–795. doi:10.1080/12795119.2003.9692522
- Fryba, L., 1999. *Vibration of Solids and Structures Under Moving Loads*. Thomas Telford.
- Gomes Correia, A., Cunha, J., Marcelino, J., Caldeira, L., Varandas, J., Dimitrovová, Z., Antão, A., Silva, M., 2007. Dynamic analysis of rail track for high speed trains. 2D approach. in: Sousa, L., Fernandes, M., Vargas Jr, E. (Eds.), *Applications of Computational Mechanics in Geotechnical Engineering V*. Taylor & Francis.
- Guérin, N., 1996. Approche expérimentale et numérique du comportement du ballast des voies ferrées. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Guérin, N., Sab, K., Moucheron, P., 1999. Identification expérimentale d'une loi de tassement du ballast. *Canadian geotechnical journal* 36, 523–532.
- Hammoud, M., Duhamel, D., Sab, K., 2010. Static and dynamic studies for coupling discrete and continuum media; Application to a simple railway track model. *International Journal of Solids and Structures* 47, 276–290. doi:10.1016/j.ijsolstr.2009.09.036
- Heck, J.V., Piau, J.M., Gramsammer, J.C., Kerzreho, J.P., Odeon, H., 1998. Thermovisco-elastic modelling of pavements behaviour and comparison with experimental data from LCPC test track, in: *Proceedings of the Fifth International Conference on the Bearing Capacity of Roads and Airfields*. Presented at the BCRA 1998, Trondheim, Norway.
- Hettler, A., 1984. Bleibende setzungen des schotteroberbaues. *Eisenbahntechnische Rundschau* 33, H.11.
- Hoang, T.M.P., 2011. Optimisation des temps de calculs dans le domaine de la simulation par éléments discrets pour des applications ferroviaires. Thèse de Doctorat, Université Montpellier II-Sciences et Techniques du Languedoc.
- Hosseingholian, M., 2007. Contribution à l'étude d'une méthode d'auscultation dynamique de la structure des voies ferrées classiques. Thèse de Doctorat, Université de Caen.
- Huet, C., 1963. Etude par une méthode d'impédance du comportement viscoélastique des matériaux hydrocarbonés. Thèse de doctorat, Université de Paris.
- Huet, C., 1999. Coupled size and boundary-condition effects in viscoelastic heterogeneous and composite bodies. *Mechanics of Materials* 31, 787–829. doi:10.1016/S0167-6636(99)00038-1
- Humbert, P., 1989. CESAR-LCPC : un code de général de calcul par éléments finis. *Bulletin de liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées*.
- Humbert, P., Dubouchet, A., Fezans, G., Remaud, D., 2005. CESAR-LCPC: A computation software package dedicated to civil engineering uses. *Bulletin des laboratoires des ponts et chaussées* 256, 7–37.
- Indraratna, B., Ionescu, D., Christie, H.D., 1998. Shear behavior of railway ballast based on large-scale triaxial tests. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* 124, 439–449. doi:10.1061/(ASCE)1090-0241(1998)124:5(439)
- Indraratna, B., Lackenby, J., Christie, D., 2005. Effect of confining pressure on the degradation of ballast under cyclic loading. *Géotechnique* 55, 325–328. doi:10.1680/geot.2005.55.4.325
- Jean, M., 1999. The non-smooth contact dynamics method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 177, 235–257. doi:10.1016/S0045-7825(98)00383-1
- Karrech, A., 2007. Comportement des matériaux granulaires sous vibration - Application au cas du ballast. Thèse de doctorat, Ecole des Ponts ParisTech.
- Kouroussis, G., 2009. Modélisation des effets vibratoires du trafic ferroviaire sur l'environnement. Thèse de Doctorat, Faculté Polytechnique de Mons.

- Krylov, V.V., 1995. Generation of ground vibrations by superfast trains. *Applied Acoustics* 44, 149–164. doi:10.1016/0003-682X(95)91370-I
- Lackenby, J., Indraratna, B., McDowell, G., Christie, D., 2007. Effect of confining pressure on ballast degradation and deformation under cyclic triaxial loading. *Geotechnique* 57, 527–536. doi:10.1680/geot.2007.57.6.527
- Le Pen, L.M., Powrie, W., 2011. Contribution of base, crib, and shoulder ballast to the lateral sliding resistance of railway track: a geotechnical perspective. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit* 225, 113–128. doi:10.1177/0954409710397094
- Le Pen, L., Powrie, W., 2008. Testing the ultimate resistance at the sleeper/ballast interface, in: Ellis, E., Yu, H.S., McDowell, G., Dawson, A., Thom, N. (Eds.), . Presented at the 1st International Conference on Transportation Geotechnics, Crc Press-Taylor & Francis Group, Nottingham, England, pp. 607–613.
- Lichtberger, B., 2005. *Track Compendium: Formation, Permanent Way, Maintenance, Economics*. Eurailpress.
- Lim, W.L., McDowell, G.R., 2005. Discrete element modelling of railway ballast. *Granular Matter* 7, 19–29. doi:10.1007/s10035-004-0189-3
- Lobo-Guerrero, S., Vallejo, L.E., 2006. Discrete element method analysis of railtrack ballast degradation during cyclic loading. *Granular Matter* 8, 195–204. doi:10.1007/s10035-006-0006-2
- López-Pita, A., Teixeira, P.F., Robuste, F., 2004. High speed and track deterioration: The role of vertical stiffness of the track. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit* 218, 31–40. doi:10.1243/095440904322804411
- Lu, M., McDowell, G.R., 2007. The importance of modelling ballast particle shape in the discrete element method. *Granular Matter* 9, 69–80. doi:10.1007/s10035-006-0021-3
- Lu, M., McDowell, G.R., 2010. Discrete element modelling of railway ballast under monotonic and cyclic triaxial loading. *Geotechnique* 60, 459–467. doi:10.1680/geot.2010.60.6.459
- Martin, A., Chupin, O., Piau, J.M., Hicher, P.Y., 2013a. Deterioration of track geometry in ballasted High Speed Line: modeling approach and parametric study, in: *Proceedings of the Ninth International Conference on the Bearing Capacity of Roads, Railways and Airfields*. Presented at the BCRRA 2013, Trondheim, Norway.
- Martin, A., Chupin, O., Piau, J.M., Hicher, P.Y., 2013b. Effets des paramètres de conception des Lignes à Grande Vitesse sur les niveaux d'accélération dans le ballast, in: *21ème Congrès Français de Mécanique*. Presented at the CFM 2013, Bordeaux, France.
- Metrikine, A.V., Popp, K., 1999. Vibration of a periodically supported beam on an elastic half-space. *European Journal of Mechanics - A/Solids* 18, 679–701. doi:10.1016/S0997-7538(99)00141-2
- Moreau, J.J., 1999. Numerical aspects of the sweeping process. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 177, 329–349. doi:10.1016/S0045-7825(98)00387-9
- Nguyen, V.H., 2002. *Comportement dynamique de structures non-linéaires soumises à des charges mobiles*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Nielsen, J.C.O., Igeland, A., 1995. Vertical dynamic interaction between train and track - Influence of wheel and track imperfections. *Journal of Sound and Vibration* 187, 825–839. doi:10.1006/jsvi.1995.0566
- O'Brien, J., Rizos, D.C., 2005. A 3D BEM-FEM methodology for simulation of high speed train induced vibrations. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 25, 289–301. doi:10.1016/j.soildyn.2005.02.005

-
- Ovalle, C., 2013. Contribution à l'étude de la rupture des grains dans les matériaux granulaires. Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes (ECN).
- Oviedo, X., 2001. Etude du comportement du ballast par un modèle micromécanique (application aux opérations de maintenance de la voie ferrée ballastée). Thèse de Doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, France.
- Paderno, C., 2010. Comportement du ballast sous l'action du bourrage et du trafic ferroviaire. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- Profillidis, V., 1983. La voie ferrée et sa fondation - Modélisation mathématique. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Profillidis, V., Humbert, P., 1986. Étude en élastoplasticité par la méthode des éléments finis du comportement de la voie ferrée et de sa fondation. Bulletin de liaison Labo Ponts et Chaussées, Paris.
- Prud'Homme, M.A., 1967. La résistance de la voie aux efforts transversaux exercés par le matériel roulant. Revue Générale des Chemins de Fer.
- Prud'Homme, M.A., 1970. La voie. Revue Générale des Chemins de Fer.
- Quezada, J.C., 2012. Mécanismes de tassement du ballast et sa variabilité. Thèse de doctorat, Laboratoire de Mécanique et Génie Civil, Montpellier.
- Radjai, F., Wolf, D.E., Jean, M., Moreau, J.J., 1998. Bimodal character of stress transmission in granular packings. *Physical Review Letters* 80, 61–64. doi:10.1103/PhysRevLett.80.61
- RFF, 2011. La voie ferrée. Tome 1 : principes et règles techniques de base, IG IF 02 2B 10 n°2.
- Rhayma, N., 2010. Contribution à l'évolution des méthodologies de caractérisation et d'amélioration des voies ferrées. Thèse de Doctorat, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II.
- Ricci, L., 2006. Modélisations discrètes et continues des voies ferrées ballastées. Thèse de doctorat, Ecole des Ponts ParisTech.
- Ricci, L., Nguyen, V.H., Sab, K., Duhamel, D., Schmitt, L., 2005. Dynamic behaviour of ballasted railway tracks: A discrete/continuous approach. *Computers & Structures* 83, 2282–2292. doi:10.1016/j.compstruc.2005.03.035
- Rivier, R., 2003. Gestion de la maintenance des voies ferrées, EPFL, Lausanne, 76.
- Robinet, A., 2011. L'expérience grave-bitume de la LGV Est Européenne, in: Symposium International Géotechnique Ferroviaire. Presented at the GEORAIL 2011, Paris, France, pp. 477–484.
- Rose, J.G., Teixeira, P.F., Ridgway, N.E., 2010. Utilization of Asphalt/Bituminous Layers and Coatings in Railway Trackbeds: A Compendium of International Applications, in: Proceedings of the 2010 Joint Rail Conference. Presented at the JCR2010, Urbana, Illinois, USA.
- Rose, J.G., Teixeira, P.F., Veit, P., 2011. International design practices, applications and performances of asphalt/bituminous railway trackbeds, in: Symposium International Géotechnique Ferroviaire. Presented at the GEORAIL 2011, Paris, France, pp. 99–119.
- Rose, J.G., Uzarski, D.R., 2011. Performance-based trackbed structural design and analysis utilizing KENTRACK, in: Symposium International Géotechnique Ferroviaire. Presented at the GEORAIL 2011, Paris, France, pp. 121–142.
- Salençon, J., 1983. Calcul à la rupture et analyse limite. Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées.
- Saussine, G., 2004. Contribution à la modélisation de granulats tridimensionnels : application au ballast. Thèse de doctorat, Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc.

- Sauvage, G., 1993. Railway track vertical static behaviour, INRETS/LTN.
- Sayegh, G., 1965. Contribution à l'étude des propriétés viscoélastiques des bitumes purs et des bétons bitumineux. Thèse de doctorat, Faculté des Sciences de Paris.
- Schmitt, L., 2002. Etudes relatives à la voie ferrée ballastée, Rapport de synthèse.
- Schmitt, L., 2004. Track measurements in Beugnâtre, Supertrack report.
- Selig, E.T., Waters, J.M., 1994. Track Geotechnology and Substructure Management. Thomas Telford.
- Shannon, C.E., 1998. Communication in the presence of noise. *Proceedings of the IEEE* 86, 447–457.
- Shenton, M.J., 1978. Deformation of railway ballast under repeated loading conditions, in: *Railroad Track Mechanics and Technology*. Pergamon Press, Oxford, England.
- Skoglund, K.A., 2002. A Study of some Factors in Mechanistic Railway Track Design. PhD Thesis, Norwegian University of Science and Technology.
- SNCF, 1996. Dimensionnement des structures d'assise pour la construction et la réfection des voies ferrées, Notice générale, EF 2 C 20 N° 3.
- Soyez, L., 2009. Contribution à l'étude du comportement des ouvrages de soutènement en sol renforcé, soumis à des charges d'exploitation ferroviaire (charges dynamiques et cycliques). Thèse de Doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Suiker, A.S.J., 2002. The mechanical behavior of ballasted railway tracks (DUP Science). PhD Thesis, Technische Universiteit Delft.
- Teixeira, P.F., López-Pita, A., Casas, C., Bachiller, A., Robuste, F., 2006. Improvements in high-speed ballasted track design: Benefits of bituminous subballast layers. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board* 43–49.
- Vostroukhov, A., Metrikine, A., 2003. Periodically supported beam on a visco-elastic layer as a model for dynamic analysis of a high-speed railway track. *International Journal of Solids and Structures* 40, 5723–5752. doi:10.1016/S0020-7683(03)00311-1
- Zhai, W., Cai, Z., 1997. Dynamic interaction between a lumped mass vehicle and a discretely supported continuous rail track. *Computers & structures* 63, 987–997.
- Zhai, W.M., Wang, K.Y., Lin, J.H., 2004. Modelling and experiment of railway ballast vibrations. *Journal of Sound and Vibration* 270, 673–683. doi:10.1016/S0022-460X(03)00186-X
- Zienkiewicz, O.C., 1971. *The finite element method in engineering science*. McGraw-Hill.

Annexes

A. ViscoRoute© 2.0

On donne ici quelques détails complémentaires sur le logiciel ViscoRoute© 2.0 dont une rapide présentation est réalisée au Chapitre II.

Dans la première version de ViscoRoute©, développée par Duhamel et al. (2005), une seule distribution, ponctuelle ou de forme rectangulaire, peut être envisagée. La version 2.0 permet de considérer des cas de chargement multiples où les distributions de contraintes peuvent être de forme elliptique (Chabot et al., 2010).

En réponse à ces sollicitations, la solution du problème est alors cherchée dans le domaine fréquentiel, à l'aide de double transformées de Fourier, avant d'être exprimée dans le domaine spatio-temporel par transformations inverses.

Solution pour une couche du massif

Pour ce faire, la transition du repère fixe $\{x; y; z\}$, lié à la structure de chaussée, au repère en mouvement $\{X; Y; Z\}$, se déplaçant de manière simultanée avec le chargement, est tout d'abord effectuée via le changement de variable suivant :

$$\begin{cases} x = X - Vt \\ y = Y \\ z = Z \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Cette transition permet de s'affranchir de la prise en compte explicite du temps dans l'équation de l'élasto-dynamique qui s'écrit alors, pour la couche $i \in \{1; n\}$, sous l'hypothèse quasi-stationnaire :

$$\text{Div}(\bar{\sigma}_i(X, Y, Z)) = \rho_i V^2 \frac{\partial^2 \bar{u}_i(X, Y, Z)}{\partial X^2} \quad (\text{A.2})$$

où $\bar{\sigma}_i(X, Y, Z)$ représente le tenseur des contraintes de Cauchy et $\bar{u}_i(X, Y, Z)$ le vecteur des déplacements. A noter ici que les forces volumiques ne sont pas prises en compte dans ViscoRoute© 2.0.

La solution analytique de cette équation est ensuite cherchée dans le domaine fréquentiel, en considérant la double transformation de Fourier¹ de l'équation (A.2) dans les deux directions X et Y . Dans le domaine des nombres d'ondes, la relation tensorielle de comportement viscoélastique de Huet-Sayegh possède une forme multiplicative similaire à celle de l'élasticité :

$$\bar{\sigma}_i^*(k_1, k_2, Z) = 2\mu_i^*(k_1 V) \bar{\varepsilon}_i^*(k_1, k_2, Z) + \lambda_i^*(k_1 V) \text{Tr}(\bar{\varepsilon}_i^*(k_1, k_2, Z)) \bar{I} \quad (\text{A.3})$$

où $\{k_1; k_2\}$ est le couple de nombres d'ondes, $\bar{\sigma}_i^*(k_1, k_2, Z)$ et $\bar{\varepsilon}_i^*(k_1, k_2, Z)$ les tenseurs respectifs de contraintes de Cauchy et de déformations exprimés dans le domaine fréquentiel, \bar{I} le tenseur identité et $\{\lambda_i^*(k_1 V); \mu_i^*(k_1 V)\}$ les coefficients de Lamé complexes. Dans le cas élastique, la partie imaginaire de ces coefficients est prise nulle. Dans le cas viscoélastique, ces coefficients dépendent du module complexe de Huet-Sayegh $E_i^*(k_1 V)$ par les mêmes relations que dans le cas de l'élasticité.

En injectant la relation (A.3) dans l'équation élasto-dynamique (A.2) exprimée dans le domaine des nombres d'ondes, Nguyen (2002) fournit la relation d'équilibre dynamique dans chaque couche i de la structure :

$$\bar{A}_i \frac{\partial^2 \bar{u}_i^*(k_1, k_2, Z)}{\partial Z^2} + j \bar{B}_i \frac{\partial \bar{u}_i^*(k_1, k_2, Z)}{\partial Z} - \bar{C}_i \bar{u}_i^*(k_1, k_2, Z) = \bar{0} \quad (\text{A.4})$$

avec :

$$\begin{aligned} \bar{A}_i &= \begin{bmatrix} c_{s_i}^2 & 0 & 0 \\ & c_{s_i}^2 & 0 \\ \text{Sym.} & & c_{p_i}^2 \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & k_1(c_{p_i}^2 - c_{s_i}^2) \\ & 0 & k_2(c_{p_i}^2 - c_{s_i}^2) \\ \text{Sym.} & & 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{C}_i &= \begin{bmatrix} k_1^2(c_{p_i}^2 - V^2) + k_2^2 c_{s_i}^2 & k_1 k_2 (c_{p_i}^2 - c_{s_i}^2) & 0 \\ & k_1^2(c_{s_i}^2 - V^2) + k_2^2 c_{p_i}^2 & 0 \\ \text{Sym.} & & k_1^2(c_{s_i}^2 - V^2) + k_2^2 c_{s_i}^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

où :

$$c_{p_i}^2 = \frac{\lambda_i^* + 2\mu_i^*}{\rho_i}, \quad c_{s_i}^2 = \frac{\mu_i^*}{\rho_i} \quad (\text{A.6})$$

représentent respectivement les célérités des ondes de compression et de cisaillement de la couche i .

¹ Double transformées de Fourier, respectivement directe et inverse, d'une fonction Φ :

$$\begin{aligned} \Phi^*(k_1, k_2, Z) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(X, Y, Z) e^{-jk_1 X} e^{-jk_2 Y} dX dY \\ \Phi(X, Y, Z) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi^*(k_1, k_2, Z) e^{jk_1 X} e^{jk_2 Y} dk_1 dk_2 \end{aligned}$$

En supposant que les solutions de l'équation différentielle (A.4) puissent se mettre sous une forme exponentielle, Duhamel et al. (2005) ramène le problème précédent à un problème aux valeurs propres. La détermination de ces valeurs propres et des vecteurs propres associés conduit alors au champ de déplacement solution dans la couche i , exprimé dans le domaine fréquentiel et donc fonction des nombres d'ondes k_1 et k_2 ainsi que de la coordonnée Z :

$$\begin{aligned} u_{1i}^*(k_1, k_2, Z) &= k_1 \beta_{1i}^- e^{-\kappa_{p_i} Z} + \kappa_{s_i} \beta_{3i}^- e^{-\kappa_{s_i} Z} + k_1 \beta_{1i}^+ e^{\kappa_{p_i} Z} - \kappa_{s_i} \beta_{3i}^+ e^{\kappa_{s_i} Z} \\ u_{2i}^*(k_1, k_2, Z) &= k_2 \beta_{1i}^- e^{-\kappa_{p_i} Z} + \kappa_{s_i} \beta_{2i}^- e^{-\kappa_{s_i} Z} + k_2 \beta_{1i}^+ e^{\kappa_{p_i} Z} - \kappa_{s_i} \beta_{2i}^+ e^{\kappa_{s_i} Z} \\ u_{3i}^*(k_1, k_2, Z) &= j \kappa_{p_i} \beta_{1i}^- e^{-\kappa_{p_i} Z} + j k_2 \beta_{2i}^- e^{-\kappa_{s_i} Z} + j k_1 \beta_{3i}^- e^{-\kappa_{s_i} Z} - j \kappa_{p_i} \beta_{1i}^+ e^{\kappa_{p_i} Z} \\ &\quad + j k_2 \beta_{2i}^+ e^{\kappa_{s_i} Z} + j k_1 \beta_{3i}^+ e^{\kappa_{s_i} Z} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

avec β_{1i}^- , β_{1i}^+ , β_{2i}^- , β_{2i}^+ , β_{3i}^- et β_{3i}^+ des paramètres constants caractéristiques de la couche i et où :

$$\kappa_{p_i} = \sqrt{(1 - m_{p_i}^2)k_1^2 + k_2^2}, \quad \kappa_{s_i} = \sqrt{(1 - m_{s_i}^2)k_1^2 + k_2^2} \quad (\text{A.8})$$

sont respectivement les nombres d'ondes de compression et de cisaillement dans lesquels apparaissent les nombres de Mach :

$$m_{p_i}^2 = \frac{V^2}{c_{p_i}^2}, \quad m_{s_i}^2 = \frac{V^2}{c_{s_i}^2} \quad (\text{A.9})$$

Le champ de déplacement $\bar{u}_i^*(k_1, k_2, Z)$ (A.7) ainsi obtenu dans la couche i et dépendant des six inconnues précédentes, que l'on regroupe dans le vecteur $\bar{\beta}_i = \{\beta_{1i}^-; \beta_{1i}^+; \beta_{2i}^-; \beta_{2i}^+; \beta_{3i}^-; \beta_{3i}^+\}$, permet ensuite de remonter au tenseur des déformations $\bar{\varepsilon}_i^*(k_1, k_2, Z)$ ainsi qu'à celui des contraintes de Cauchy $\bar{\sigma}_i^*(k_1, k_2, Z)$ par la relation de comportement (A.3).

Solution globale pour le massif multicouche

La réponse globale du massif, composé de n couches, est alors complètement accessible, dans le domaine fréquentiel, dès la connaissance des n vecteurs $\bar{\beta}_i$ ($i \in \{1; n\}$), totalisant $6n$ inconnues. Ces inconnues sont déterminées grâce aux conditions aux limites et d'interface suivantes, offrant au total $6n$ équations et permettant donc de poser le problème correctement :

- en surface de massif (trois équations) :

$$\bar{\sigma}_1^*(k_1, k_2, Z = 0) \cdot (-\bar{e}_Z) = \bar{Q}^*(k_1, k_2) \quad (\text{A.10})$$

où $\bar{Q}^*(k_1, k_2)$ représente la transformée de Fourier de la distribution de charges imposée sur la surface S en $Z = 0$ et $(-\bar{e}_Z)$ la normale sortante de la couche $i = 1$.

- à l'infini, les conditions d'annulation des champs de contraintes et de déplacements mènent aux relations suivantes (trois équations) dans la couche $i = n$:

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_n^*(k_1, k_2, Z = +\infty) = \bar{0} \\ \bar{u}_n^*(k_1, k_2, Z = +\infty) = \bar{0} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \beta_{1n}^+ = 0 \\ \beta_{2n}^+ = 0 \\ \beta_{3n}^+ = 0 \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

- les conditions d'interface entre couches apportent les $6(n-1)$ équations manquantes à la résolution du problème (six équations par interface). A l'interface entre les couches i et $i+1$, la condition de collage parfait donne (Duhamel et al., 2005) :

$$\begin{aligned} \bar{u}_i^*(k_1, k_2, Z) &= \bar{u}_{i+1}^*(k_1, k_2, Z) \\ \bar{\sigma}_i^*(k_1, k_2, Z) \cdot \bar{e}_Z &= \bar{\sigma}_{i+1}^*(k_1, k_2, Z) \cdot \bar{e}_Z \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

et la condition de glissement sans frottement induit (Chupin et al., 2010) :

$$\begin{cases} u_{3i}^*(k_1, k_2, Z) = u_{3i+1}^*(k_1, k_2, Z) \\ \sigma_{13i}^*(k_1, k_2, Z) = \sigma_{13i+1}^*(k_1, k_2, Z) = 0 \\ \sigma_{23i}^*(k_1, k_2, Z) = \sigma_{23i+1}^*(k_1, k_2, Z) = 0 \\ \sigma_{33i}^*(k_1, k_2, Z) = \sigma_{33i+1}^*(k_1, k_2, Z) \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

Ces $6n$ équations forment alors un système linéaire, résolu par une méthode de matrices de transfert dans la première version de ViscoRoute© (Duhamel et al., 2005) et par une technique de matrice globale dans la seconde (Chupin et al., 2010). Cette seconde méthode permet de traiter plus facilement les conditions dues aux éventuelles combinaisons d'interfaces collées et glissantes dans un même massif. Les différents champs mécaniques sont donc désormais totalement déterminés dans le domaine fréquentiel.

La réponse globale dans le domaine spatio-temporel est alors obtenue sur la base de l'utilisation de transformations de Fourier inverses, dans les directions X et Y , et de traitements particuliers pour les singularités apparaissant dans l'intégration de la solution du domaine fréquentiel au domaine spatio-temporel (Chupin et al., 2010). La résolution du problème s'effectue donc de manière semi-analytique, ce qui offre une rapidité de calcul appréciable (de l'ordre de quelques secondes seulement).

De par le nombre de points de discrétisation utilisé dans les transformations inverses, les champs mécaniques ne sont disponibles qu'en un nombre limité de points de la structure. Le théorème de Shannon (1998) est alors utilisé, en une dimension le long d'un profil en X ou en Y et pour une altitude Z donnée, afin d'interpoler la solution en tout point du profil considéré. A titre d'illustration dans le cas où cette interpolation est réalisée selon la direction X et en supposant que Y appartienne au maillage de la discrétisation de Fourier, ce théorème donne la valeur du champ mécanique considéré $c(X, Y, Z)$ au point X_d n'appartenant pas au maillage :

$$c(X_d, Y, Z) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} c(ndX, Y, Z) \frac{\sin\left(\frac{\pi}{dX}(X_d - ndX)\right)}{\frac{\pi}{dX}(X_d - ndX)}, \quad \forall dX \leq \frac{1}{2\lambda_c} \quad (\text{A.14})$$

où dX est le pas de discrétisation du maillage dans la direction X et λ_c une valeur limite au-delà de laquelle l'interpolation est mal conditionnée.

B. Simulations 2D par ED complémentaires

Dans le but de compléter les résultats présentés en section V.2, nous avons effectué plusieurs simulations supplémentaires en faisant varier la fréquence de chargement et/ou le coefficient de frottement entre particules. Les résultats de ces études complémentaires sont présentés dans la suite en termes de coefficients mécaniques (α , β et ζ).

On souligne, du fait de la durée des calculs ED, que l'objectif de ces simulations n'a pas été de réaliser une étude paramétrique complète de nos échantillons de disques. Il a davantage été question ici de confirmer les tendances observées précédemment avec ces quelques cas.

Pour chacun d'entre eux, l'analyse rapide de la qualité numérique des simulations effectuées est également réalisée afin d'évaluer la pertinence des résultats obtenus.

Fréquence de chargement de $f = 10 \text{ Hz}$

Dans la première étude (complémentaire), nous sommes repartis des configurations des échantillons granulaires SI, S9, S3 et S1 obtenues en fin de phase de conditionnement (cf. section V.2.1). Pour chacun de ces échantillons, nous avons ensuite appliqué les mêmes séquences de chargement œdométrique et bi-axiales que celles décrite en section V.2.1 avec cette fois-ci une fréquence de $f = 10 \text{ Hz}$. Pour ces simulations, le pas de temps est conservé à $dt = 2 \times 10^{-4} \text{ s}$, réduisant ainsi le nombre de pas de temps nécessaires pour l'application de 100 cycles à 50×10^3 .

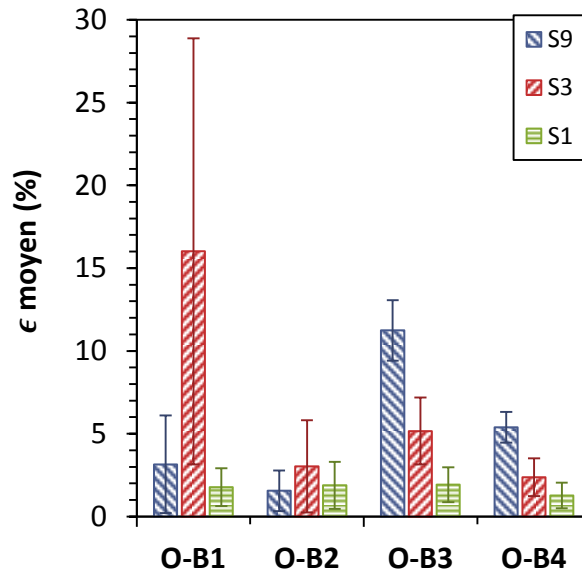


FIGURE B.1 – Moyenne et écart type de l'erreur globale $\epsilon_{\text{moyenne}}$ calculée pour chaque échantillon en fonction des états de contraintes.

De la même manière que pour l'étude réalisée à 2 Hz (cf. section V.2), la convergence des calculs liés à l'échantillon SI est rarement assurée, contrairement aux simulations en lien avec les trois autres échantillons. Les résultats obtenus pour SI ne sont donc pas présentés dans la suite.

En ce qui concerne les interpénétrations, le premier critère considéré en section V.2.2 ($\bar{\delta}(n)/d_{max}$) est de l'ordre de 0.005%. Cette valeur, largement inférieure à 2%, témoigne d'après la littérature de la qualité des simulations effectuées. Pour le second critère ($10 \times \Delta\delta(n)/\Delta\gamma(n)$), les valeurs calculées sont inférieures à 3% pour les séquences œdométrique et bi-axiale 1, et descendent même sous le seuil du pourcent pour les séquences suivantes.

A titre d'information, pour chaque échantillon, les calculs (5 séquences de chargement sans conditionnement) ont duré en moyenne 1 mois.

Sur la FIGURE B.1 sont présentées les erreurs globales ϵ au sens des moindres carrés (équ.(V.28)) moyennées sur la seconde moitié des cycles effectués lors des différentes séquences de chargement. Hormis pour l'état de contraintes O-B1 de l'échantillon S3, on peut voir que dans l'ensemble, la valeur de ces erreurs est inférieure ou égale à 10%, ce qui montre là encore la capacité de la loi anisotrope considérée à représenter de manière relativement satisfaisante le comportement macroscopique des échantillons granulaires.

On présente sur la FIGURE B.2 les valeurs des coefficients calculés en fonction des échantillons pour chaque état de contraintes.

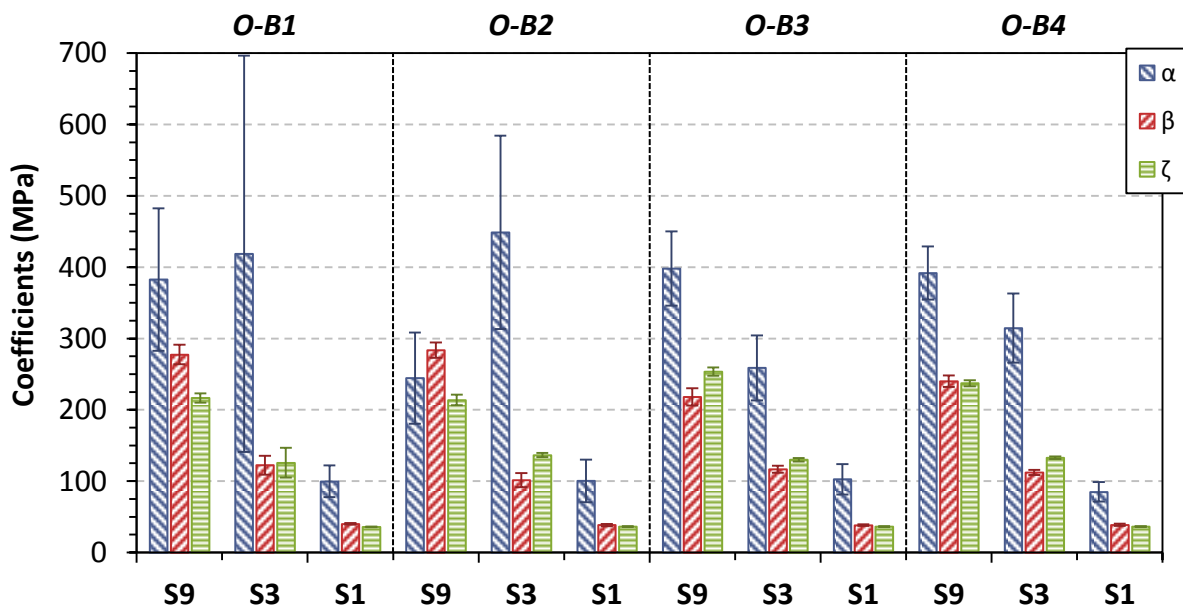


FIGURE B.2 – Moyenne et écart type des modules mécaniques obtenus en fonction des échantillons.

On constate d'abord que l'analyse du coefficient α est encore compliquée. Notons simplement que pour l'état de contraintes O-B1, l'écart type de ce module pour l'échantillon S3 est très grand, ce qui peut expliquer l'amplitude de l'erreur ϵ commise dans ce cas.

L'analyse des deux autres modules montre que les valeurs de β et ζ diminuent, ici aussi, avec la rigidité du support des échantillons. On peut également voir que, tout comme l'étude effectuée à 2 Hz, les valeurs de β semblent relativement constantes pour les échantillons S3 et S1 entre les différents états de contraintes, respectivement égales à environ 115 et 40 MPa. Pour S9, cette constance est

moins visible bien que les valeurs obtenues, entre 218 et 284 MPa , soient tout de même assez proches.

Pour ce qui est de l'anisotropie du comportement, on peut voir que dans l'ensemble α reste supérieur à β . L'anisotropie inverse ($\alpha < \beta$) obtenue avec l'étude présentée en section V.2 pour l'échantillon S9 sous les états de contraintes O-B1 et O-B2 n'est donc pas observée ici.

Fréquence de chargement de $f = 10$ Hz et coefficient de frottement inter-granulaire de $\mu = 0.5$

Pour la seconde étude réalisée ici, nous avons généré quatre nouveaux échantillons de disques indéformables afin de s'affranchir de la disposition initiale des échantillons considérés jusqu'à présent. Ces nouveaux échantillons ont été soumis au protocole numérique présenté en section V.2.1 en fixant le coefficient de frottement inter-granulaire à 0.5. De la même manière que pour les études précédentes, nous obtenons donc, en fin de phase de conditionnement, un échantillon (SI) reposant sur support indéformable, dont le coefficient de frottement avec les particules est pris nul, tandis que les trois autres (S9, S3 et S1) ont un support élastique (de module d'Young $E = 9, 3$ et 1 MPa respectivement et de coefficient de frottement avec les disques de 0.5).

Pour cette étude, les paramètres de résolution numérique n'ont pas été modifiés et seules les séquences de chargement œdométrique et bi-axiales 1, 2 et 3 ont été appliquées à une fréquence de $f = 10$ Hz.

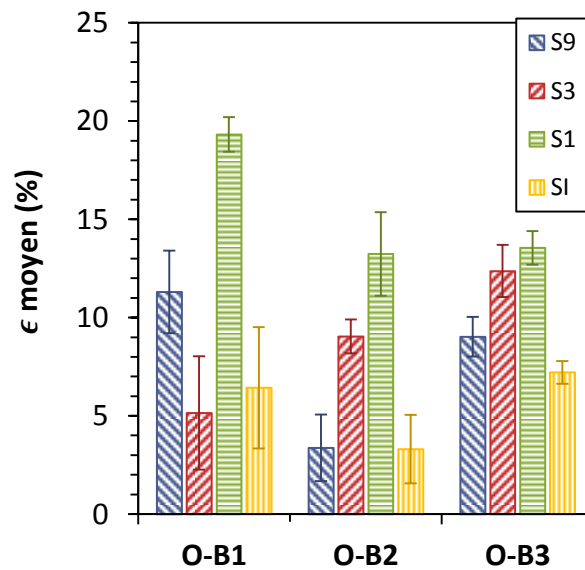


FIGURE B.3 – Moyenne et écart type de l'erreur globale ϵ moyenne calculée pour chaque échantillon en fonction des états de contraintes.

Contrairement aux simulations précédentes, la convergence des calculs est assurée pour l'ensemble des échantillons dans cette étude. Les coefficients mécaniques de l'échantillon à support indéformable SI ont donc pu être calculés ici et sont présentés dans la suite.

En ce qui concerne les interpénétrations, l'ordre de grandeur de $\bar{\delta}(n)/d_{max}$ est similaire à celui des simulations précédentes, soit $\ll 2\%$. Pour le second critère ($10 \times \Delta\delta(n)/\Delta y(n)$), les valeurs

obtenues pour SI sont supérieures à celles calculées pour les échantillons à support élastique. Pour la séquence œdométrique, ces valeurs sont de 20% pour SI contre 3% pour S9, S3 et S1. Ces pourcentages diminuent respectivement à environ 8% et moins de 1% pour les séquences bi-axiales.

Avant de discuter des résultats obtenus en termes de coefficients numériques, on analyse rapidement pour chaque échantillon l'erreur globale ϵ moyennée sur les 50 derniers cycles des séquences bi-axiales et présentée sur la FIGURE B.3. D'une manière générale, on peut voir que les plus grandes erreurs sont obtenues pour l'échantillon S1. Pour ce dernier sous l'état de contraintes O-B1, on peut même se poser la question de la représentativité de la loi de comportement utilisée puisque la valeur de ϵ est proche des 20%. Pour les autres échantillons, les valeurs d'erreur commises sont similaires à celles présentées sur la FIGURE V.14b.

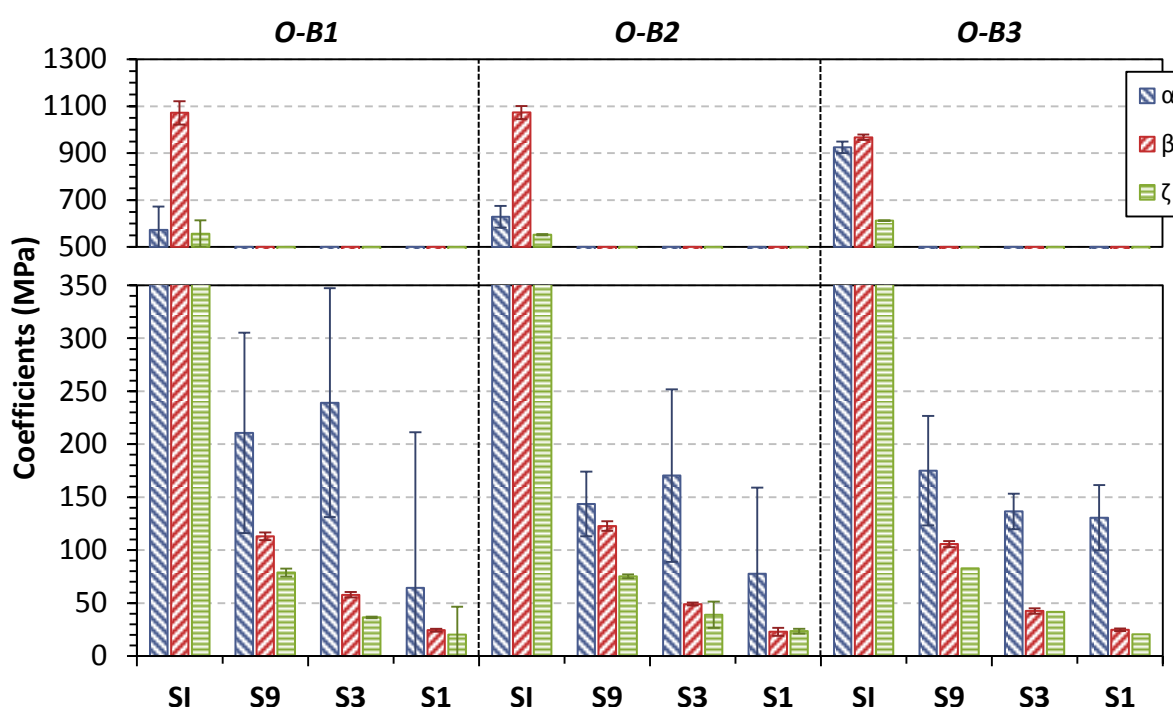


FIGURE B.4 – Moyenne et écart type des modules mécaniques obtenus en fonction des échantillons. (Coupure de l'échelle des ordonnées)

Pour chaque état de contraintes, les valeurs des coefficients des quatre échantillons sont présentées sur la FIGURE B.4 sur laquelle l'échelle des ordonnées est coupée entre 350 et 500 MPa afin de mieux visualiser les résultats des échantillons à supports souples. Les coefficients calculés pour ces échantillons sont en effet fortement inférieurs à ceux de l'échantillon SI.

Avec cette figure, on constate, encore une fois, que l'analyse du module de rigidité latérale α est difficile en fonction de la rigidité du support.

En ce qui concerne les coefficients β et ζ , l'incidence du support est plus évidente. Pour le coefficient β par exemple, sa valeur est de l'ordre de 1000 MPa pour l'échantillon SI tandis qu'elle diminue respectivement aux alentours de 115, 50 et 25 MPa pour les échantillons S9, S3 et S1. On peut aussi remarquer que les modules β et ζ sont relativement constants en fonction des états de

contraintes appliqués, confirmant la linéarité (due à notre modélisation) du comportement des échantillons granulaires.

Pour les deux premiers systèmes d'équations, la comparaison des modules β et α montrent également que l'anisotropie présente pour l'échantillon SI change de direction pour les échantillons à support élastique pour lesquels $\beta < \alpha$. Ce changement d'anisotropie avait également été observé entre l'échantillon S9 d'une part et S3 et S1 d'autre part pour les états de contraintes O-B1 et O-B2 (cf. FIGURE V.15) où le coefficient de frottement inter-granulaire est de 0.8 et où la fréquence de chargement est égale à 2 Hz.

Fréquence de chargement de $f = 0.2$ Hz et coefficient de frottement inter-granulaire de $\mu = 0.3$

Dans le dernier cas d'étude réalisé, nous avons également généré quatre nouveaux échantillons : trois reposant sur les supports élastiques et un sur support indéformable. Pour cette étude, seules les séquences de chargement œdométrique et bi-axiale 1 ont été effectuées, avec une fréquence de chargement de $f = 0.2$ Hz, un nombre de cycles de $N_c = 20$ et un coefficient de frottement entre particules égal à 0.3.

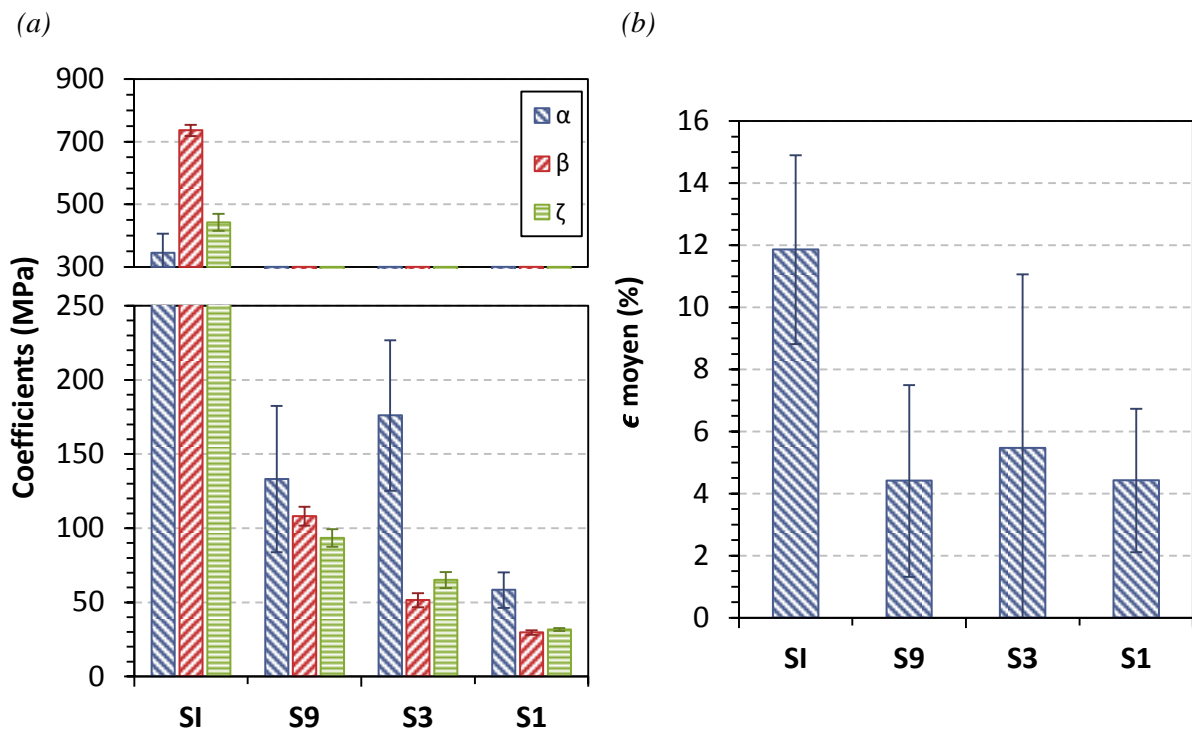


FIGURE B.5 – Moyenne et écart type (a) des modules mécaniques et (b) de l'erreur globale ϵ moyenne obtenus en fonction des échantillons. (Coupure de l'échelle des ordonnées pour le graphe (a))

Pour chacune de ces simulations, la convergence de la résolution numérique est assurée à chaque pas de temps, même pour l'échantillon à support indéformable.

L'étude des interpénétrations montrent des résultats équivalents à ceux obtenus précédemment pour le premier critère et inférieurs à 3% pour le second.

Les résultats obtenus en termes de coefficients mécaniques sont présentés sur la FIGURE B.5 ainsi que l'erreur ϵ moyenne. A noter ici que les résultats sont moyennés sur les 20 cycles de chargement effectués.

En observant la FIGURE B.5b, on peut voir que l'erreur globale au sens des moindres carrés est plus importante pour l'échantillon reposant sur support indéformable (SI) que pour les autres échantillons. Néanmoins dans l'ensemble, les valeurs obtenues permettent là aussi de penser que le modèle représente relativement bien le comportement des échantillons granulaires.

En ce qui concerne les modules (cf. FIGURE B.5a), on remarque que les valeurs des coefficients β et ζ diminuent avec la rigidité du support. En particulier, la valeur de β est respectivement de 736, 108, 51 et 30 *MPa* pour les échantillons SI, S9, S3 et S1.

L'analyse du module α est encore difficile entre les échantillons S9, S3 et S1 du fait de son écart type important. En revanche, on constate que le α moyen obtenu pour ces trois échantillons est réduit de moitié par rapport à celui de SI.

Comme dans l'étude précédente, on peut aussi voir que l'anisotropie présente pour l'échantillon à support rigide, pour lequel $\beta > \alpha$, s'inverse pour les échantillons reposant sur support élastique.

Thèse de Doctorat

Antoine MARTIN

Analyse numérique de la réponse dynamique de structures ferroviaires.

Application à la réduction des désordres géométriques induits dans les couches de ballast des Lignes à Grande Vitesse.

Numerical analysis of the dynamic response of railway tracks.

Application to the reduction of geometrical disorders induced into ballast layers of High-Speed Lines.

Résumé

La circulation répétée des trains sur Lignes à Grande Vitesse entraîne une détérioration géométrique progressive des couches de ballast, dont on constate un accroissement de sévérité en fonction de la vitesse d'exploitation.

Les études réalisées par le passé ont montré qu'une cause possible de ces désordres était la génération de fortes accélérations verticales dans la couche de ballast au passage des Trains à Grande Vitesse, pouvant désorganiser l'ensemble granulaire. Les finalités de ce travail sont doubles : quantifier les accélérations en section courante en fonction de la vitesse des véhicules et des paramètres de voie et rechercher des dispositions constructives permettant d'en réduire l'intensité.

Pour cela, un outil semi-analytique de calcul de la réponse dynamique réversible des structures ferroviaires a été développé sur la base d'une approche continue (ViscoRail) et confronté à des mesures in situ. Ce code permet un accès rapide aux champs d'accélération et est utilisé pour l'étude de sensibilité de la réponse des voies vis-à-vis de la vitesse des charges roulantes et des paramètres de conception. Le rôle défavorable de la vitesse sur les accélérations est confirmé. Nos travaux montrent qu'une augmentation du module de la couche sous-ballast, de l'inertie du rail ainsi que la réduction de la rigidité du contact rail/ballast sont susceptibles de ramener les accélérations calculées à des vitesses élevées à une limite jugée « acceptable ». Ces résultats débouchent sur la proposition de dispositions constructives capables de réduire les accélérations et donc potentiellement les désordres géométriques. Un exemple de disposition avec sous-couche en grave-bitume est illustré en exploitant les potentialités de prise en compte de loi viscoélastique de type Huet-Sayegh dans ViscoRail.

Des essais triaxiaux ainsi que des simulations 2D par éléments discrets modélisant des échantillons granulaires reposant sur des supports de rigidités différentes ont également permis de montrer que le comportement réversible macroscopique de tels échantillons pouvait être raisonnablement modélisé par une loi élastique (anisotrope) de milieu continu, mais non intrinsèque, les paramètres de cette loi dépendant de la rigidité du support. Ces analyses justifient a posteriori l'approche continue retenue dans ViscoRail.

Enfin, une analyse basée sur le Calcul à la Rupture permet de revenir sur l'effet défavorable des accélérations dirigées vers le bas sur la stabilité des couches de ballast. Mais l'approche suggère également de prêter attention aux changements de répartition des charges d'essieux induites lors de modifications des paramètres de conception des voies. Un jugement plus global sur l'efficacité des solutions proposées ci-dessus serait à apporter en combinant ViscoRail et Analyse Limite.

Mots clés - LGV ballastées, désordres, effets dynamiques, modélisation numérique, viscoélasticité, éléments discrets, analyse limite, essais triaxiaux.

Abstract

The repeating train passages on High Speed Lines leads to progressive geometrical disorders of the ballast layers. These disorders are observed to increase in severity as a function of the train speed.

Former studies have shown that a possible cause for these disorders was the development of high vertical accelerations in the ballast layer induced by High Speed Trains. These high accelerations may indeed disrupt the granular assembly. The objective of the present work is twofold: evaluate acceleration as a function of speed and of the railway track parameters and search for construction solutions that make it possible to mitigate the magnitude of acceleration.

To accomplish this, a semi-analytical tool dedicated to the computation of the reversible dynamic response of railway structures was developed based on continuum mechanics (ViscoRail) and compared to in situ measurements. The time required to compute the acceleration fields is small using this tool. Therefore this tool is utilized in the sensitivity analysis of the response with respect to speed of the moving loads and to the numerous other railway track parameters. The negative effect of speed on acceleration is proved. This work also shows that an increase of the Young modulus of the sub-ballast layer and of the moment of inertia of the rails may be considered to decrease the accelerations computed at high speed to an "acceptable" level. A decrease of the rail-ballast contact stiffness may also be considered for this purpose. These results lead to the proposal of construction solutions able to reduce acceleration and thus possibly the geometrical disorders. An example of solution incorporating a bituminous sub-ballast layer is analyzed taking advantage of the modeling capability of ViscoRail to account for viscoelastic constitutive laws such as the Huet-Sayegh model.

Triaxial tests and 2D discrete element simulations of granular specimens resting on flexible pads of different stiffness also showed that the reversible behavior, at the macroscopic scale, of such specimens could reasonably be modeled by a continuum elastic law (anisotropic). This law is nonetheless non intrinsic since its parameters depend on the flexible medium on which rest the specimens. These analyses validate a posteriori the continuum approach considered in ViscoRail.

Finally, the detrimental effect of vertical downward acceleration on the stability of ballast layers is revisited based on Limit Analysis. However, this approach also suggests considering the change in the load distribution due to changes of the railway construction parameters. A more global conclusion on the efficiency of the proposed solutions would have to be done combining ViscoRail and Limit Analysis.

Key Words - Ballasted HSL, disorders, dynamic effects, numerical modelling, viscoelasticity, Discrete Elements, Limit Analysis, triaxial tests.